

8ο Φροντιστήριο – Στατιστική Ι

**Ένα παράδειγμα
(άσκηση επανάληψης)**
και ένα σχόλιο για την 4η εργασία

Παράδειγμα: Έλεγχος Υπόθεσης

Σε ένα πείραμα, με σκοπό να διερευνηθεί η επίδραση ενός φαρμάκου στον ύπνο, συμμετείχαν 100 άτομα ηλικίας 30-45 ετών. Η ηλικιακή αυτή ομάδα έχει μέσο όρο ωρών ύπνου $\mu_0=7$ και τυπική απόκλιση $\sigma=1,3$. Το φάρμακο χορηγήθηκε αργά το απόγευμα και στη συνέχεια οι συμμετέχοντες πέρασαν τη νύχτα τους στο κέντρο ερευνών όπου κατεγράφησαν οι ώρες που κοιμήθηκαν.

Παράδειγμα: Έλεγχος Υπόθεσης

Αν ο μέσος όρος ύπνου για το δείγμα των 100 ανθρώπων βρέθηκε να είναι 7,5 ώρες, να ελέγξετε σε επίπεδο σημαντικότητας 95% ($\alpha=0,05$) αν το φάρμακο α) επηρεάζει (αλλάζει) τον ύπνο, β) προκαλεί υπνηλία.

Λύση: Για να διερευνήσουμε το αν το φάρμακο θα επηρεάζει τον ύπνο όσων θα το λαμβάνουν θα πραγματοποιήσουμε έλεγχο υποθέσεων χρησιμοποιώντας την γνώση που έχουμε για τον πληθυσμό (μέσος όρος αυτής της ηλικιακής ομάδας $\mu_0=7$ και $\sigma=1,3$) και την παρατήρηση (μετρήσεις ύπνου) που κάναμε στο δείγμα. Το ερώτημα α) παραπέμπει σε αμφίδρομο έλεγχο, καθώς το ερώτημα είναι αν επηρεάζεται (αλλάζει) ο ύπνος και όχι με ποιον τρόπο (περισσότερο ή λιγότερο), ενώ το ερώτημα β) σε μονόπλευρο, καθώς ζητείται να διερευνήσουμε αν προκαλεί υπνηλία, δηλαδή αν αυξάνει τις ώρες ύπνου.

α) Αμφίπλευρος έλεγχος

$$H_0: \mu = \mu_0 = 7$$

(μηδενική υπόθεση, ότι δεν επηρεάζει και συνεπώς ο μέσος όρος ωρών ύπνου θα παραμένει ο ίδιος με την υπόθεση ότι ο πληθυσμός έχει μ.ο. 7)

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

(εναλλακτική υπόθεση, η υπόθεση των ερευνητών ότι οι ώρες ύπνου με το φάρμακο αλλάζουν και δεν θα είναι ο μ.ο. 7)

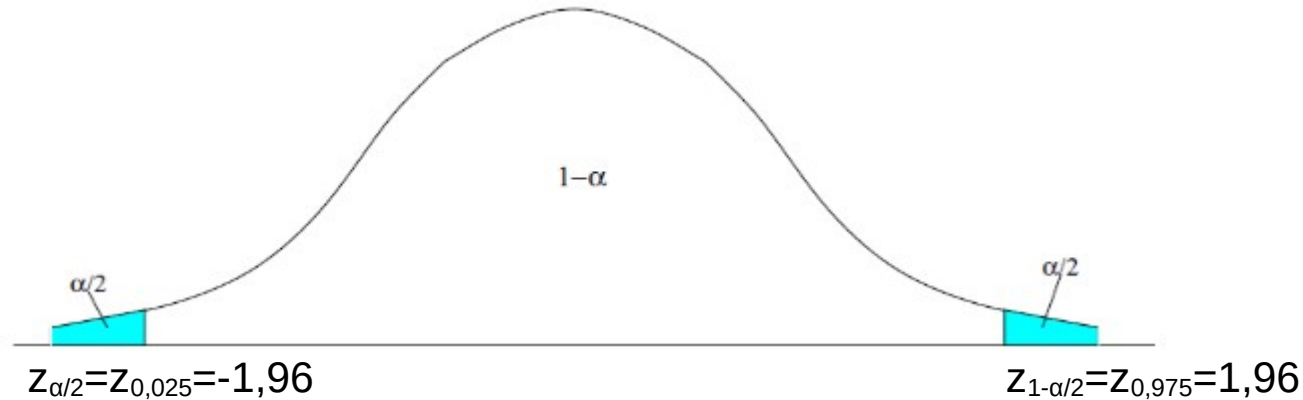
Εφόσον μελετάμε μέσους όρους, μας είναι γνωστή η απόκλιση και το μέγεθος του δείγματος είναι 100 θα χρησιμοποιήσουμε το στατιστικό

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Όπου \bar{x} : ο μέσος όρος του δείγματος, δηλ 7,5

α) Αμφίπλευρος έλεγχος

Εφόσον μας ζητάνε να ελέγξουμε την υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $5\%=0,05$ βρίσκουμε τις κριτικές τιμές του κριτηρίου Z που θέτουν την περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης.



Η περιοχή εκτός των ορίων (η γαλάζια) είναι η περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης.

Υπολογίζουμε την τιμή του κριτηρίου:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{7,5 - 7}{1,3/10} = 3,846$$

Αφού $z_{0,975} = 1,96 < 3,846=Z$ σημαίνει ότι βρισκόμαστε στην περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης (H_0) και συνεπώς το φάρμακο αναμένεται να επηρεάζει τον ύπνο αυτών που το λαμβάνουν.

β) Μονόπλευρος έλεγχος

$H_0: \mu \leq \mu_0 = 7$ (μηδενική υπόθεση, θα πρέπει να είναι συμπληρωματική (το αντίθετο) της εναλλακτικής, δηλ. ότι δεν προκαλεί υπνηλία (δεν κάνει τίποτα ή προκαλεί διέγερση))

$H_1: \mu > \mu_0$ (εναλλακτική υπόθεση, η υπόθεση των ερευνητών ότι οι ώρες ύπνου με το φάρμακο αυξάνονται-προκαλεί υπνηλία)

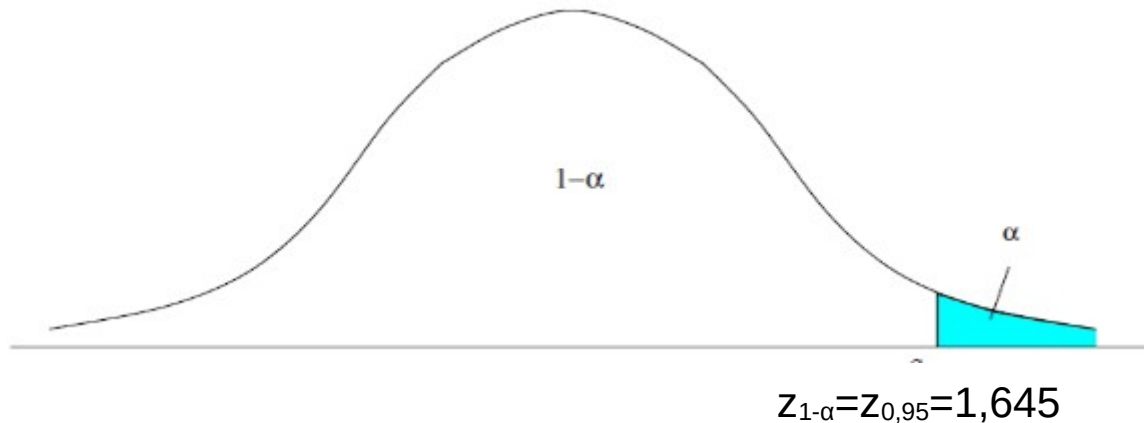
Όπως πριν, μελετάμε μέσους όρους, μας είναι γνωστή η απόκλιση και το μέγεθος του δείγματος είναι 100, οπότε θα χρησιμοποιήσουμε το στατιστικό

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Όπου \bar{x} : ο μέσος όρος του δείγματος, δηλ 7,5

β) Μονόπλευρος έλεγχος

Ομοίως, εφόσον μας ζητάνε να ελέγξουμε την υπόθεση σε επίπεδο σημαντικότητας $5\%=0,05$ βρίσκουμε τις κριτικές τιμές του κριτηρίου Z που θέτουν την περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης.



Η περιοχή εκτός του ορίου (η γαλάζια) είναι η περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης.

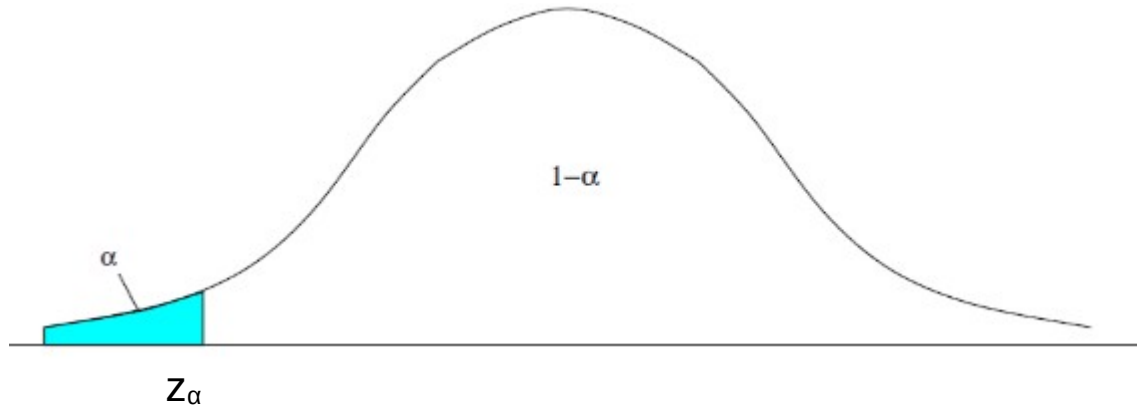
Ο υπολογισμός του κριτηρίου έχει γίνει στο α) ερώτημα:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{7,5 - 7}{1,3/10} = 3,846$$

Αφού $z_{0,95} = 1,645 < 3,846 = Z$ σημαίνει ότι βρισκόμαστε στην περιοχή απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης (H_0) και συνεπώς το φάρμακο αναμένεται να αυξάνει τις ώρες ύπνου (υπνηλία) αυτών που το λαμβάνουν.

ΘΕΩΡΙΑ

Στην περίπτωση που θέλουμε να κάνουμε μονόπλευρο έλεγχο από αριστερά ($H_0: \mu \geq \mu_0$ & $H_1: \mu < \mu_0$) η περιοχή απόρριψης θα οριζόταν:



4η Εργασία

"Επηρεάζει η διαφήμιση την αγοραστική συμπεριφορά των καταναλωτών; Έλεγχος υποθέσεων με τη χρήση του t -test για τη σύγκριση μέσων τιμών"

(Z-test)

Σχόλιο για την 4η εργασία

Κάντε τη δική σας έρευνα και φτιάξτε μια δική σας ερευνητική υπόθεση (το παράδειγμα θα σας βοηθήσει να δείτε πως μπορούμε να ποσοτικοποιήσουμε μία ποιοτική έρευνα, δηλαδή να χρησιμοποιήσουμε αριθμούς, όπως στο παράδειγμα η υπνηλία σε ώρες ύπνου) και κάντε τον έλεγχο υπόθεσης. Επιλέξτε αν θα κάνετε αμφίδρομο ή μονόπλευρο έλεγχο (η λέξη επηρεάζει μπορεί να ερμηνευτεί αναλόγως...). Χρησιμοποιείστε το κριτήριο Z, όπως στο παράδειγμα.

ΤΕΛΟΣ