

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΕΡΓΩΝ

Κάθε έργο αποτελεί ένα οικονομικό μηχανισμό, ο οποίος αναλώνει, αλλά και παράγει χρήμα. Οι εμπλεκόμενοι στο έργο προσφέρουν κεφάλαια, εργασία, υλικά, γνώσεις και δεξιότητες με βασικότερο στόχο να κερδίσουν χρήματα!

Συνεπώς η ανάληψη έργου, μικρό ή μεγάλο, κρύβει μέσα της μια βασική επιδίωξη: **«Πώς να δαπανηθούν λιγότερα χρήματα και να αποκτηθούν περισσότερα»**. Λανθασμένες εκτιμήσεις μπορεί να οδηγήσουν τους εμπλεκόμενους στο έργο, είτε σε οικονομική ζημιά είτε και σε οικονομική καταστροφή.

Μια αξιολόγηση και έπειτα επιλογή ενός έργου προς υλοποίηση παρουσιάζει δύο οπτικές γωνίες:

- i. Αν αξίζει τον κόπο να αναλάβει (ή να προσπαθήσει να αναλάβει) ο εργολήπτης την υλοποίηση ενός προτεινόμενου έργου.
- ii. Ποιο ανάμεσα από διάφορα προτεινόμενα έργα, συμφέρει να αναλάβει για υλοποίηση ο εργολήπτης.

1. Τεχνικές Επιλογής και Αξιολόγησης Έργου

Έχοντας καθορίσει τα κριτήρια επιλογής και αξιολόγησης ενός συγκεκριμένου έργου χρησιμοποιούνται διάφορες τεχνικές για την εξαγωγή συμπερασμάτων.

Οι βασικότερες από αυτές είναι οι εξής:

- i. **Τα Μη Αριθμητικά Μοντέλα (Non Numeric Models)**, που αποτελούν τρόπους επιλογής που βασίζονται ουσιαστικά στην υποκειμενικότητα εκείνων που λαμβάνουν αποφάσεις.
- ii. **Τα Αριθμητικά Μοντέλα Κερδοφορίας (Numeric Models – Profitability)**, που βασίζονται στην εξέταση της χρηματοοικονομικής άποψης του έργου. Ουσιαστικά εξετάζεται η απόδοση της αρχικής επένδυσης του εργολήπτη.

Περίοδος αποπληρωμής (Payback Period)

Σε αυτό το μοντέλο αξιολόγησης **το βάρος πέφτει στον χρόνο επιστροφής του αρχικού ποσού της επένδυσης C που απαιτεί ένα έργο.** Αν για παράδειγμα, μια εταιρία χρειάζεται να επενδύσει C ποσό σε δύο διαφορετικές προτεινόμενες περιπτώσεις έργων, τότε, σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο αξιολόγησης θα προτιμήσει την περίπτωση που γίνεται πιο γρήγορα η αποπληρωμή του αρχικού κόστους επένδυσης. Αυτή η μέθοδος μπορεί να είναι εύκολη και πρακτική όσο ακούγεται, έχει όμως το βασικότερο μειονέκτημα ότι **δεν λαμβάνεται υπ' όψιν η πραγματική (χρονική) αξία του χρήματος.**

Περίοδος επανέσπραξης μιας επένδυσης = αριθμός των ετών λειτουργίας της επένδυσης, στον οποίο αθροιστικά οι ετήσιες καθαρές χρηματικές εισροές ισούται με το άθροισμα των καθαρών επενδυτικών χρηματικών εκροών στην περίοδο προγραμματισμού και υλοποίησης της.

Παράδειγμα

Δύο προς αξιολόγηση προτεινόμενες περιπτώσεις ανάληψης έργων A και B απαιτούν την ίδια αρχική επένδυση (C) **€2.000.000**. Οι χρηματικές εισροές στις δύο αυτές περιπτώσεις εμφανίζονται στον πίνακα.

	Χρηματικές Εισροές (σε ευρώ)	
Έτος	Περίπτωση A	Περίπτωση B
1ο	900.000	300.000
2ο	900.000	400.000
3ο	200.000	1.200.000
4ο	600.000	800.000
Σύνολα	2.600.000	2.700.000

Και οι δύο περιπτώσεις μελετώνται για 4 έτη, $n = 4$

Για την περίπτωση A, με συνολικά έσοδα $E = €2.600.000$

$$\text{Μέσο ετήσιο Κέρδος} = 2.600.000 - 2.000.000 / 4 = €152.000$$

$$\text{Επιστροφή επένδυσης} = (152.000 \times 100) / 2.000.000 = 7,5\%$$

Για την περίπτωση B, με συνολικά έσοδα $E = €2.700.000$

$$\text{Μέσο ετήσιο Κέρδος} = 2.700.000 - 2.000.000 / 4 = €175.000$$

$$\text{Επιστροφή επένδυσης} = (175.000 \times 100) / 2.000.000 = 8,75\%$$

Επιλέγουμε την Περίπτωση B

Πλεονέκτημα αυτής της τεχνικής αποτελεί η εύκολη χρήση της αλλά ως μειονέκτημα θεωρείται ότι παρουσιάζει το κέρδος ως μέσο όρο.

Δεν εξετάζει τις χρηματοροές μετά τν περίοδο επανείσπραξης

Δεν εξετάζει τη χρονική αξία του χρήματος.

Δεν λαμβάνει υπόψη , ούτε και κατά την περίοδο επανείσπραξης , το κόστος των κεφαλαίων που δεσμεύονται.

Στο προηγούμενο παράδειγμα επιλέχθηκε η περίπτωση B, αν και η A παρουσιάζει καλύτερες επιστροφές κεφαλαίου και είναι πολύ πιθανό να είναι οικονομικά πιο συμφέρουσα (πληθωρισμός, επιτόκια).

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Κεφάλαιο, τόκος, επιτόκιο

Ο τόκος T , που αποδίδει το κεφάλαιο C για μια χρονική περίοδο t με δεδομένο επιτόκιο r δίδεται από τη σχέση:

$$T = Crt$$

Η ενσωμάτωση του τόκου, που προήλθε από ένα κεφάλαιο, στο κεφάλαιο που το παρήγαγε, ονομάζεται **κεφαλαιοποίηση**. Η κεφαλαιοποίηση μπορεί να είναι:

Απλή: όταν ο τόκος που παράγεται σε μια περίοδο δεν κεφαλαιοποιείται και επομένως δεν είναι τοκοφόρος την επόμενη χρονική περίοδο. Ο τόκος που παράγεται ονομάζεται απλός τόκος. Η απλή κεφαλαιοποίηση εφαρμόζεται σε οικονομικές πράξεις με διάρκεια μικρότερη του ενός έτους (βραχυπρόθεσμη πράξη).

Σύνθετη (ή ανατοκισμός): όταν ο τόκος που παράγεται στο τέλος καθεμιάς των ίσων χρονικών περιόδων, ενσωματώνεται στο κεφάλαιο και είναι τοκοφόρος την επόμενη χρονική περίοδο. Επομένως, το κεφάλαιο κάθε χρονικής περιόδου είναι ίσο προς το κεφάλαιο της προηγούμενης χρονικής περιόδου αυξημένο κατά τον τόκο του.

Παράδειγμα

Μια κατασκευαστική εταιρεία, προκειμένου να χρηματοδοτήσει την κατασκευή ενός έργου, δανείζεται από μια τράπεζα ποσό $C_0 = 500.000$ € για χρόνο $t = 2$ έτη με επιτόκιο $r = 12\%$. Να υπολογιστεί το χρέος της εταιρείας προς την τράπεζα στο τέλος του 2^{ου} έτους.

Ο τόκος στο τέλος του 1^{ου} έτους θα ισούται με:

$$T = 500.000(0,12) = 60.000 \text{ €}.$$

Το κεφάλαιο που θα τοκιστεί στην αρχή του 2^{ου} έτους θα ισούται με:

$$500.000 + 60.000 = 560.000 \text{ €}$$

Έτσι το χρέος της εταιρείας προς την τράπεζα στο τέλος του 2^{ου} έτους είναι:

$$560.000 + 560.000(0,12) = 627.000 \text{ €}.$$

Δηλαδή πέραν του αρχικού κεφαλαίου των 500.000 € η εταιρεία θα οφείλει στο τέλος του 2^{ου} έτους επιπλέον τόκους 127.000 €.

Γενικεύοντας: Η αξία του χρηματικού κεφαλαίου C_0 στο τέλος t περιόδων $t = 1, 2, 3, \dots, n$, ονομάζεται τελική αξία του C_0 και συμβολίζεται με C_t

$$C_t = C_0(1+r)^t \text{ εξίσωση ανατοκισμού.}$$

Ο συντελεστής $(1+r)^t$ ονομάζεται συντελεστής ανατοκισμού.

Παράδειγμα:

Να υπολογιστεί η τελική αξία κεφαλαίου C_0 στο τέλος 5 ετών, όταν το ετήσιο επιτόκιο είναι $r=6\%$.

Χρησιμοποιώντας την εξίσωση ανατοκισμού:

$$C_5 = 10.000(1+0,06)^5 = 10.000(1,338) = \mathbf{13.382 \text{ €}}$$

Παράδειγμα:

Στο προηγούμενο παράδειγμα ζητείται να υπολογιστεί η τελική αξία του αρχικού κεφαλαίου, όταν το επιτόκιο είναι εξαμηνιαίο $r=6\%$.

Η διαφορά από το προηγούμενο παράδειγμα βρίσκεται στην περίοδο ανατοκισμού. Επειδή ο ανατοκισμός γίνεται ανά εξάμηνο, οι περίοδοι κεφαλαιοποίησης του τόκου είναι $t=10$, συνεπώς:

$$C_{10} = 10.000(1+0,06)^{10} = 10.000(1,79) = \mathbf{17.900 \text{ €}}$$

Καθαρή Παρούσα Αξία (Net Present Value – NPV)

Η τεχνική της καθαρής παρούσας αξίας βασίζεται στην πραγματική αξία του χρήματος, λαμβάνοντας υπ' όψιν πληθωρισμό, ανατιμήσεις και επιτόκια, δηλαδή το **Κόστος του κεφαλαίου (Cost of Capital)**.

Αν υποθέσουμε ότι για το τρέχον έτος το κόστος κεφαλαίου είναι 10%, η αξία €1.000.000 σήμερα, θα έχει γίνει μετά από ένα έτος €900.000 (παρούσα αξία).

Συνεπώς κάθε ποσό μειώνεται κατά κάποιο ποσό πολλαπλασιάζοντας την εισροή επί κάποιο **Συντελεστή Προεξόφλησης (Discount Factor)**, του οποίου η τιμή καθορίζεται από τον τύπο:

Συντελεστής Προεξόφλησης : $1 / (1 + κ)^n$

Όπου $κ$ το προβλεπόμενο κόστος κεφαλαίου του έτους (ο πληθωρισμός, οι ανατιμήσεις κτλ..)

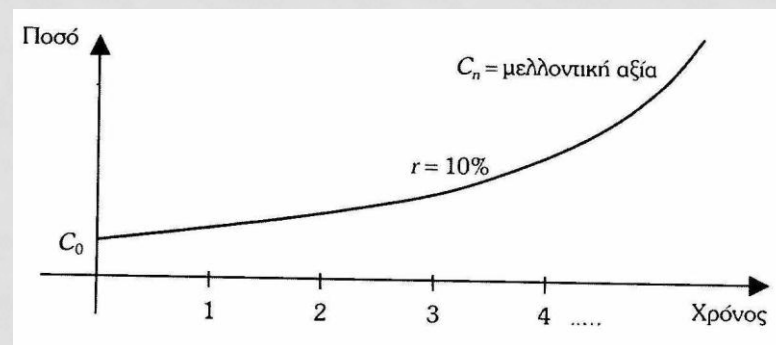
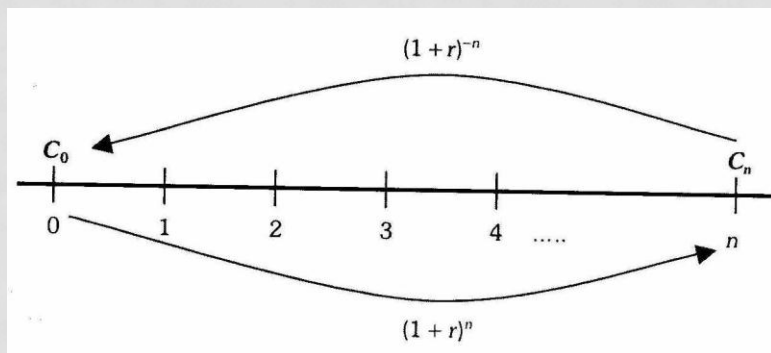
Όπου n ο αριθμός των ετών από την ημερομηνία έναρξης των εισροών.

Αν οι παρούσες αξίες κάθε έτους προστεθούν και από το άθροισμά τους αφαιρεθεί η αρχική επένδυση, η διαφορά που προκύπτει αποτελεί την Καθαρή Παρούσα Αξία της επένδυσης.

Γενικά

για την μεταφορά ενός ποσού στο μέλλον, το πολλαπλασιάζουμε με το συντελεστή ανατοκισμού $(1+r)^n$

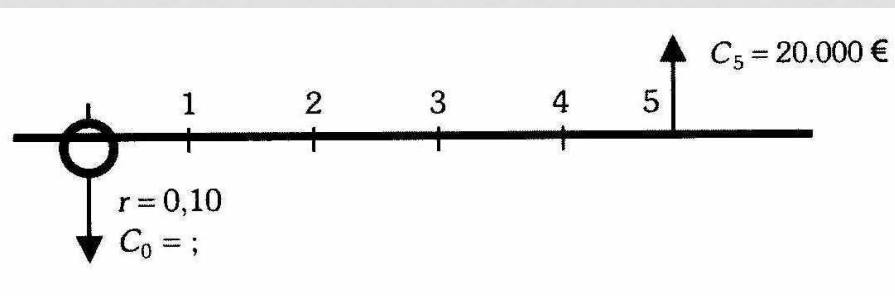
για την μεταφορά ενός ποσού στο παρελθόν το πολλαπλασιάζουμε επί το συντελεστή $1/(1+r)^n$



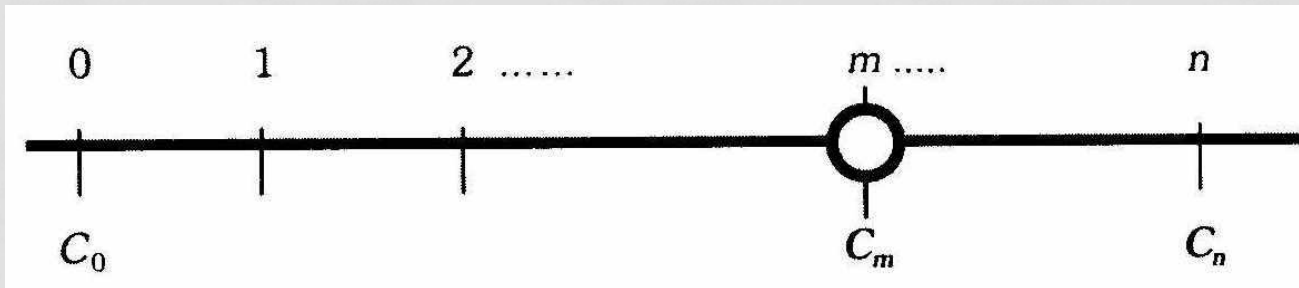
Παράδειγμα

Ζητείται να υπολογιστεί το κεφάλαιο C_0 , το οποίο θα πρέπει να κατατεθεί σήμερα προς ετήσιο επιτόκιο $r=10\%$ ώστε να σχηματίσει κεφάλαιο $C_5 = 20.000 \text{ €}$ στο τέλος των 5 ετών:

$$C_0 = 20.000(1+0,10)^{-5} = 12.418 \text{ €}$$



Αν η ημερομηνία αξιολόγησης είναι μια ενδιάμεση χρονική στιγμή m της χρονικής στιγμής **0** και της χρονικής στιγμής **n** τότε ο άξονας του χρόνου είναι ο ακόλουθος:



Η αξία C_m θα ισούται με την αξία C_n προεξοφλημένη κατά $(n-m)$ περιόδους.

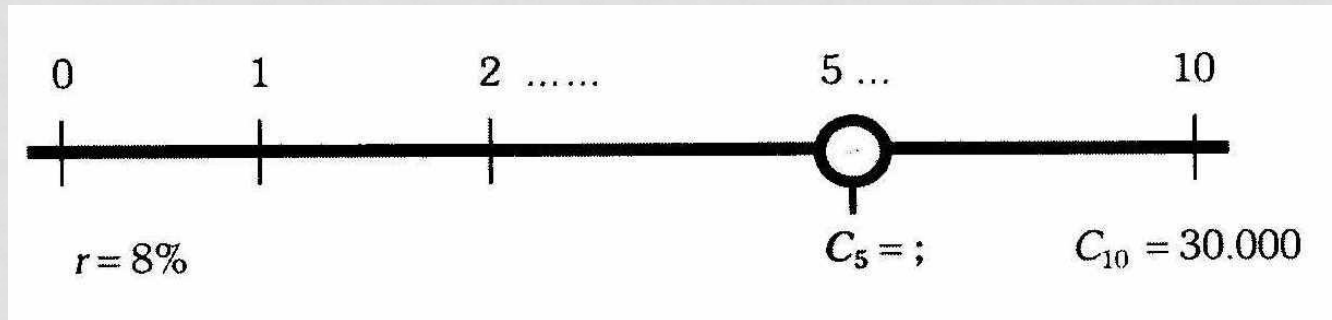
$$C_m = C_n(1+r)^{-(n-m)}$$

Επίσης η αξία C_m εάν υποθεθεί ότι είναι η τελική αξία του αρχικού κεφαλαίου C_0 , τότε θα ισχύει:

$$C_m = C_0(1+r)^m$$

Παράδειγμα

Εάν η αξία ενός χρηματικού ποσού στο τέλος του 10^{ου} έτους είναι $C_{10} = 30.000$ €, να υπολογιστεί η αξία του στο τέλος των 5 ετών, με ετήσιο επιτόκιο προεξόφλησης $r=8\%$.



Θα έχουμε ότι:

$$C_5 = C_{10}(1+r)^{-(10-5)} = 30.000 (1+0,08)^{-5} = 30.000(0,6806) = 20.148€.$$

Παράδειγμα

Δύο προς αξιολόγηση προτεινόμενες περιπτώσεις ανάληψης έργων A και B απαιτούν την ίδια αρχική επένδυση (C) €2.000.000. Οι χρηματικές εισροές στις δύο αυτές περιπτώσεις εμφανίζονται στον πίνακα. Εφαρμόστε την τεχνική της καθαρής παρούσας αξίας και επιλέξτε ποια περίπτωση έργου συμφέρει οικονομικά να αναληφθεί. Το προβλεπόμενο κόστος κεφαλαίου ανέρχεται σε $k = 10\%$

	Χρηματικές Εισροές (σε ευρώ)	
Έτος	Περίπτωση A	Περίπτωση B
1ο	900.000	300.000
2ο	900.000	400.000
3ο	200.000	1.200.000
4ο	600.000	800.000
Σύνολα	2.600.000	2.700.000

Ο συντελεστής προεξόφλησης είναι ίσος με:

$$\text{για } n = 1 \text{ θα είναι: } 1 / (1 + 0,1)^1 = 0,9091$$

$$\text{για } n = 2 \text{ θα είναι: } 1 / (1 + 0,1)^2 = 0,8264$$

και ούτω κάθε εξής για $n = 3, 4, \dots$

Έτσι υπολογίζοντας τους συντελεστές προεξόφλησης και για τα 4 έτη θα έχουμε τον παρακάτω πίνακα.

Έτος	Συντελεστής προεξόφλησης
1ο	0.9091
2ο	0.8264
3ο	0.7513
4ο	0.6830

Η καθαρή παρούσα αξία δίνεται από την σχέση:

$$\sum_{t=1}^n \frac{R_t}{(1+k)^t} - C_0$$

Όπου R_t : χρηματικές εισροές και n τα έτη εξέτασης

Έτη	Περίπτωση Α	Περίπτωση Β
1ο	818.190	272.730
2ο	734.760	330.560
3ο	150.260	901.560
4ο	409.800	546.400
Σύνολα	2.113.010	2.051.250
Καθαρή παρούσα αξία	113.010	51.250

Οπότε επιλέγουμε την περίπτωση Α, αφού $113.010 > 51.250$

Συντελεστής καθαρής Παρούσας Αξίας

Πλεονεκτήματα αυτής τη τεχνικής θεωρούνται ότι λαμβάνεται κυρίως υπ' όψιν η μεταβολή της αξίας του χρήματος, σε σχέση με τον χρόνο, ο πληθωρισμός και η μεταβολή των τιμών.

Μειονέκτημα αυτής της τεχνικής είναι ότι χρησιμοποιεί σταθερό κόστος κεφαλαίου καθ' όλη τη διάρκεια του έργου, το οποίο γενικά δεν ευσταθεί και ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε βραχυπρόθεσμα έργα μόνο αφού βασίζεται σε προβλέψεις εισροών και επιτοκίων, τα οποία μακροπρόθεσμα περικλείουν μεγάλο βαθμό επικινδυνότητας.

Εσωτερικός Συντελεστής Απόδοσης Επένδυσης (Internal Rate of Return – IRR)

Αποτελεί τεχνική που στηρίζεται στον υπολογισμό του συντελεστή προεξόφλησης, ο οποίος μηδενίζει την καθαρή παρούσα αξία, δηλαδή αναζητείται ο **k**, για τον οποίο ισχύει:

$$\sum_{i=1}^n \frac{R_i}{(1+k)^i} - C_0 = 0$$

Όσο μεγαλύτερος είναι ο k τόσο πιο αποδοτική είναι η επένδυση

Επιστρέφοντας στα δεδομένα της προηγούμενης άσκησης θα πρέπει να γίνουν ξεχωριστές δοκιμές για τις δύο περιπτώσεις **(A και B)** με στόχο να υπολογιστεί σε κάθε περίπτωση ο **k**, που μηδενίζει την καθαρή παρούσα αξία.

Για την περίπτωση A ξεκινάμε με **k = 13%** και προκύπτει ο παρακάτω πίνακας

Περίπτωση Α με $k = 13\%$

Έτος	Συντ. Προεξόφλησης	Εισροή	Παρούσα Αξία
1ο	0.8850	900.000	796.500
2ο	0.7831	900.000	704.790
3ο	0.6930	200.000	138.600
4ο	0.6133	600.000	367.980
Σύνολα		2.600.000	2.007.870
			Κ.Π.Α = 7.870

Σύμφωνα με τον πίνακα, προέκυψε θετική καθαρή παρούσα αξία **(7.870)**.

Έτσι, αυξάνεται ο k και λαμβάνει τώρα τιμή 14%.

Περίπτωση Α με $k = 14\%$

Έτος	Συντελεστής Προεξόφλησης	Εισροή	Παρούσα Αξία
1 ^ο	0.8772	900.000	789.480
2 ^ο	0.7695	900.000	692.550
3 ^ο	0.6750	200.000	135.000
4 ^ο	0.5921	600.000	355.260
Σύνολα		2.600.000	1.972.290

Διαπιστώνεται ότι, τώρα, η καθαρή παρούσα αξία είναι αρνητική **(-27.710)**.

Συνεπώς, μηδενίζεται για τιμές του k μεταξύ του 13% και 14%.

Με τον ίδιο συλλογισμό γίνονται οι υπολογισμοί για την περίπτωση **B**. Η εκκίνηση γίνεται με **k = 11%**.

Περίπτωση B με k = 11%

Έτος	Συντελεστής Προεξόφλησης	Εισροή	Παρούσα Αξία
1°	0.9009	300.000	270.270
2°	0.8116	400.000	324.640
3°	0.7312	1.200.000	877.440
4°	0.6587	800.000	526.960
Σύνολα		2.700.000	1.999.310
			Κ.Π.Α. = -690

Ήδη με την πρώτη προσπάθεια η καθαρή παρούσα αξία έγινε αρνητική **(-690)**, ενώ από το προηγούμενο παράδειγμα με **k = 10%** ήταν **θετική (51.250)**.

Συνεπώς, μηδενίζεται για τιμές του k μεταξύ του 10% και 11%.

Η περίπτωση A δίνει την καλύτερη απόδοση επένδυσης, αφού $13% < k < 14%$.

Αυτή η τεχνική επιτρέπει τη σύγκριση της απόδοσης, σε σχέση με το κόστος κεφαλαίου.

Ανάλυση του Νεκρού Σημείου (Break – Even Analysis)

Η μέθοδος αυτή προσδιορίζει το σημείο στο οποίο η αξία των πωλήσεων καλύπτει το κόστος παραγωγής, με συνέπεια τα κέρδη να είναι μηδέν. Δείχνει, δηλαδή, το ελάχιστο των προϋποθέσεων υπό τις οποίες μια επιχείρηση μπορεί να λειτουργεί.

Τα συνολικά έξοδα μιας επιχείρησης **C** είναι **συνάρτηση του όγκου παραγωγής Q** δηλαδή **$C = f(Q)$** . **Ανάλογα με τη μορφή της συνάρτησης, τα έξοδα της επιχείρησης, διακρίνονται σε σταθερά και μεταβλητά.**

Σταθερά έξοδα (Fixed). Τα σταθερά έξοδα είναι ανεξάρτητα του βαθμού δραστηριότητας της επιχείρησης. Ως σταθερά έξοδα μιας επιχείρησης μπορούν να αναφερθούν τα ενοίκια, τα ασφάλιστρα των μηχανών, τα διοικητικά έξοδα, το χρηματοδοτικό κόστος, οι αποσβέσεις κτλ..

Μεταβλητά έξοδα (Variable). Τα μεταβλητά έξοδα μεταβάλλονται ανάλογα με το βαθμό δραστηριότητας της επιχείρησης. Ως μεταβλητά έξοδα μπορούμε να αναφέρουμε τα καύσιμα, τις πρώτες ύλες κτλ..

Αν θεωρήσουμε

- **C** Συνολικά έξοδα επιχείρησης.
- **Q** Όγκος παραγωγής.
- **a** σταθερά έξοδα.
- **μ** μεταβλητά έξοδα.

$$\text{Τότε } \mathbf{C = a + \mu Q}$$

Έστω ότι η παραγωγική ικανότητα μιας επιχείρησης είναι Q_m μονάδες ετησίως, και το προϊόν της διατίθεται στην αγορά στην τιμή των P ευρώ ανά μονάδα. Εάν η επιχείρηση λειτουργήσει στην πλήρη παραγωγική της δυναμικότητα, παράγοντας και διαθέτοντας Q_m μονάδες προϊόντος, θα έχει ένα σταθερό ετήσιο κόστος a ευρώ. Το μεταβλητό της κόστος θα είναι αναλογικό με την παραγωγή και έστω ότι ισούται με μ δραχμές ανά μονάδα προϊόντος .

Με βάση τα παραπάνω δεδομένα, τα έσοδα E και το κόστος C για την επιχείρηση θα είναι ίσα με:

$$\mathbf{E = PQ}$$

$$\mathbf{C = a + \mu Q}$$

Το νεκρό σημείο είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\mathbf{E(Q) - C(Q) = 0}$ ή $\mathbf{E(Q) = C(Q)}$, δηλαδή το σημείο στο οποίο η επιχείρηση δεν έχει κέρδη ούτε ζημιές.

Το νεκρό σημείο θα υπολογίζεται λοιπόν από τη σχέση

$$E_v = C_v$$

Επομένως $PQ_v = a + \mu Q_v$

$$Q_v = \frac{a}{P - \mu}$$

Συνεπώς, ο όγκος των πωλήσεων που αντιστοιχεί στο νεκρό σημείο είναι Q_v μονάδες προϊόντος ετησίως.

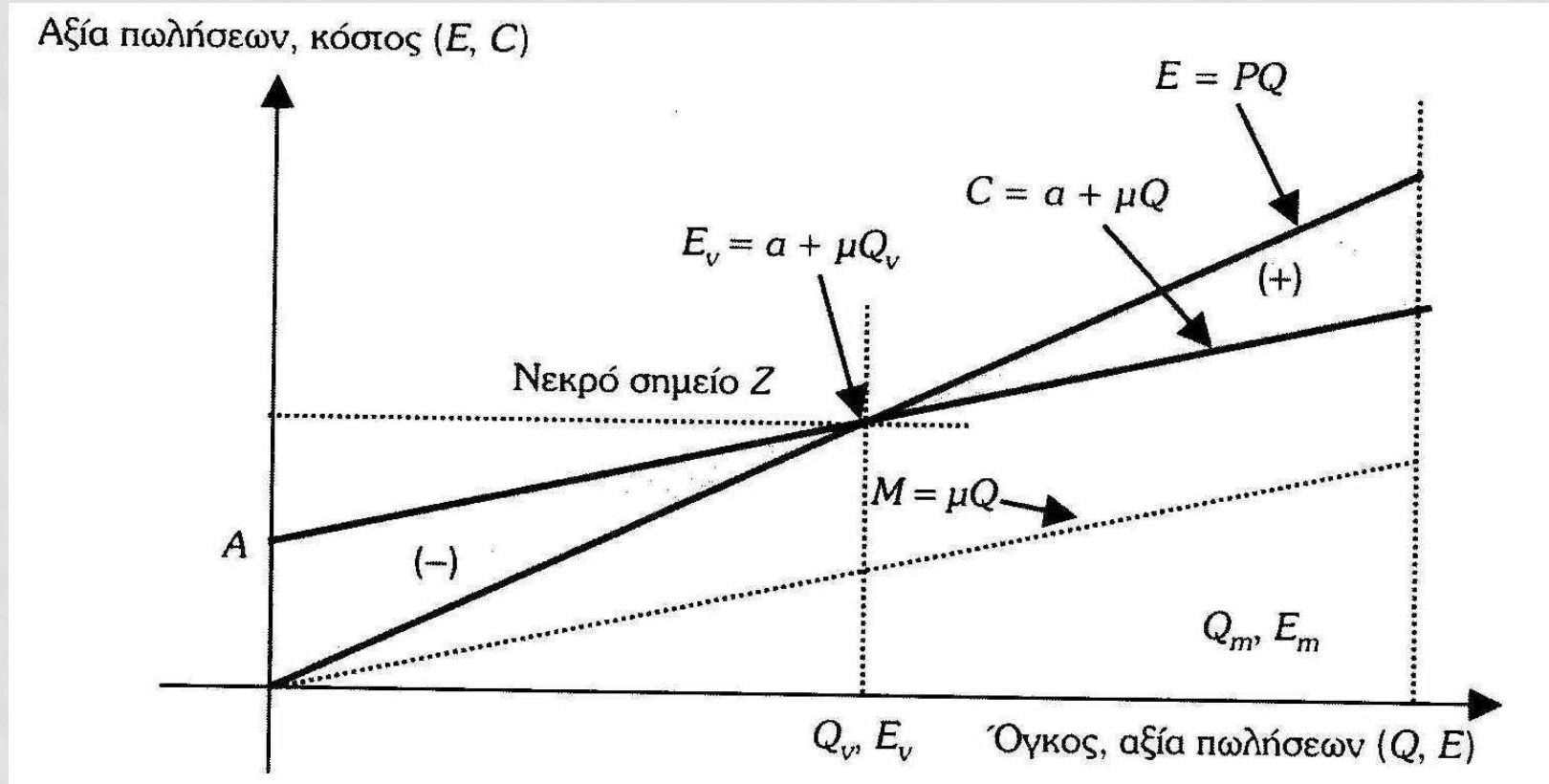
Για τον υπολογισμό της αξίας των πωλήσεων που αντιστοιχεί στο νεκρό σημείο, δηλαδή E_v , έχουμε:

$$E_v = PQ_v = \frac{\alpha P}{P - \mu} \quad \text{ή} \quad E_v = \frac{\alpha}{1 - \frac{\mu}{P}}$$

Για τον υπολογισμό του όγκου παραγωγής που θα επιφέρει κέρδος K_x , θα έχουμε:

$$K_x = PQ_x - (a + \mu Q_x) = Q_x = \frac{K_x + a}{P - \mu}$$

Γραφική απεικόνιση του νεκρού σημείου



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Επιχείρηση παράγει ένα προϊόν και τα οικονομικά στοιχεία της παραγωγής είναι τα εξής:

- Τιμή πώλησης **$P = 100\text{€}/\text{μονάδα προϊόντος}$.**
- Τα μεταβλητά έξοδα ανά μονάδα προϊόντος είναι **$\mu = 20\text{€}/\text{μονάδα}$.**
- Τα σταθερά έξοδα της επιχείρησης είναι **$a = 200.000 \text{ €}$, και η μεγαλύτερη δυνατή παραγωγική ικανότητα της επιχείρησης είναι $Q_m = 4.000 \text{ μονάδες προϊόντος}$.**

Ζητούνται:

- Ο υπολογισμός του νεκρού σημείου του βαθμού δραστηριότητας και των πωλήσεων.
- Ο βαθμός δραστηριότητας που επιφέρει $€50.000$ κέρδος στην επιχείρηση.
- Το κέρδος της επιχείρησης όταν λειτουργεί στην πλήρη παραγωγική της δυναμικότητα.

Το νεκρό σημείο του βαθμού δραστηριότητας είναι:

$$Q_v = \frac{\alpha}{P - \mu} = \frac{200.000}{100 - 20} = 2.500$$

Δηλαδή, για παραγωγή μικρότερη των 2.500 μονάδων προϊόντος, η επιχείρηση έχει ζημιά, για παραγωγή ίση με 2.500 μονάδες προϊόντος η επιχείρηση βρίσκεται σε ισοζύγιο, ενώ για παραγωγή μεγαλύτερη από 2.500 μονάδες προϊόντος η επιχείρηση έχει κέρδος.

Το νεκρό σημείο των πωλήσεων θα είναι:

$$Q_v P = E_v = \frac{\alpha P}{P - \mu} = \frac{\alpha}{1 - \frac{\mu}{P}} = \frac{200.000}{1 - \frac{20}{100}} = 250.000 \text{ευρώ}$$

Για κέρδος €50.000 θα έχουμε βαθμό δραστηριότητας:

$$Q_z P = \frac{K_z + \alpha}{P - \mu} = \frac{50.000 + 200.000}{100 - 20} = 3.125$$

Το μεγαλύτερο δυνατό κέρδος της επιχείρησης θα ισούται με: $K_{\max} = P Q_{\max} - (\alpha + \mu Q_{\max})$. Με τα δεδομένα του προβλήματος θα έχουμε: $K_{\max} = 100(4.000) - 200.000 + 20(4.000) = K_{\max} =$
120.000€

ΤΟ ΝΕΚΡΟ ΣΗΜΕΙΟ ΣΕ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ

Η υπόθεση για γραμμική μεταβολή του κόστους και των εσόδων της επιχείρησης με τον όγκο παραγωγής, στην πραγματικότητα συνήθως δεν ισχύει.

Η σχέση ανάμεσα στον όγκο παραγωγής και τα σταθερά / μεταβλητά έξοδα συνήθως είναι μη γραμμική.

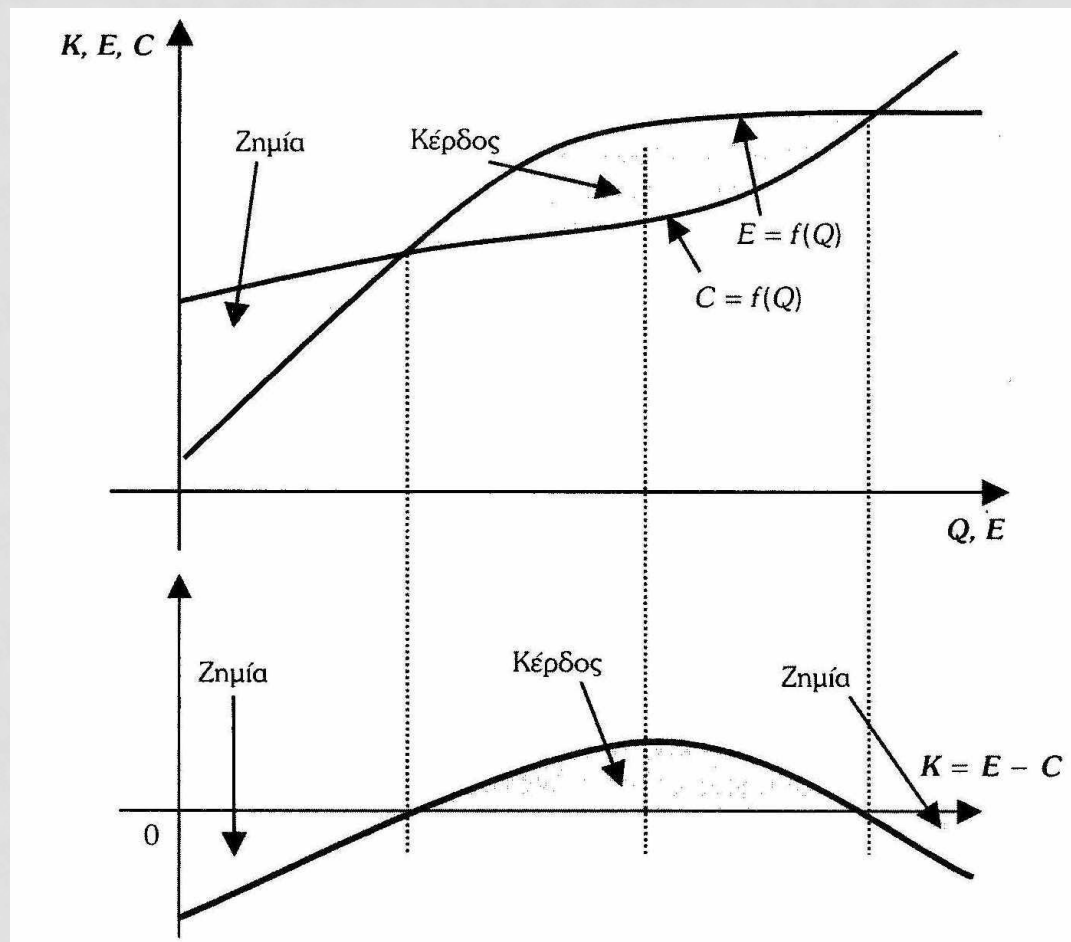
Στο μη γραμμικό μοντέλο οι συντελεστές **a**, **P**, **μ** μεταβάλλονται μαζί με το βαθμό δραστηριότητας της επιχείρησης (όσο περισσότερες είναι οι ποσότητες υλικών που προμηθεύεται η επιχείρηση τόσο μικτότερη είναι η τομή προμήθειας τους, η τιμή πώλησης μειώνεται όσο αυξάνεται ο όγκος παραγωγής κ.λ.π.)

Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι:

$$\mu = a_1 + \mu_1 Q \text{ και } C = a + \mu Q \rightarrow C = a + a_1 Q + \mu_1 Q^2$$

Η γραφική απεικόνιση της μη γραμμικής σχέσης απεικονίζεται στο σχήμα που ακολουθεί.

Το νεκρό σημείο στην μη γραμμική περίπτωση



Αν υποθέσουμε ότι σε μια επιχείρηση τα μεταβλητά έξοδα δίνονται από τη σχέση: $\mu=5+0,005Q$. Επίσης, ο όγκος παραγωγής εξαρτάται από την τιμή του παραγόμενου προϊόντος σύμφωνα με τη σχέση: $Q=100.000 +1.000P$. Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει η τιμή του προϊόντος ίση με $P=100-0,001Q$.

Τα συνολικά έσοδα ισούνται με:

$$E = PQ = (100-0,001Q)Q = 100Q - 0,001Q^2$$

Και το κόστος παραγωγής θα ισούται με:

$$C = a + \mu Q = a + (5+0,005Q)Q = a+5Q+0,005Q^2$$

Υποθέτοντας ότι $a=200.000$ έχουμε ότι:

$$C = 200.000 + 5Q + 0,005Q^2$$

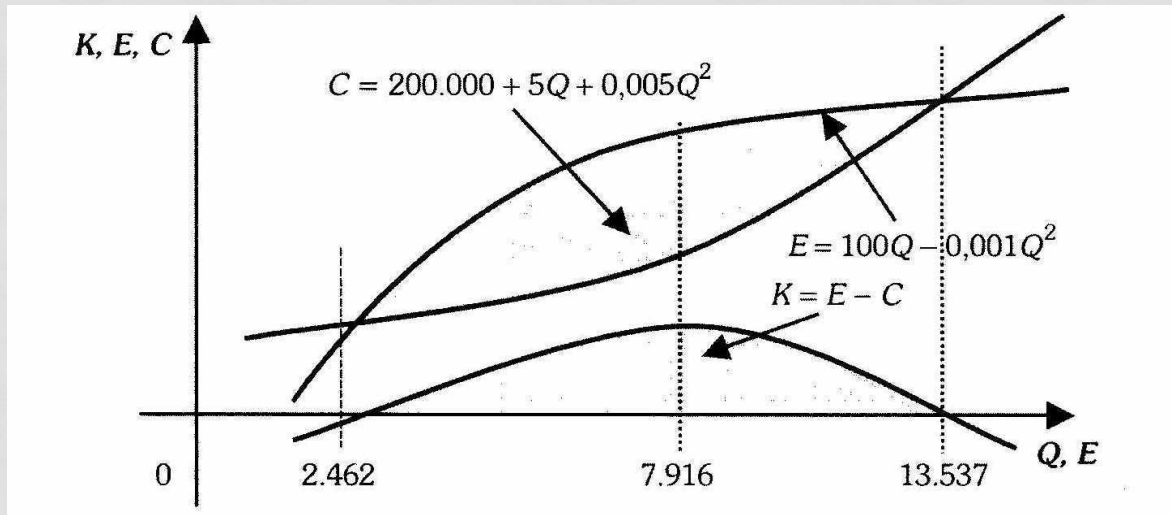
Το νεκρό σημείο θα υπολογιστεί από τη σχέση:

$$E = C \quad 100Q - 0,001Q = 200.000 + 5Q + 0,005Q^2$$

$$\text{ή } 0,006Q^2 - 95Q + 200.000 = 0$$

Οι λύσεις της δευτεροβάθμιας εξίσωσης είναι τα νεκρά σημεία:

$$Q_{1v} = 2.462 \text{ μονάδες και } Q_{2v} = 2.462$$



Οι τιμές πώλησης που αντιστοιχούν σε αυτά τα νεκρά σημεία είναι:

$$E_{1V} = P_1 Q_{1V} = 100Q_{1V} - 0,001Q_{1V}^2 \rightarrow P_1 = 97 \text{ νομισματικές μονάδες}$$

$$E_{2V} = P_2 Q_{2V} = 100Q_{2V} - 0,001Q_{2V}^2 \rightarrow P_2 = 97 \text{ νομισματικές μονάδες}$$

Ενώ τα αντίστοιχα συνολικά έσοδα θα είναι:

$$E_{1V} = 240.186 \text{ νομισματικές μονάδες}$$

$$E_{2V} = 1.170.468 \text{ νομισματικές μονάδες}$$

Για να υπολογίσουμε το βαθμό δραστηριότητας που αντιστοιχεί στο μεγαλύτερο κέρδος θα μηδενίσουμε την πρώτη παράγωγο της εξίσωσης:

$$K = E - C = -0,006Q^2 + 95Q - 200.000$$

Οπότε θα έχουμε

$$\frac{dK}{dQ} = \frac{d(-0,006Q^2 + 95Q - 200.00)}{dQ} = 0$$

Οπότε $Q_{\max} = 7.916$ μονάδες