



Γραμμική Άλγεβρα

Διάλεξη 4: Ευθείες και επίπεδα στον χώρο

ECE107 · Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών & Μηχανικών Υπολογιστών · ΕΛΜΕΠΑ

Τρίτη 6 Οκτωβρίου 2026

Μανίκης Γιώργος - manikis@hmu.gr



Ανακεφαλαίωση

Ορίζουσα 2×2	$ad - bc$
Εξωτερικό γινόμενο	κάθετο και στα δύο, «κρύβουμε μία στήλη»
Εμβαδόν	$\ \mathbf{u} \times \mathbf{v}\ $
Όγκος	$ \mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) $

Σήμερα: με διανύσματα περιγράφουμε **ευθείες** και **επίπεδα** στον χώρο.



Επανάληψη Διάλεξης 3

1. $(1, 0, 0) \times (0, 0, 1) = ?$

☐ A $(0, 1, 0)$ ☐ B 0 ☐ Γ $(0, -1, 0)$ ☐ Δ $(1, 0, 1)$

2. Αν $\|\mathbf{u} \times \mathbf{v}\| = 8$, το εμβαδόν του **τριγώνου** με πλευρές $\mathbf{u}, \mathbf{v}$:

☐ A 8 ☐ B 16 ☐ Γ $2\sqrt{2}$ ☐ Δ 4

3. $\mathbf{v} \times \mathbf{u} = ?$

☐ A $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ ☐ B $-(\mathbf{u} \times \mathbf{v})$ ☐ Γ 0 ☐ Δ $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$



forms.cloud.microsoft/e/
WFEab6s9mX



Στόχοι της διάλεξης

Στο τέλος θα μπορείτε να:

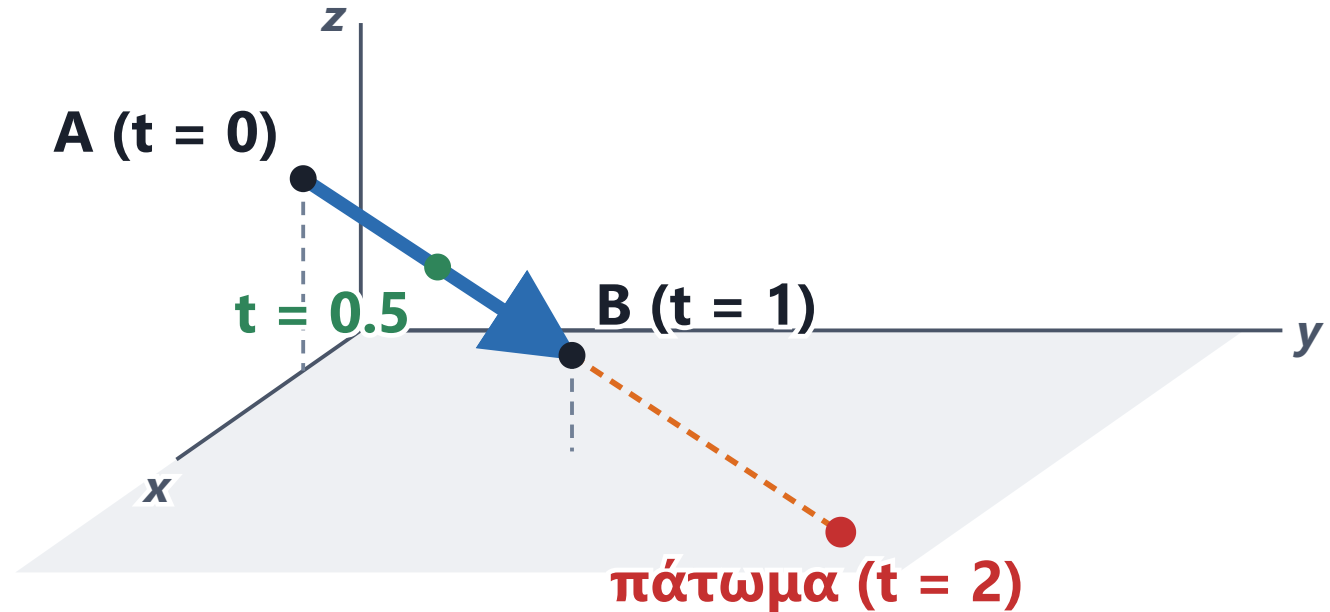
- Γράφετε την **παραμετρική εξίσωση ευθείας** από σημείο και κατεύθυνση, ή από δύο σημεία.
- Ελέγχετε αν ένα σημείο **ανήκει** σε ευθεία ή σε επίπεδο.
- Γράφετε την **εξίσωση επιπέδου** από σημείο και κάθετο, ή από τρία σημεία.
- Βρίσκετε το σημείο **τομής** ευθείας και επιπέδου.
- Υπολογίζετε την **απόσταση** σημείου από επίπεδο.

Ένα πρόβλημα

Πρόβλημα

Ρομποτικός βραχίονας μετακινεί το εργαλείο του σε **ευθεία γραμμή**, από το $A(1, 0, 2)$ στο $B(3, 4, 1)$ (σε dm), σε **1 δευτερόλεπτο**, με σταθερή ταχύτητα.

- Πού βρίσκεται στο **μισό δευτερόλεπτο**;
- Αν συνέχιζε στην ίδια ευθεία, πού θα **χτυπούσε το πάτωμα** ($z = 0$);





Από το Λύκειο στον χώρο

Στο επίπεδο (Λύκειο)

$$y = ax + b$$

- Μία εξίσωση.
- Η **κλίση** a δίνει την κατεύθυνση.

Στον χώρο

Δεν υπάρχει «μία κλίση». Χρειαζόμαστε:

- **ένα σημείο** P_0 της ευθείας και
- **μία κατεύθυνση**, ένα διάνυσμα $\mathbf{d}$.

Ιδέα: ξεκινάμε από το P_0 και κινούμαστε παράλληλα στο $\mathbf{d}$, μπροστά ή πίσω.



Παραμετρική εξίσωση ευθείας

Ορισμός 4.1 (ευθεία)

Η ευθεία που περνά από το $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ με διάνυσμα κατεύθυνσης $\mathbf{d} = (d_1, d_2, d_3)$:

$$\mathbf{r}(t) = P_0 + t \mathbf{d}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Με συντεταγμένες:

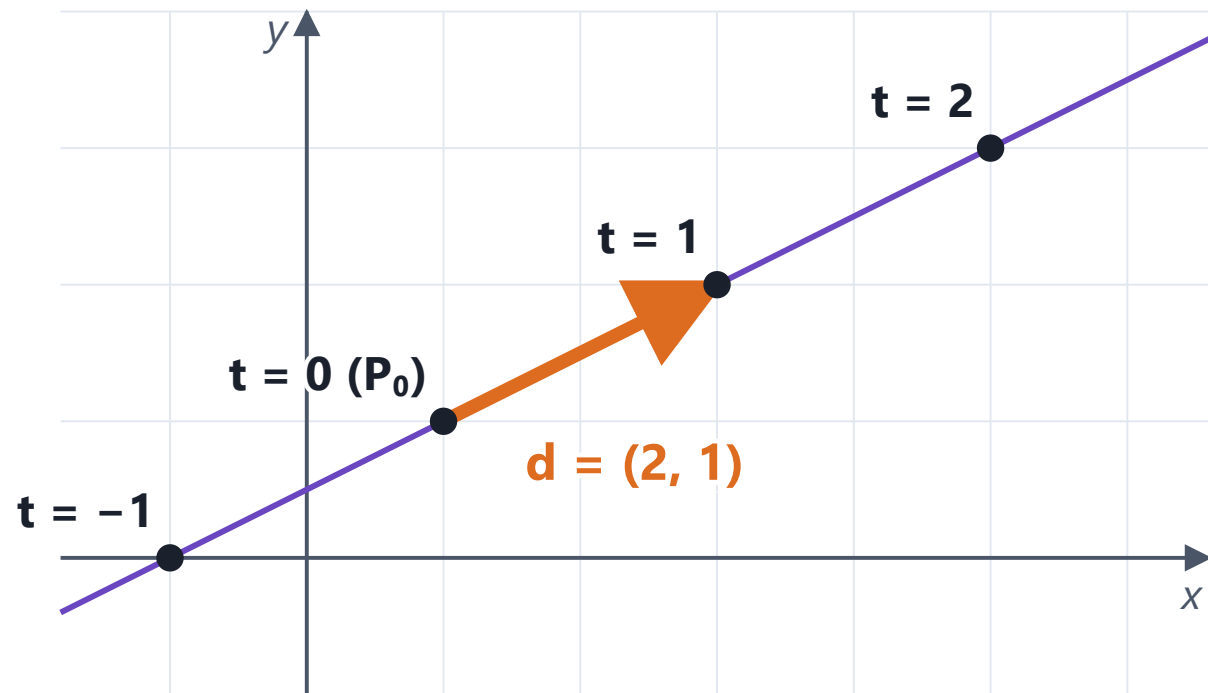
$$x = x_0 + t d_1, \quad y = y_0 + t d_2, \quad z = z_0 + t d_3$$

- Κάθε τιμή του t δίνει **ένα σημείο** της ευθείας.
- Το t λέγεται **παράμετρος**.

Το t σαν χρόνος

- Τη στιγμή $t = 0$ ένα κινητό είναι στο P_0 .
- Σε κάθε μονάδα χρόνου μετακινείται κατά $\mathbf{d}$.
- $t = 1$: στο $P_0 + \mathbf{d}$.
- $t = 2$: στο $P_0 + 2\mathbf{d}$.
- $t < 0$: εκεί που ήταν **πριν**.

$$P_0 = (1, 1), \quad \mathbf{d} = (2, 1),$$
$$t = 2:$$
$$(1 + 2 \cdot 2, 1 + 2 \cdot 1) = (5, 3)$$





Παράδειγμα 1: σημεία μιας ευθείας (1/2)

Ευθεία από το $P_0(1, 2, 0)$ με κατεύθυνση $\mathbf{d} = (2, -1, 3)$.

Βήμα 1. Εξισώσεις: $x = 1 + 2t$, $y = 2 - t$, $z = 3t$

Βήμα 2. Σημείο για $t = 2$: $x = 1 + 2 \cdot 2 = 5$, $y = 2 - 2 = 0$, $z = 3 \cdot 2 = 6$,
δηλαδή $(5, 0, 6)$

Βήμα 3. Ανήκει το $Q(-1, 3, -3)$; Λύνουμε για t σε **κάθε** συντεταγμένη:

$x: 1 + 2t = -1$	$y: 2 - t = 3$	$z: 3t = -3$
$2t = -2 \Rightarrow t = -1$	$\Rightarrow t = -1$	$\Rightarrow t = -1$

Ίδιο t και στις τρεις: **ναι**, το Q ανήκει στην ευθεία (για $t = -1$).



Παράδειγμα 1: σημεία μιας ευθείας (2/2)

Βήμα 4. Ανήκει το $R(3, 1, 4)$; Ίδια ευθεία: $x = 1 + 2t$, $y = 2 - t$, $z = 3t$

$$x: 1 + 2t = 3$$

$$2t = 2 \Rightarrow t = 1$$

$$y: 2 - t = 1$$

$$\Rightarrow t = 1$$

$$z: 3t = 4$$

$$\Rightarrow t = \frac{4}{3}$$

Διαφορετικό t στο z : **όχι**, το R δεν ανήκει στην ευθεία.

Δεν αρκεί να ταιριάζουν δύο συντεταγμένες: χρειάζεται **το ίδιο t και στις τρεις**.



Παράδειγμα 2: ευθεία από δύο σημεία

Βρείτε την ευθεία που περνά από τα $A(1, 0, 2)$ και $B(3, 4, 1)$.

Βήμα 1. Κατεύθυνση (τέλος μείον αρχή):

$$\mathbf{d} = B - A = (3 - 1, 4 - 0, 1 - 2) = (2, 4, -1)$$

Βήμα 2. Σημείο $P_0 = A$. Εξισώσεις: $x = 1 + 2t$, $y = 4t$, $z = 2 - t$

Βήμα 3. Έλεγχος: $t = 1 \Rightarrow (1 + 2, 4, 2 - 1) = (3, 4, 1) = B \checkmark$

Για $0 \leq t \leq 1$ παίρνουμε μόνο το **ευθύγραμμο τμήμα** AB . Αυτή είναι η ευθεία του ρομπότ!



Σύνδεση με το Λύκειο

Η ευθεία $(x, y) = (0, 1) + t(1, 2)$ στο επίπεδο.

Βήμα 1. Συντεταγμένες: $x = 0 + t \cdot 1 = t$, $y = 1 + 2t$

Βήμα 2. Αφού $t = x$, αντικαθιστούμε: $y = 1 + 2x$

- Η παραμετρική μορφή και η $y = ax + b$ είναι **η ίδια ευθεία**.
- Κλίση: $a = \frac{d_2}{d_1} = \frac{2}{1} = 2$.

Στον χώρο δεν γίνεται να γράψουμε την ευθεία με **μία** εξίσωση· γι' αυτό χρησιμοποιούμε την παράμετρο t .



Παράλληλες και κάθετες ευθείες

Πρόταση 4.1

Δύο ευθείες με κατευθύνσεις $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$ έχουν:
παράλληλες κατευθύνσεις αν $\mathbf{d}_2 = c \mathbf{d}_1$, **κάθετες** κατευθύνσεις αν
 $\mathbf{d}_1 \cdot \mathbf{d}_2 = 0$.

$$\mathbf{d}_1 = (2, -1, 3)$$

$$\mathbf{d}_2 = (-4, 2, -6) = -2 \cdot (2, -1, 3): \text{παράλληλες}$$

$$\mathbf{d}_3 = (1, 2, 0): 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 3 \cdot 0 = 2 - 2 + 0 = 0: \text{κάθετες}$$

Στον χώρο δύο ευθείες μπορεί να μην είναι παράλληλες **ούτε** να τέμνονται:
λέγονται **ασύμβατες** (όπως δύο δρόμοι σε ανισόπεδο κόμβο).

Ψηφοφορία Α: ευθείες

1. Ευθεία $(x, y) = (1, 2) + t(3, 1)$. Για $t = 2$ είμαστε στο:

☐ Α (7, 4) ☐ Β (6, 2) ☐ Γ (4, 3) ☐ Δ (5, 5)

2. Κατεύθυνση της ευθείας από $A(1, 2, 3)$ σε $B(4, 6, 3)$:

☐ Α (5, 8, 6) ☐ Β (1, 2, 3) ☐ Γ (3, 4, 0) ☐ Δ (4, 6, 3)

3. Ανήκει το $(3, 0)$ στην ευθεία $(x, y) = (1, 2) + t(1, -1)$;

☐ Α όχι ☐ Β ναι, $t = 2$ ☐ Γ ναι, $t = 3$ ☐ Δ δεν ξέρουμε



forms.cloud.microsoft/e/
mD40cekKa1

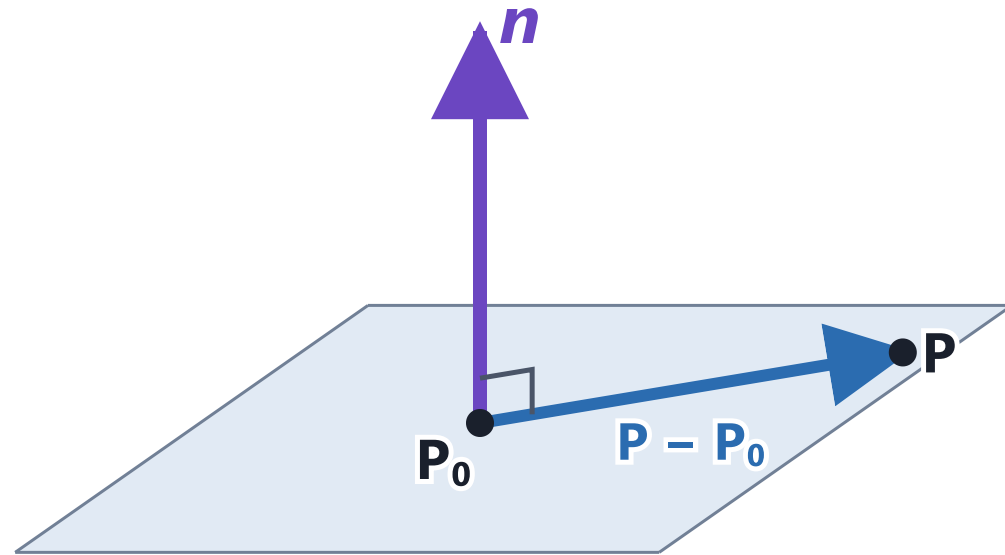


Διάλειμμα

Συνεχίζουμε με επίπεδα, τομές και αποστάσεις

Επίπεδο: σημείο και κάθετο διάνυσμα

- Ένα επίπεδο ορίζεται από ένα σημείο P_0 και ένα κάθετο διάνυσμα $\mathbf{n}$.
- Ένα σημείο P ανήκει στο επίπεδο όταν το $P - P_0$ είναι **κάθετο** στο $\mathbf{n}$.
- Κάθετο σημαίνει εσωτερικό γινόμενο μηδέν:
$$\mathbf{n} \cdot (P - P_0) = 0$$





Ορισμός 4.2 (επίπεδο)

Το επίπεδο από το $P_0(x_0, y_0, z_0)$ με κάθετο διάνυσμα $\mathbf{n} = (a, b, c)$:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Ανοίγοντας τις παρενθέσεις:

$$ax + by + cz = d$$

όπου $d = ax_0 + by_0 + cz_0$.

Οι συντελεστές των x, y, z είναι το κάθετο διάνυσμα $\mathbf{n} = (a, b, c)$.



Παράδειγμα 3: επίπεδο από σημείο και κάθετο

Επίπεδο από το $P_0(1, 2, 3)$ με κάθετο $\mathbf{n} = (2, -1, 4)$.

Βήμα 1. Τύπος: $2(x - 1) - 1(y - 2) + 4(z - 3) = 0$

Βήμα 2. Ανοίγουμε τις παρενθέσεις: $2x - 2 - y + 2 + 4z - 12 = 0$

Βήμα 3. Μαζεύουμε τους αριθμούς: $-2 + 2 - 12 = -12$, άρα
 $2x - y + 4z - 12 = 0$

$$2x - y + 4z = 12$$

Έλεγχος. Το P_0 : $2 \cdot 1 - 2 + 4 \cdot 3 = 2 - 2 + 12 = 12 \checkmark$



Παράδειγμα 4: διαβάζουμε την εξίσωση

Επίπεδο $3x - 2y + z = 6$.

Κάθετο διάνυσμα. Οι συντελεστές: $\mathbf{n} = (3, -2, 1)$

Ανήκει το $(2, 0, 0)$; $3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 + 0 = 6 \checkmark$ **ναι**

Ανήκει το $(1, 1, 1)$; $3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + 1 = 3 - 2 + 1 = 2 \neq 6$: **όχι**

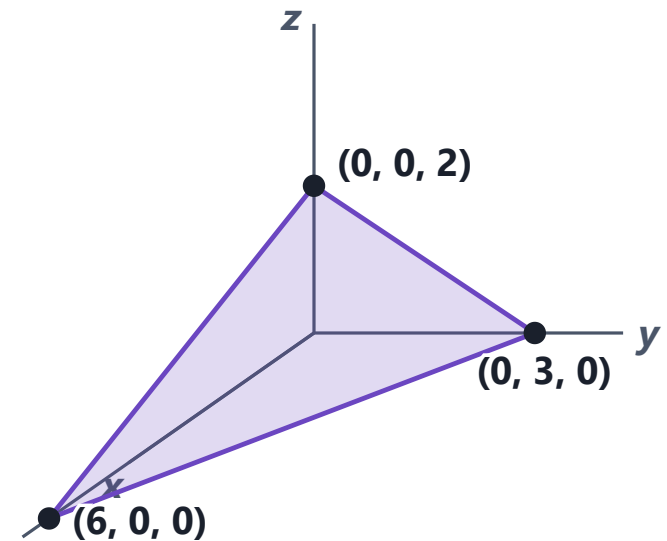
Για να ελέγχουμε ένα σημείο, **αντικαθιστούμε** τις συντεταγμένες του στην εξίσωση.

Σχεδίαση: τομές με τους άξονες

$$\text{Επίπεδο } x + 2y + 3z = 6$$

- Άξονας x ($y = z = 0$): $x = 6$, σημείο $(6, 0, 0)$
- Άξονας y ($x = z = 0$): $2y = 6 \Rightarrow y = 3$, σημείο $(0, 3, 0)$
- Άξονας z ($x = y = 0$): $3z = 6 \Rightarrow z = 2$, σημείο $(0, 0, 2)$

Ενώνουμε τα τρία σημεία: φαίνεται ένα κομμάτι του επιπέδου.



Παράδειγμα 5: επίπεδο από τρία σημεία (1/2)

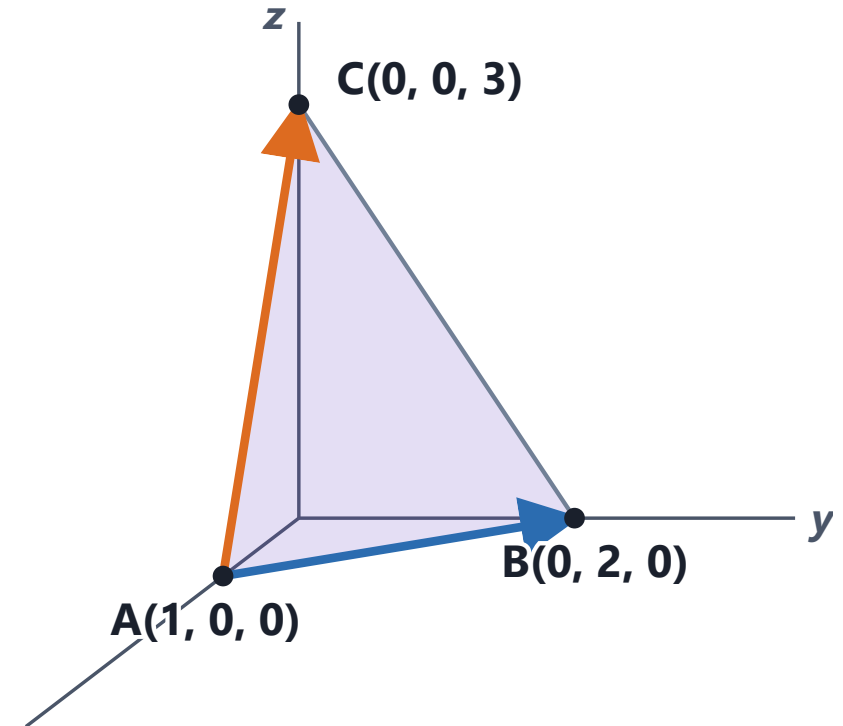
Επίπεδο από τα $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$,
 $C(0, 0, 3)$: το τρίγωνο της Διάλεξης 3.

Ιδέα: το $\vec{AB} \times \vec{AC}$ είναι κάθετο και στις δύο πλευρές, άρα **κάθετο στο επίπεδο**.

Βήμα 1. Πλευρές από το A :

$$\vec{AB} = (-1, 2, 0), \quad \vec{AC} = (-1, 0, 3)$$

Βήμα 2. Κάθετο: $\mathbf{n} = \vec{AB} \times \vec{AC}$





Παράδειγμα 5: επίπεδο από τρία σημεία (2/2)

Βήμα 2 (συνέχεια). $(-1, 2, 0) \times (-1, 0, 3)$:

i: $2 \cdot 3 - 0 \cdot 0 = 6$

j: $-((-1) \cdot 3 - 0 \cdot (-1)) = -(-3) = 3$

k: $(-1) \cdot 0 - 2 \cdot (-1) = 0 + 2 = 2$

άρα $\mathbf{n} = (6, 3, 2)$

Βήμα 3. Με σημείο το $A(1, 0, 0)$: $6(x - 1) + 3(y - 0) + 2(z - 0) = 0$

Βήμα 4. $6x - 6 + 3y + 2z = 0$, δηλαδή

$$6x + 3y + 2z = 6$$

Έλεγχος. B : $0 + 3 \cdot 2 + 0 = 6 \checkmark$ C : $0 + 0 + 2 \cdot 3 = 6 \checkmark$



Παράλληλα και κάθετα επίπεδα

Πρόταση 4.2

Δύο επίπεδα με κάθετα διανύσματα $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ είναι:

παράλληλα αν $\mathbf{n}_2 = c \mathbf{n}_1$, **κάθετα** αν $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = 0$.

$2x - y + 4z = 12$ και $4x - 2y + 8z = 5$:

$(4, -2, 8) = 2 \cdot (2, -1, 4)$: **παράλληλα**

$x + y + z = 1$ και $x - y = 0$:

$(1, 1, 1) \cdot (1, -1, 0) = 1 - 1 + 0 = 0$: **κάθετα**

Όλα κρίνονται από τα **κάθετα διανύσματα** των επιπέδων.



Παράδειγμα 6: τομή ευθείας και επιπέδου

Μέθοδος: αντικαθιστούμε τα $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ της ευθείας στην εξίσωση του επιπέδου και λύνουμε για t .

Ευθεία $x = t$, $y = 1 + t$, $z = 2 - t$ και επίπεδο $2x + y + z = 7$.

Βήμα 1. Αντικαθιστούμε: $2(t) + (1 + t) + (2 - t) = 7$

Βήμα 2. Πράξεις: $2t + 1 + t + 2 - t = 7 \Rightarrow 2t + 3 = 7$

Βήμα 3. $2t = 4 \Rightarrow t = 2$

Βήμα 4. Σημείο: $x = 2$, $y = 1 + 2 = 3$, $z = 2 - 2 = 0$, δηλαδή $(2, 3, 0)$

Έλεγχος. $2 \cdot 2 + 3 + 0 = 7 \checkmark$



Λύση του προβλήματος: το ρομπότ

Ευθεία (Παράδειγμα 2), με t σε δευτερόλεπτα: $x = 1 + 2t$, $y = 4t$, $z = 2 - t$

(α) Θέση στο $t = 0.5$:

$$x = 1 + 2 \cdot 0.5 = 2, \quad y = 4 \cdot 0.5 = 2, \quad z = 2 - 0.5 = 1.5$$

Θέση: $(2, 2, 1.5)$

(β) Πάτωμα $z = 0$: $2 - t = 0 \Rightarrow t = 2$

$$x = 1 + 2 \cdot 2 = 5, \quad y = 4 \cdot 2 = 8, \quad z = 0$$

Σημείο: $(5, 8, 0)$

Το ρομπότ όμως **σταματά** στο $t = 1$ (σημείο B): **δεν** φτάνει ποτέ στο πάτωμα.

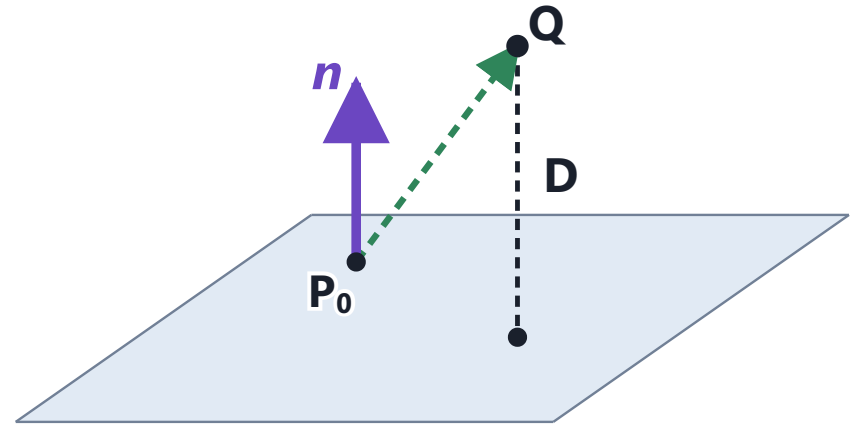
Απόσταση σημείου από επίπεδο

Πρόταση 4.3

Απόσταση του $Q(x_1, y_1, z_1)$ από το επίπεδο $ax + by + cz = d$:

$$D = \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 - d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

- **Αριθμητής:** βάζουμε το Q στην εξίσωση, αφαιρούμε το d , απόλυτη τιμή.
- **Παρονομαστής:** το μήκος του $\mathbf{n}$.
- Είναι το μήκος της **προβολής** του $\overrightarrow{P_0Q}$ στο $\mathbf{n}$ (Διάλεξη 2).





Παράδειγμα 7: απόσταση

Απόσταση του $Q(3, 1, 2)$ από το επίπεδο $2x - y + 2z = 3$.

Βήμα 1. Αντικαθιστούμε το Q : $2 \cdot 3 - 1 + 2 \cdot 2 = 6 - 1 + 4 = 9$

Βήμα 2. Αφαιρούμε το $d = 3$, απόλυτη τιμή: $|9 - 3| = 6$

Βήμα 3. Μήκος του $\mathbf{n} = (2, -1, 2)$: $\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 1 + 4} = \sqrt{9} = 3$

Βήμα 4. $D = \frac{6}{3} = 2$

Έλεγχος λογικής: για το επίπεδο $z = 0$ (δηλαδή $a = b = 0, c = 1, d = 0$) ο τύπος δίνει $D = |z_1|$: το **ύψος** του σημείου.

Πρόβλημα

Ένα drone βρίσκεται στο $Q(2, 3, 5)$ (σε m). Η κεκλιμένη στέγη ενός κτιρίου είναι το επίπεδο $x + 2y + 2z = 9$. Πόσο απέχει το drone από τη στέγη;

Βήμα 1. Αντικαθιστούμε: $2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 2 + 6 + 10 = 18$

Βήμα 2. $|18 - 9| = 9$

Βήμα 3. Μήκος του $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$: $\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$

Βήμα 4. $D = \frac{9}{3} = 3 \text{ m}$

Τέτοιους υπολογισμούς κάνει το λογισμικό πλοήγησης σε **ρομπότ** και **drones**.



Ευθεία ή επίπεδο;

	Ευθεία	Επίπεδο
Χρειάζομαι	σημείο P_0 + κατεύθυνση $\mathbf{d}$	σημείο P_0 + κάθετο $\mathbf{n}$
Εξίσωση	$P_0 + t \mathbf{d}$ (παραμετρική)	$ax + by + cz = d$
Από σημεία	2 σημεία: $\mathbf{d} = B - A$	3 σημεία: $\mathbf{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$
Ανήκει σημείο;	ίδιο t σε όλες τις συντεταγμένες	επαληθεύει την εξίσωση
Παράλληλα όταν	$\mathbf{d}_2 = c \mathbf{d}_1$	$\mathbf{n}_2 = c \mathbf{n}_1$



Συνήθη λάθη

$\mathbf{d} = A + B$ $\times$ Σωστό: $\mathbf{d} = B - A$ (τέλος μείον αρχή)

Ίδιο t στο x και στο y , άρα «ανήκει» $\times$ Ελέγχουμε και το z !

$2x - y + 4z = 12$: $\mathbf{n} = (2, -1, 4, 12)$ $\times$ Σωστό: $\mathbf{n} = (2, -1, 4)$

Στην απόσταση ξεχνάω το $-d$ ή τη ρίζα στον παρονομαστή $\times$



Ψηφοφορία Β: επίπεδα και αποστάσεις

1. Κάθετο διάνυσμα του επιπέδου $3x - y + 2z = 7$:

☐ Α $(3, -1, 2, 7)$ ☐ Β (x, y, z) ☐ Γ 7 ☐ Δ $(3, -1, 2)$

2. Ανήκει το $(1, 1, 1)$ στο επίπεδο $x + 2y + 3z = 6$;

☐ Α ναι ☐ Β όχι ☐ Γ μόνο αν $z = 0$ ☐ Δ δεν ξέρουμε

3. Απόσταση του $(0, 0, 5)$ από το επίπεδο $z = 0$:

☐ Α 0 ☐ Β 5 ☐ Γ 25 ☐ Δ $\sqrt{5}$



[forms.cloud.microsoft/e/](https://forms.cloud.microsoft/e/6Rfb3heCgX)

6Rfb3heCgX



Άσκηση στην τάξη (10')

1. Ευθεία από $A(2, -1, 0)$ σε $B(4, 3, 1)$. Ποιο σημείο δίνει το $t = \frac{1}{2}$;
2. Εξίσωση του επιπέδου από το $P_0(1, 0, -1)$ με κάθετο $\mathbf{n} = (2, 3, -1)$.
3. Ανήκει το $(1, 1, 2)$ στο επίπεδο της άσκησης 2;
4. Απόσταση του $Q(1, 2, 3)$ από το επίπεδο $x + 2y + 2z = 2$.



Λύσεις (1/2)

1. $\mathbf{d} = B - A = (4 - 2, 3 - (-1), 1 - 0) = (2, 4, 1)$

Εξισώσεις: $x = 2 + 2t, \quad y = -1 + 4t, \quad z = t$

$t = \frac{1}{2}$: $x = 2 + 1 = 3, \quad y = -1 + 2 = 1, \quad z = \frac{1}{2}$, δηλαδή $(3, 1, 0.5)$

2. $2(x - 1) + 3(y - 0) - 1(z - (-1)) = 0$

$2x - 2 + 3y - z - 1 = 0$, δηλαδή $2x + 3y - z = 3$

Έλεγχος με το P_0 : $2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 - (-1) = 2 + 0 + 1 = 3 \checkmark$



Λύσεις (2/2)

3. Αντικαθιστούμε στο $2x + 3y - z = 3$: $2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 - 2 = 2 + 3 - 2 = 3 \checkmark$ **ναι**

4. $\mathbf{n} = (1, 2, 2)$, $d = 2$

Βήμα 1: $1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 1 + 4 + 6 = 11$

Βήμα 2: $|11 - 2| = 9$

Βήμα 3: $\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$

Βήμα 4: $D = \frac{9}{3} = 3$



Σύνοψη

Ευθεία	$P_0 + t \mathbf{d}: x = x_0 + t d_1, \text{ κ.λπ.}$
Από 2 σημεία	$\mathbf{d} = B - A$
Επίπεδο	$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$
Κάθετο επιπέδου	οι συντελεστές (a, b, c)
Από 3 σημεία	$\mathbf{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$
Τομή ευθείας–επιπέδου	αντικαθιστούμε, λύνουμε για t
Απόσταση	$\frac{ ax_1 + by_1 + cz_1 - d }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

Για το σπίτι: Φυλλάδιο 2 (eClass). **Επόμενη διάλεξη (Δευτέρα 12/10):** μιγαδικοί αριθμοί.