

Εφαρμοσμένα Μαθηματικά και Στατιστική στις Γεωπονικές Επιστήμες, Ασκήσεις Πράξης.

Ασκήσεις για εξάσκηση

Άσκηση 1

Ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει την κατανομή των εργατών ενός εργοστασίου ανάλογα με τα χρόνια προϋπηρεσίας.⁴

Χρόνια προϋπηρεσίας	2	4	6	8	10	12	14	15
Αριθμός εργατών	4	2	5	3	6	9	8	7

A) Να υπολογιστούν: η σχετική συχνότητα, η αθροιστική συχνότητα και η σχετική αθροιστική συχνότητα.

B) Να κατασκευαστεί ένα ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων.

Άσκηση 2

Στην βιβλιοθήκη της σχολής υπάρχουν 300 συγγράμματα σχετικά με την γεωπονική επιστήμη, 155 γενικού επιστημονικού ενδιαφέροντος, 90 σχετικά με τα μαθηματικά και 175 εγκυκλοπαιδικά. Να κατασκευαστεί το κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων.

Άσκηση 3

Δίνεται ένας πίνακας κατανομής των κερδών που διανέμονται στους μετόχους μιας επιχείρησης σε ένα συγκεκριμένο χρόνο.

Κέρδος, σε χιλ. €	25	30	40	60	80	110
συχνότητα	18	55	140	124	96	20

A) να κατασκευαστεί ο πίνακας των αθροιστικών συχνοτήτων.

B) να κατασκευαστεί το διάγραμμα συχνοτήτων.

Άσκηση 4

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα βάρη 30 φοιτητών μια που βρίσκονται σε ένα εργαστήριο.

45	50	58	48	60	63	54	70	62	64	48	53	57	62	72
48	65	50	70	69	74	61	48	63	49	52	46	59	66	69

A) να υπολογιστούν: 1. ο αριθμητικός μέσος όρος,

2. η επικρατούσα τιμή

3. η διάμεσος

4. το 1^ο και το 3^ο τεταρτημόριο

5. η διακύμανση

6. η τυπική απόκλιση

7. ο συντελεστής μεταβλητότητας

B) να ομαδοποιήσετε τις παρατηρήσεις σε κλάσεις με πλάτος 5 μονάδες και να υπολογιστούν: η κεντρική τιμή, η συχνότητα, η σχετική συχνότητα, η αθροιστική συχνότητα και η σχετική αθροιστική συχνότητα για την κάθε κλάση.

Γ) να υπολογίσετε τα στατιστικά μέτρα του ερωτήματος A για τα ομαδοποιημένα τώρα δεδομένα.

Άσκηση 5

Έχει παρατηρηθεί ότι ο χρόνος, έστω X , που χρειάζεται ένα αστικό λεωφορείο για να φθάσει από ένα κέντρο της πόλης στο Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο, ακολουθεί κατά προσέγγιση κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 17\text{min}$ και τυπική απόκλιση $\sigma = 3\text{min}$. Να βρεθεί η πιθανότητα ο χρόνος που θα χρειασθεί το αστικό λεωφορείο για να φθάσει στο ΕΛΜΕΠΑ να είναι:

α) το πολύ 15 min β) περισσότερο από 22 min και γ) τουλάχιστον 13 min και το πολύ 21 min.

Άσκηση 6

Οι υποψήφιοι για εγγραφή σε ένα Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα του Πανεπιστημίου, υποβάλλονται σε ένα τεστ. Το τεστ έχει σχεδιασθεί έτσι ώστε οι βαθμοί των υποψηφίων στο τεστ να κατανέμονται κανονικά με μέση τιμή 300 και τυπική απόκλιση 60.

α) Αν η πολιτική του Πανεπιστημίου είναι να δέχεται ως φοιτητές το 15% των υποψηφίων με το μεγαλύτερο βαθμό στο τεστ, ποιος είναι ο μικρότερος βαθμός που επιτρέπει την εισαγωγή στο Μεταπτυχιακό Τμήμα;

β) Τι βαθμό πρέπει να έχει γράψει ένας υποψήφιος στο τεστ για να κατατάσσεται στο 10% των υποψηφίων με το μικρότερο βαθμό στο τεστ;

Άσκηση 7

Μια αυτόματη μηχανή συσκευασίας τροφίμων έχει προγραμματισθεί να συσκευάζει δημητριακά σε συσκευασίες των 1.5kg. Έχει παρατηρηθεί ότι η ποσότητα δημητριακών ανά συσκευασία ακολουθεί μια κανονική κατανομή με μέση τιμή $\mu = 1.5$ kg και τυπική απόκλιση $\sigma = 0.1$ kg.

α) Τι ποσοστό των συσκευασιών περιέχει ποσότητα που υπερβαίνει τα 1.6kg;

β) Σε τι ποσότητα πρέπει να ρυθμισθεί η μηχανή έτσι ώστε μόνο στο 0.001 των περιπτώσεων η ποσότητα δημητριακών στη συσκευασία να υπερβαίνει τα 1.6kg;

Άσκηση 8

Μια αυτόματη μηχανή συσκευάζει καλαμποκί σε τσουβάλια των 25kg. Το βάρος του καλαμποκιού που συσκευάζεται ανά τσουβάλι είναι τυχαία μεταβλητή, έστω X , η οποία, σύμφωνα με τον κατασκευαστή της μηχανής, ακολουθεί μια κανονική κατανομή με διακύμανση $\sigma^2 = 1.5^2 \text{ Kg}^2$. Ο υπεύθυνος παραγωγής αμφιβάλλει για το μέσο βάρος του καλαμποκιού που συσκευάζεται ανά τσουβάλι και προκειμένου να το εκτιμήσει, επέλεξε τυχαία 15 τσουβάλια από την παραγωγή μιας ημέρας, τα ζύγισε και βρήκε ότι έχουν μέσο βάρος kg 24.8. Με βάση την πληροφορία από το τυχαίο δείγμα που πήρε ο υπεύθυνος παραγωγής, τι μπορούμε να συμπεράνουμε για το μέσο βάρος του καλαμποκιού που συσκευάζεται ανά τσουβάλι από τη μηχανή;

Άσκηση 9

Ένας ερευνητής, προκειμένου να εκτιμήσει το ποσοστό των ατόμων σε έναν πληθυσμό που έχουν ομάδα αίματος A, επέλεξε με βάση ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας 200 άτομα από τον πληθυσμό αυτό και βρήκε ότι ομάδα αίματος A έχουν τα 89. Να υπολογιστεί το 95% διάστημα εμπιστοσύνης του ποσοστού.

Άσκηση 10

Το όριο αντοχής ενός τύπου καλωδίων είναι τυχαία μεταβλητή X με μέση τιμή $\mu = 1500$ Kg και τυπική απόκλιση $\sigma = 175$ Kg. Το εργοστάσιο που κατασκευάζει αυτόν τον τύπο καλωδίων ισχυρίζεται ότι βελτίωσε τα υλικά που χρησιμοποιεί και πλέον το όριο αντοχής των καλωδίων έχει αυξηθεί. Να ελεγχθεί ότι ο ισχυρισμός του εργοστασίου ισχύει, σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

Άσκηση 11

Η εταιρεία ύδρευσης μιας πόλης, ενδιαφέρεται να γνωρίζει τη συγκέντρωση μόλυβδου στο πόσιμο νερό που φθάνει μέσω του δικτύου της στους καταναλωτές και για το σκοπό αυτό κάνει τακτικούς δειγματοληπτικούς ελέγχους. Επειδή το νερό που φθάνει στις διάφορες περιοχές (πολεοδομικούς τομείς) της πόλης (κέντρο, ανατολικά προάστια, νότια προάστια, κτλ.) δεν προέρχεται από τους ίδιους ταμιευτήρες όπως επίσης και το δίκτυο ύδρευσης δε βρίσκεται στην ίδια κατάσταση σε όλους τους τομείς της πόλης (ως προς την παλαιότητα, τη συντήρηση, τα υλικά κατασκευής κτλ.), οι δειγματοληπτικοί έλεγχοι γίνονται ανά πολεοδομικό τομέα. Σε πρόσφατο δειγματοληπτικό έλεγχο, ένα δείγμα 100 παροχών από το

κέντρο της πόλης έδωσε μέση συγκέντρωση μόλυβδου 36ppm με τυπική απόκλιση 6ppm και ένα δείγμα 90 παροχών από τα ανατολικά προάστια έδωσε μέση συγκέντρωση 34.1ppm με τυπική απόκλιση 5.9ppm. Άραγε, αυτή η διαφορά, των 1.9ppm, μεταξύ των δύο δειγμάτων, είναι στατιστικά σημαντική; Δηλαδή, προέκυψε γιατί η μέση συγκέντρωση μόλυβδου στο κέντρο της πόλης, πράγματι διαφέρει από τη μέση συγκέντρωση στα ανατολικά προάστια, ή προέκυψε τυχαία (οφείλεται στην τύχη);

Άσκηση 12

Ένας ερευνητής θέλει να συγκρίνει τις αποδόσεις (ανά στρέμμα) δύο ποικιλιών σταριού στον κάμπο της Θεσσαλίας. Για το σκοπό αυτό, σχεδίασε ένα πείραμα ως εξής: Επέλεξε 10 αγρούς σε δέκα διαφορετικές τοποθεσίες του Θεσσαλικού κάμπου και κάθε αγρό τον χώρισε σε δύο αγροτεμάχια ίδιου σχήματος και ίδιου εμβαδού. Στο ένα αγροτεμάχιο κάθε αγρού καλλιέργησε στάρι της μιας ποικιλίας, έστω Α, και στο άλλο αγροτεμάχιο καλλιέργησε στάρι της άλλης ποικιλίας, έστω Β. Σε ποιο από τα δύο αγροτεμάχια κάθε αγρού καλλιέργησε την ποικιλία Α και σε ποιο την ποικιλία Β το αποφάσισε με τυχαίο τρόπο (π.χ. με βάση το αποτέλεσμα της ρίψης ενός νομίσματος). Επίσης φρόντισε στα δύο αγροτεμάχια κάθε αγρού να υπάρχουν ίδιες καλλιεργητικές συνθήκες και ίδιες συνθήκες συγκομιδής (γονιμότητα εδάφους, υγρασία, προσανατολισμός, χρόνος σποράς, καλλιεργητική μέθοδος, λίπανση, ημέρα θερισμού, κτλ.). Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνεται η απόδοση των δύο ποικιλιών σε καθέναν από τους 10 πειραματικούς αγρού

Αγρός	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Απόδοση ποικιλίας Α	500	650	490	570	555	545	535	635	625	540
Απόδοση ποικιλίας Β	455	620	455	610	505	495	515	600	600	510

Τα ευρήματα στα δύο δείγματα μαρτυρούν άραγε ότι οι μέσες αποδόσεις των δύο ποικιλιών στον κάμπο της Θεσσαλίας διαφέρουν; ($\alpha = 5\%$)

Άσκηση 13

Μια ερευνητική ομάδα σχεδίασε ένα πείραμα για να ελέγξει αν η ασπιρίνη επηρεάζει-μεταβάλλει την τιμή ενός αιματολογικού δείκτη (prothrombin time) ο οποίος σχετίζεται με την πήκτικότητα του αίματος και τη δημιουργία θρόμβων (η τιμή του δείκτη έχει μετρηθεί σε δευτερόλεπτα). Για το σκοπό αυτό, επέλεξε ένα τυχαίο δείγμα 12 ατόμων και για κάθε άτομο μέτρησε την τιμή του δείκτη πριν και τρεις ώρες μετά τη λήψη δύο δισκίων ασπιρίνης (650mg). Οι σχετικές μετρήσεις φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

Άτομο	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
prothrombin time (πρίν)	12,3	12	12	13	13	12,5	11,3	11,8	11,5	11	11	11,3
prothrombin time (μετά)	12	12,3	12,5	12	13	12,5	10,3	11,3	11,5	11,5	11	11,5

Σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$, υποστηρίζουν τα πειραματικά δεδομένα ότι η μέση τιμή του δείκτη πριν και μετά τη λήψη των δισκίων ασπιρίνης διαφέρουν;

Άσκηση 14

Ένας φοιτητής, στο πλαίσιο της πτυχιακής του εργασίας, προκειμένου να συγκρίνει τέσσερα είδη (Z1, Z2, Z3 και Z4) πρόσθετης ύλης ζωοτροφών που χρησιμοποιείται για αύξηση του βάρους νεογέννητων χοίρων, σχεδίασε και εκτέλεσε το εξής πείραμα. Επέλεξε 20 νεογέννητους χοίρους και με μια τυχαία διαδικασία αντιστοίχισε σε 5 από αυτούς την πρόσθετη ύλη Z1, σε 5 άλλους την Z2, σε 5 άλλους την Z3 και σε 5 άλλους την Z4. Δημιούργησε έτσι, 4 ομάδες των 5 χοίρων η κάθε μια. Αφού χορήγησε στους χοίρους κάθε ομάδας τροφή με την αντίστοιχη πρόσθετη ύλη για τρεις μήνες, κατέγραψε την αύξηση του βάρους κάθε χοίρου (σε rounds). Σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, υποστηρίζουν αυτά τα πειραματικά δεδομένα ότι υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές στη μέση αύξηση του βάρους των νεογέννητων χοίρων που να οφείλονται στα τέσσερα είδη πρόσθετης ύλης ζωοτροφών;

Z1	Z2	Z3	Z4
81	78	72	85
66	66	70	70
78	69	78	83
76	64	77	74
61	66	69	70

Άσκηση 15

Ρωτήσαμε καθέναν από 200 ενήλικες κατοίκους μιας μικρής επαρχιακής πόλης τους οποίους επιλέξαμε με βάση ένα σχέδιο τυχαίας δειγματοληψίας, αν είναι καπνιστής, περιστασιακός καπνιστής, πρώην καπνιστής ή μη καπνιστής.

Συνήθεια ως προς το κάπνισμα					
Φύλο		Καπνιστής	Περιστασιακός καπνιστής	Πρώην καπνιστής	Μη καπνιστής
	Άνδρας	40	14	10	60
	Γυναίκα	20	4	4	48

Με βάση αυτά τα δεδομένα, να ελέγξετε σε επίπεδο σημαντικότητας 5%, αν υπάρχει συνάφεια/εξάρτηση μεταξύ φύλου και συνήθειας των κατοίκων της συγκεκριμένης πόλης ως προς το κάπνισμα.

Άσκηση 16

Στον πίνακα που ακολουθεί φαίνεται η ποσότητα αζωτούχου λιπάσματος (x) που χρησιμοποιήθηκε σε καθένα από 8 πειραματικά αγροτεμάχια καλλιέργειας βρόμης καθώς και η απόδοση (y) κάθε αγροτεμαχίου.

x (σε 100άδες rounds/στρέμμα)	1	1	2	2	3	3	4	4
y (σε bushels/στρέμμα)	22	19	38	41	57	54	68	65

(α) Να προσαρμόσετε κατάλληλο γραμμικό μοντέλο μέσω του οποίου να μπορούμε να εκτιμήσουμε τη μέση απόδοση βρόμης για συγκεκριμένη ποσότητα αζωτούχου λιπάσματος.

(β) Να ερμηνεύσετε τον σταθερό όρο και την κλίση του γραμμικού μοντέλου που εκτιμήσατε στο (α).

(γ) Να δώσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για την κλίση του μοντέλου. Πώς αντιλαμβάνεστε (ερμηνεύετε) αυτό το διάστημα;

(δ) Ποιο ποσοστό της μεταβλητότητας της απόδοσης της καλλιέργειας εξηγείται από την ποσότητα αζωτούχου λιπάσματος μέσω του μοντέλου που εκτιμήσατε στο (α);

(ε) Πώς αξιολογείτε το μοντέλο που εκτιμήσατε στο (α); Είναι στατιστικά σημαντικό; Χρησιμοποιείτε επίπεδο σημαντικότητας 0,05.

(στ) Για ποσότητα αζωτούχου λιπάσματος ίση με 250 rounds/στρέμμα τι απόδοση βρόμης αναμένετε κατά μέσο όρο ανά στρέμμα;