

Ανακεφαλαιωτικές Ασκήσεις: Μέρος 2ο

Κ.Σπανάκης

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχ/κών και Μηχ/κών Η/Υ

kspan@ics.forth.gr

1 Ασκήσεις

Άσκηση 1η

- Έστω ένα ευσταθές γραμμικά αναλλοίωτο σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(s) = \frac{2}{2-s}$$

Άσκηση 1η

- Έστω ένα ευσταθές γραμμικά αναλλοίωτο σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(s) = \frac{2}{2 - s}$$

- Βρείτε την κρουστική απόκριση του συστήματος $h(t)$

Άσκηση 1η

- Έστω ένα ευσταθές γραμμικά αναλλοίωτο σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(s) = \frac{2}{2-s}$$

- Βρείτε την κρουστική απόκριση του συστήματος $h(t)$
- Βρείτε την έξοδο $y(t)$ όταν σήμα εισόδου είναι $x(t) = 2e^{-2t}u(t)$

Άσκηση 1η

- Έστω ένα ευσταθές γραμμικά αναλλοίωτο σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς:

$$H(s) = \frac{2}{2-s}$$

- Βρείτε την κρουστική απόκριση του συστήματος $h(t)$
- Βρείτε την έξοδο $y(t)$ όταν σήμα εισόδου είναι $x(t) = 2e^{-2t}u(t)$
- Υπόδειξη: $\alpha)\mathcal{L}\{e^{-at}u(t)\} = \frac{1}{s+a}, \operatorname{Re}[s] > -\operatorname{Re}[a],$
 $\beta)\mathcal{L}\{-e^{-at}u(-t)\} = \frac{1}{s+a}, \operatorname{Re}[s] < -\operatorname{Re}[a]$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $H(s) = \frac{2}{2-s} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s-2} \Rightarrow$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $H(s) = \frac{2}{2-s} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s-2} \Rightarrow$

Λύση 1ου ερωτήματος

$$\bullet H(s) = \frac{2}{2-s} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s-2} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s+(-2)} \Rightarrow$$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $H(s) = \frac{2}{2-s} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s-2} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s+(-2)} \Rightarrow H(s) = -2 \cdot \frac{1}{s+(-2)}$
- Άρα υπάρχουν 2 υποψήφια σήματα:

Λύση 1ου ερωτήματος

- $H(s) = \frac{2}{2-s} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s-2} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s+(-2)} \Rightarrow H(s) = -2 \cdot \frac{1}{s+(-2)}$
- Άρα υπάρχουν 2 υποψήφια σήματα:
 - ▶ Από υποδείξεως α', προκύπτει ότι $h(t) = -2 \cdot e^{-(-2)t}u(t) = e^{2t}u(t)$ όπου η περιοχή συγκλίσεως του μετασχηματισμού Laplace είναι $\mathcal{R}e[s] > -\mathcal{R}e[-2] \Rightarrow \mathcal{R}e[s] > 2$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $H(s) = \frac{2}{2-s} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s-2} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s+(-2)} \Rightarrow H(s) = -2 \cdot \frac{1}{s+(-2)}$
- Άρα υπάρχουν 2 υποψήφια σήματα:
 - ▶ Από υποδείξεις α', προκύπτει ότι $h(t) = -2 \cdot e^{-(-2)t}u(t) = e^{2t}u(t)$ όπου η περιοχή συγκλίσεως του μετασχηματισμού Laplace είναι $\text{Re}[s] > -\text{Re}[-2] \Rightarrow \text{Re}[s] > 2$
 - ▶ Από υποδείξεις β', προκύπτει ότι $h(t) = (-2) \cdot -e^{-(-2)t}u(-t) = 2e^{2t}u(-t)$ όπου η περιοχή συγκλίσεως του μετασχηματισμού Laplace είναι $\text{Re}[s] < -\text{Re}[-2] \Rightarrow \text{Re}[s] < 2$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $H(s) = \frac{2}{2-s} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s-2} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s+(-2)} \Rightarrow H(s) = -2 \cdot \frac{1}{s+(-2)}$
- Άρα υπάρχουν 2 υποψήφια σήματα:
 - ▶ Από υποδείξεως α', προκύπτει ότι $h(t) = -2 \cdot e^{-(-2)t}u(t) = e^{2t}u(t)$ όπου η περιοχή συγκλίσεως του μετασχηματισμού Laplace είναι $\text{Re}[s] > -\text{Re}[-2] \Rightarrow \text{Re}[s] > 2$
 - ▶ Από υποδείξεως β', προκύπτει ότι $h(t) = (-2) \cdot -e^{-(-2)t}u(-t) = 2e^{2t}u(-t)$ όπου η περιοχή συγκλίσεως του μετασχηματισμού Laplace είναι $\text{Re}[s] < -\text{Re}[-2] \Rightarrow \text{Re}[s] < 2$
- Δεδομένου ότι το σύστημα είναι ευσταθές, θα πρέπει στην περιοχή σύγκλισης να ανήκει η τιμή 0.

Λύση 1ου ερωτήματος

- $H(s) = \frac{2}{2-s} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s-2} \Rightarrow H(s) = -\frac{2}{s+(-2)} \Rightarrow H(s) = -2 \cdot \frac{1}{s+(-2)}$
- Άρα υπάρχουν 2 υποψήφια σήματα:
 - ▶ Από υποδείξεις α', προκύπτει ότι $h(t) = -2 \cdot e^{-(-2)t}u(t) = e^{2t}u(t)$ όπου η περιοχή συγκλίσεως του μετασχηματισμού Laplace είναι $\text{Re}[s] > -\text{Re}[-2] \Rightarrow \text{Re}[s] > 2$
 - ▶ Από υποδείξεις β', προκύπτει ότι $h(t) = (-2) \cdot -e^{-(-2)t}u(-t) = 2e^{2t}u(-t)$ όπου η περιοχή συγκλίσεως του μετασχηματισμού Laplace είναι $\text{Re}[s] < -\text{Re}[-2] \Rightarrow \text{Re}[s] < 2$
- Δεδομένου ότι το σύστημα είναι ευσταθές, θα πρέπει στην περιοχή σύγκλισης να ανήκει η τιμή 0.
- Για αυτό τον λόγο, απορρίπτεται το πρώτο σήμα και συμπεραίνεται ότι $h(t) = 2e^{2t}u(-t)$.

Λύση 2ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.

Λύση 2ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\mathcal{R}e[s] > -\mathcal{R}e[2] \Rightarrow \mathcal{R}e[s] > -2(2)$.

Λύση 2ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\mathcal{R}e[s] > -\mathcal{R}e[2] \Rightarrow \mathcal{R}e[s] > -2(2)$.
- Από (1) μέσω (2), προκύπτει ότι $Y(s) = \frac{2}{s+2} \cdot \left(-\frac{2}{s-2}\right) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)}$ με περιοχή σύγκλισεως την τομή των περιοχών σύγκλισης των μετασχηματισμών των $x(t)$, $h(t)$, δηλαδή $-2 < \mathcal{R}e[s] < 2$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\mathcal{R}e[s] > -\mathcal{R}e[2] \Rightarrow \mathcal{R}e[s] > -2(2)$.
- Από (1) μέσω (2), προκύπτει ότι $Y(s) = \frac{2}{s+2} \cdot \left(-\frac{2}{s-2}\right) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)}$ με περιοχή σύγκλισεως την τομή των περιοχών σύγκλισης των μετασχηματισμών των $x(t)$, $h(t)$, δηλαδή $-2 < \mathcal{R}e[s] < 2$
- $Y(s) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s-2} \Rightarrow$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\mathcal{R}e[s] > -\mathcal{R}e[2] \Rightarrow \mathcal{R}e[s] > -2(2)$.
- Από (1) μέσω (2), προκύπτει ότι $Y(s) = \frac{2}{s+2} \cdot \left(-\frac{2}{s-2}\right) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)}$ με περιοχή σύγκλισεως την τομή των περιοχών σύγκλισης των μετασχηματισμών των $x(t)$, $h(t)$, δηλαδή $-2 < \mathcal{R}e[s] < 2$
- $Y(s) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s-2} \Rightarrow$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\mathcal{R}e[s] > -\mathcal{R}e[2] \Rightarrow \mathcal{R}e[s] > -2(2)$.
- Από (1) μέσω (2), προκύπτει ότι $Y(s) = \frac{2}{s+2} \cdot \left(-\frac{2}{s-2}\right) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)}$ με περιοχή σύγκλισεως την τομή των περιοχών σύγκλισης των μετασχηματισμών των $x(t)$, $h(t)$, δηλαδή $-2 < \mathcal{R}e[s] < 2$
- $Y(s) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s-2} \Rightarrow$
 $-\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A(s-2) + B(s+2)}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\mathcal{R}e[s] > -\mathcal{R}e[2] \Rightarrow \mathcal{R}e[s] > -2(2)$.
- Από (1) μέσω (2), προκύπτει ότι $Y(s) = \frac{2}{s+2} \cdot \left(-\frac{2}{s-2}\right) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)}$ με περιοχή σύγκλισεως την τομή των περιοχών σύγκλισης των μετασχηματισμών των $x(t)$, $h(t)$, δηλαδή $-2 < \mathcal{R}e[s] < 2$
- $Y(s) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s-2} \Rightarrow$
 $-\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A(s-2) + B(s+2)}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$
 $\frac{As - 2A + Bs + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\text{Re}[s] > -\text{Re}[2] \Rightarrow \text{Re}[s] > -2(2)$.
- Από (1) μέσω (2), προκύπτει ότι $Y(s) = \frac{2}{s+2} \cdot \left(-\frac{2}{s-2}\right) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)}$ με περιοχή σύγκλισης την τομή των περιοχών σύγκλισης των μετασχηματισμών των $x(t)$, $h(t)$, δηλαδή $-2 < \text{Re}[s] < 2$
- $Y(s) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s-2} \Rightarrow$
$$-\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A(s-2) + B(s+2)}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$$
$$\frac{As - 2A + Bs + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$$
$$\frac{s(A+B) - 2A + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow$$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\text{Re}[s] > -\text{Re}[2] \Rightarrow \text{Re}[s] > -2(2)$.
- Από (1) μέσω (2), προκύπτει ότι $Y(s) = \frac{2}{s+2} \cdot \left(-\frac{2}{s-2}\right) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)}$ με περιοχή σύγκλισης την τομή των περιοχών σύγκλισης των μετασχηματισμών των $x(t)$, $h(t)$, δηλαδή $-2 < \text{Re}[s] < 2$
- $Y(s) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s-2} \Rightarrow$
 $-\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A(s-2) + B(s+2)}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$
 $\frac{As - 2A + Bs + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$
 $\frac{s(A+B) - 2A + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ -2A+2B=-4 \end{cases} \Rightarrow$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\text{Re}[s] > -\text{Re}[2] \Rightarrow \text{Re}[s] > -2(2)$.
- Από (1) μέσω (2), προκύπτει ότι $Y(s) = \frac{2}{s+2} \cdot \left(-\frac{2}{s-2}\right) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)}$ με περιοχή σύγκλισης την τομή των περιοχών σύγκλισης των μετασχηματισμών των $x(t)$, $h(t)$, δηλαδή $-2 < \text{Re}[s] < 2$
- $Y(s) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s-2} \Rightarrow$
$$-\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A(s-2) + B(s+2)}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$$
$$\frac{As - 2A + Bs + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$$
$$\frac{s(A+B) - 2A + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ -2A+2B=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-B \\ -2A+2B=-4 \end{cases} \Rightarrow$$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\text{Re}[s] > -\text{Re}[2] \Rightarrow \text{Re}[s] > -2(2)$.
- Από (1) μέσω (2), προκύπτει ότι $Y(s) = \frac{2}{s+2} \cdot \left(-\frac{2}{s-2}\right) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)}$ με περιοχή σύγκλισης την τομή των περιοχών σύγκλισης των μετασχηματισμών των $x(t)$, $h(t)$, δηλαδή $-2 < \text{Re}[s] < 2$
- $Y(s) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s-2} \Rightarrow$
$$-\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A(s-2) + B(s+2)}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$$
$$\frac{As - 2A + Bs + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$$
$$\frac{s(A+B) - 2A + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ -2A+2B=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-B \\ -2A+2B=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-B \\ 2B+2B= \end{cases}$$

Λύση 2ου ερωτήματος

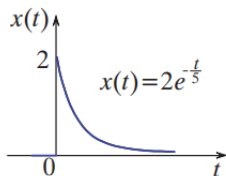
- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\text{Re}[s] > -\text{Re}[2] \Rightarrow \text{Re}[s] > -2(2)$.
- Από (1) μέσω (2), προκύπτει ότι $Y(s) = \frac{2}{s+2} \cdot \left(-\frac{2}{s-2}\right) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)}$ με περιοχή σύγκλισης την τομή των περιοχών σύγκλισης των μετασχηματισμών των $x(t)$, $h(t)$, δηλαδή $-2 < \text{Re}[s] < 2$
- $Y(s) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s-2} \Rightarrow$
$$-\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A(s-2) + B(s+2)}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$$
$$\frac{As - 2A + Bs + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$$
$$\frac{s(A+B) - 2A + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ -2A+2B=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-B \\ -2A+2B=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-B \\ 2B+2B= \end{cases}$$

Λύση 2ου ερωτήματος

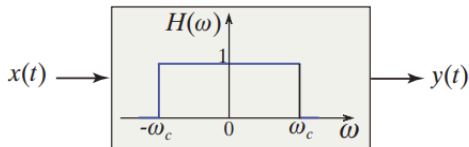
- $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(s) = X(s)H(s)(1)$.
- Βάσει υποδείξεως β', προκύπτει ότι $X(s) = 2 \cdot \frac{1}{s+2} = \frac{2}{s+2}$ με περιοχή σύγκλισης $\text{Re}[s] > -\text{Re}[2] \Rightarrow \text{Re}[s] > -2(2)$.
- Από (1) μέσω (2), προκύπτει ότι $Y(s) = \frac{2}{s+2} \cdot \left(-\frac{2}{s-2}\right) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)}$ με περιοχή σύγκλισης την τομή των περιοχών σύγκλισης των μετασχηματισμών των $x(t)$, $h(t)$, δηλαδή $-2 < \text{Re}[s] < 2$
- $Y(s) = -\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s-2} \Rightarrow$
 $-\frac{4}{(s+2)(s-2)} = \frac{A(s-2) + B(s+2)}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$
 $\frac{As - 2A + Bs + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow -\frac{4}{(s+2)(s-2)} =$
 $\frac{s(A+B) - 2A + 2B}{(s+2)(s-2)} \Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ -2A+2B=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-B \\ -2A+2B=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-B \\ 2B+2B= \end{cases}$
- Άρα $Y(s) = \frac{1}{s+2} - \frac{1}{s-2} \Rightarrow y(t) = e^{-2t}u(t) + e^{2t}u(-t)$

Άσκηση 2η

- Το εκθετικό σήμα $x(t)$ στην παρακάτω εικόνα εφαρμόζεται στην είσοδο του φίλτρου με απόκριση συχνότητας όπως φαίνεται στο σχήμα.



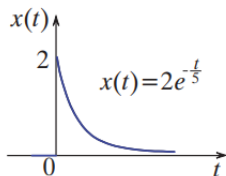
(α)



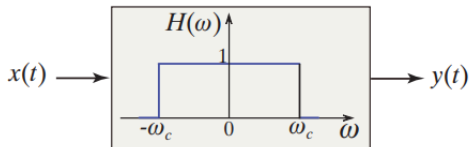
(β)

Άσκηση 2η

- Το εκθετικό σήμα $x(t)$ στην παρακάτω εικόνα εφαρμόζεται στην είσοδο του φίλτρου με απόκριση συχνότητας όπως φαίνεται στο σχήμα.
- Βρείτε την συχνότητα αποκοπής ω_c ώστε η έξοδος να έχει την μισή ενέργεια σε σχέση με αυτήν της εισόδου.



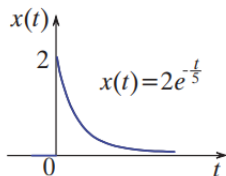
(α)



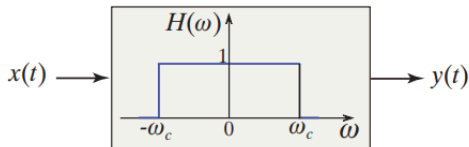
(β)

Άσκηση 2η

- Το εκθετικό σήμα $x(t)$ στην παρακάτω εικόνα εφαρμόζεται στην είσοδο του φίλτρου με απόκριση συχνότητας όπως φαίνεται στο σχήμα.
- Βρείτε την συχνότητα αποκοπής ω_c ώστε η έξοδος να έχει την μισή ενέργεια σε σχέση με αυτήν της εισόδου.
- Υπόδειξη: $\alpha)e^{-at}u(t) \leftrightarrow \frac{1}{a+j\omega}$, $a > 0$, $\beta) \int \frac{1}{a^2+t^2} dt = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$



(α)



(β)

Λύση 2ης Άσκησης

- Κατά την ταυτότητα Parseval ισχύει $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$

Λύση 2ης Άσκησης

- Κατά την ταυτότητα Parseval ισχύει $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$
- Από γραφικής παραστάσεως (α), προκύπτει ότι $x(t) = 2e^{-\frac{t}{5}} \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Κατά την ταυτότητα Parseval ισχύει $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$
- Από γραφικής παραστάσεως (α), προκύπτει ότι $x(t) = 2e^{-\frac{t}{5}} \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Κατά την ταυτότητα Parseval ισχύει $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$
- Από γραφικής παραστάσεως (α), προκύπτει ότι $x(t) = 2e^{-\frac{t}{5}} \Rightarrow X(\omega) = 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Κατά την ταυτότητα Parseval ισχύει $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$
- Από γραφικής παραστάσεως (α), προκύπτει ότι $x(t) = 2e^{-\frac{t}{5}} \Rightarrow X(\omega) = 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Κατά την ταυτότητα Parseval ισχύει $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$
- Από γραφικής παραστάσεως (α), προκύπτει ότι $x(t) = 2e^{-\frac{t}{5}} \Rightarrow X(\omega) = 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Κατά την ταυτότητα Parseval ισχύει $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$
- Από γραφικής παραστάσεως (α), προκύπτει ότι $x(t) = 2e^{-\frac{t}{5}} \Rightarrow X(\omega) = 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow E_x = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\infty}^{\infty} \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Κατά την ταυτότητα Parseval ισχύει $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$
- Από γραφικής παραστάσεως (α), προκύπτει ότι $x(t) = 2e^{-\frac{t}{5}} \Rightarrow X(\omega) = 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow E_x = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\infty}^{\infty} \Rightarrow E_x = \frac{2}{\pi} \left[\lim_{\omega \rightarrow \infty} 5 \tan^{-1} 5\omega - \lim_{\omega \rightarrow -\infty} 5 \tan^{-1} 5\omega \right] \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Κατά την ταυτότητα Parseval ισχύει $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$
- Από γραφικής παραστάσεως (α), προκύπτει ότι $x(t) = 2e^{-\frac{t}{5}} \Rightarrow X(\omega) = 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow E_x = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\infty}^{\infty} \Rightarrow E_x = \frac{2}{\pi} \left[\lim_{\omega \rightarrow \infty} 5 \tan^{-1} 5\omega - \lim_{\omega \rightarrow -\infty} 5 \tan^{-1} 5\omega \right] \Rightarrow E_x = \frac{2}{\pi} \left[5 \frac{\pi}{2} - 5 \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right] \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Κατά την ταυτότητα Parseval ισχύει $E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$
- Από γραφικής παραστάσεως (α), προκύπτει ότι $x(t) = 2e^{-\frac{t}{5}} \Rightarrow X(\omega) = 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow E_x = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\infty}^{\infty} \Rightarrow E_x = \frac{2}{\pi} \left[\lim_{\omega \rightarrow \infty} 5 \tan^{-1} 5\omega - \lim_{\omega \rightarrow -\infty} 5 \tan^{-1} 5\omega \right] \Rightarrow E_x = \frac{2}{\pi} \left[5 \frac{\pi}{2} - 5 \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right] \Rightarrow E_x = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{10\pi}{2} = 10$
- Επίσης από της γραφικής παραστάσεως (β), προκύπτει ότι $H(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \omega_c \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$.

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y =$
 $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y =$
 $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} \xrightarrow{E_y=0.5 \cdot E_x=}$
 $\xrightarrow{=0.5 \cdot 10=5}$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y =$
 $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} \xrightarrow[=0.5 \cdot 10 = 5]{E_y = 0.5 \cdot E_x} \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} = 5 \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y =$
 $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} \xrightarrow[=0.5 \cdot 10=5]{E_y=0.5 \cdot E_x} \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} = 5 \Rightarrow$
 $\frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) - 5 \tan^{-1}(-5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y =$
 $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} \xrightarrow[\substack{E_y=0.5 \cdot E_x= \\ =0.5 \cdot 10=5}]{\quad} \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} = 5 \Rightarrow$
 $\frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) - 5 \tan^{-1}(-5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow$
 $\frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) + 5 \tan^{-1}(5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y =$
 $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5x) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} \xrightarrow[=0.5 \cdot 10 = 5]{E_y = 0.5 \cdot E_x} \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} = 5 \Rightarrow$
 $\frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) - 5 \tan^{-1}(-5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow$
 $\frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) + 5 \tan^{-1}(5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow \frac{4}{2\pi} \cdot 10 \tan^{-1}(5\omega_c) = 5 \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} \xrightarrow[=0.5 \cdot 10 = 5]{E_y = 0.5 \cdot E_x} \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} = 5 \Rightarrow$
 $\frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) - 5 \tan^{-1}(-5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow$
 $\frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) + 5 \tan^{-1}(5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow \frac{4}{2\pi} \cdot 10 \tan^{-1}(5\omega_c) = 5 \Rightarrow$
 $40 \tan^{-1}(5\omega_c) = 10\pi \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y =$
 $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} \xrightarrow[=0.5 \cdot 10=5]{E_y=0.5 \cdot E_x} \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} = 5 \Rightarrow$
 $\frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) - 5 \tan^{-1}(-5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow$
 $\frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) + 5 \tan^{-1}(5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow \frac{4}{2\pi} \cdot 10 \tan^{-1}(5\omega_c) = 5 \Rightarrow$
 $40 \tan^{-1}(5\omega_c) = 10\pi \Rightarrow \tan^{-1}(5\omega_c) = \frac{10\pi}{40} \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

- Άρα $y(t) = x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow$
 $E_y = \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} \xrightarrow[=0.5 \cdot 10=5]{E_y=0.5 \cdot E_x} \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} = 5 \Rightarrow$
 $\frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) - 5 \tan^{-1}(-5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow$
 $\frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) + 5 \tan^{-1}(5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow \frac{4}{2\pi} \cdot 10 \tan^{-1}(5\omega_c) = 5 \Rightarrow$
 $40 \tan^{-1}(5\omega_c) = 10\pi \Rightarrow \tan^{-1}(5\omega_c) = \frac{10\pi}{40} \Rightarrow \tan^{-1}(5\omega_c) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow$

Λύση 2ης Άσκησης

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Άρα } y(t) &= x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y = \\ & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow \\ E_y &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow \\ E_y &= \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} \xrightarrow[\text{=0.5} \cdot 10 = 5]{E_y = 0.5 \cdot E_x} \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} = 5 \Rightarrow \\ & \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) - 5 \tan^{-1}(-5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow \\ & \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) + 5 \tan^{-1}(5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow \frac{4}{2\pi} \cdot 10 \tan^{-1}(5\omega_c) = 5 \Rightarrow \\ 40 \tan^{-1}(5\omega_c) &= 10\pi \Rightarrow \tan^{-1}(5\omega_c) = \frac{10\pi}{40} \Rightarrow \tan^{-1}(5\omega_c) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \\ 5\omega_c &= \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \end{aligned}$$

Λύση 2ης Άσκησης

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Άρα } y(t) &= x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y = \\ & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow \\ E_y &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow \\ E_y &= \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} \xrightarrow[=0.5 \cdot 10 = 5]{E_y = 0.5 \cdot E_x} \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} = 5 \Rightarrow \\ & \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) - 5 \tan^{-1}(-5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow \\ & \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) + 5 \tan^{-1}(5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow \frac{4}{2\pi} \cdot 10 \tan^{-1}(5\omega_c) = 5 \Rightarrow \\ 40 \tan^{-1}(5\omega_c) &= 10\pi \Rightarrow \tan^{-1}(5\omega_c) = \frac{10\pi}{40} \Rightarrow \tan^{-1}(5\omega_c) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \\ 5\omega_c &= \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 5\omega_c = 1 \Rightarrow \end{aligned}$$

Λύση 2ης Άσκησης

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Άρα } y(t) &= x(t) * h(t) \Rightarrow Y(\omega) = X(\omega)H(\omega) \Rightarrow E_y = \\ & \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)H(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} |X(\omega)|^2 d\omega \Rightarrow \\ E_y &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \left| 2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{5} + j\omega} \right|^2 d\omega \Rightarrow E_y = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} 4 \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2 + \omega^2} d\omega \Rightarrow \\ E_y &= \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} \xrightarrow[=0.5 \cdot 10 = 5]{E_y = 0.5 \cdot E_x} \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega) \right]_{-\omega_c}^{\omega_c} = 5 \Rightarrow \\ & \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) - 5 \tan^{-1}(-5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow \\ & \frac{4}{2\pi} \left[5 \tan^{-1}(5\omega_c) + 5 \tan^{-1}(5\omega_c) \right] = 5 \Rightarrow \frac{4}{2\pi} \cdot 10 \tan^{-1}(5\omega_c) = 5 \Rightarrow \\ 40 \tan^{-1}(5\omega_c) &= 10\pi \Rightarrow \tan^{-1}(5\omega_c) = \frac{10\pi}{40} \Rightarrow \tan^{-1}(5\omega_c) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \\ 5\omega_c &= \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow 5\omega_c = 1 \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Άσκηση 3η

- Υπολογίστε την παρακάτω έξοδο $y(n)$ όταν $x(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq 4 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$ και

$$h(n) = \begin{cases} \alpha^n, & 0 \leq n \leq 6 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

Λύση 3ης Άσκησης

$$\bullet y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \xrightarrow[\forall k \neq 0, \dots, 4]{x(k)=0,}$$

Λύση 3ης Άσκησης

$$\bullet y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \xrightarrow[\forall k \neq 0, \dots, 4]{x(k)=0,}$$

Λύση 3ης Άσκησης

$$\bullet y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \xrightarrow[\forall k \neq 0, \dots, 4]{x(k)=0} y(n) = \sum_{k=0}^4 h(n-k) \Rightarrow$$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \xrightarrow[\forall k \neq 0, \dots, 4]{x(k)=0} y(n) = \sum_{k=0}^4 h(n-k) \Rightarrow y(n) = h(n) + h(n-1) + h(n-2) + h(n-3) + h(n-4)$
- Για $n < 0$ θα ισχύει ότι $n-k < 0, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0.$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \xrightarrow[\forall k \neq 0, \dots, 4]{x(k)=0} y(n) = \sum_{k=0}^4 h(n-k) \Rightarrow y(n) = h(n) + h(n-1) + h(n-2) + h(n-3) + h(n-4)$
- Για $n < 0$ θα ισχύει ότι $n-k < 0, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$.
- Ομοίως, $n > 10$ θα ισχύει ότι $n-k > 6, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \xrightarrow[\forall k \neq 0, \dots, 4]{x(k)=0} y(n) = \sum_{k=0}^4 h(n-k) \Rightarrow y(n) = h(n) + h(n-1) + h(n-2) + h(n-3) + h(n-4)$
- Για $n < 0$ θα ισχύει ότι $n-k < 0, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$.
- Ομοίως, $n > 10$ θα ισχύει ότι $n-k > 6, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$
- Οι μόνες περιπτώσεις για τις οποίες τουλάχιστον ένας όρος στο άθροισμα είναι μη μηδενικός είναι $n = 0, 1, 2, \dots, 10$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \xrightarrow[\forall k \neq 0, \dots, 4]{x(k)=0} y(n) = \sum_{k=0}^4 h(n-k) \Rightarrow y(n) = h(n) + h(n-1) + h(n-2) + h(n-3) + h(n-4)$
- Για $n < 0$ θα ισχύει ότι $n-k < 0, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$.
- Ομοίως, $n > 10$ θα ισχύει ότι $n-k > 6, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$
- Οι μόνες περιπτώσεις για τις οποίες τουλάχιστον ένας όρος στο άθροισμα είναι μη μηδενικός είναι $n = 0, 1, 2, \dots, 10$
- $y(0) = h(0-0) + h(0-1) + h(0-2) + h(0-3) + h(0-4) = h(0) + h(-1) + h(-2) + h(-3) + h(-4) = \alpha^0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \xrightarrow[\forall k \neq 0, \dots, 4]{x(k)=0} y(n) = \sum_{k=0}^4 h(n-k) \Rightarrow y(n) = h(n) + h(n-1) + h(n-2) + h(n-3) + h(n-4)$
- Για $n < 0$ θα ισχύει ότι $n-k < 0, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$.
- Ομοίως, $n > 10$ θα ισχύει ότι $n-k > 6, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$
- Οι μόνες περιπτώσεις για τις οποίες τουλάχιστον ένας όρος στο άθροισμα είναι μη μηδενικός είναι $n = 0, 1, 2, \dots, 10$
- $y(0) = h(0-0) + h(0-1) + h(0-2) + h(0-3) + h(0-4) = h(0) + h(-1) + h(-2) + h(-3) + h(-4) = \alpha^0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1$
- $y(1) = h(1-0) + h(1-1) + h(1-2) + h(1-3) + h(1-4) = h(1) + h(0) + h(-1) + h(-2) + h(-3) = \alpha^1 + \alpha^0 + 0 + 0 + 0 = \alpha + 1$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \xrightarrow[\forall k \neq 0, \dots, 4]{x(k)=0} y(n) = \sum_{k=0}^4 h(n-k) \Rightarrow y(n) = h(n) + h(n-1) + h(n-2) + h(n-3) + h(n-4)$
- Για $n < 0$ θα ισχύει ότι $n-k < 0, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$.
- Ομοίως, $n > 10$ θα ισχύει ότι $n-k > 6, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$
- Οι μόνες περιπτώσεις για τις οποίες τουλάχιστον ένας όρος στο άθροισμα είναι μη μηδενικός είναι $n = 0, 1, 2, \dots, 10$
- $y(0) = h(0-0) + h(0-1) + h(0-2) + h(0-3) + h(0-4) = h(0) + h(-1) + h(-2) + h(-3) + h(-4) = \alpha^0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1$
- $y(1) = h(1-0) + h(1-1) + h(1-2) + h(1-3) + h(1-4) = h(1) + h(0) + h(-1) + h(-2) + h(-3) = \alpha^1 + \alpha^0 + 0 + 0 + 0 = \alpha + 1$
- $y(2) = h(2-0) + h(2-1) + h(2-2) + h(2-3) + h(2-4) = h(2) + h(1) + h(0) + h(-1) + h(-2) = \alpha^2 + \alpha^1 + \alpha^0 + 0 + 0 = \alpha^2 + \alpha + 1$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) \xrightarrow[\forall k \neq 0, \dots, 4]{x(k)=0} y(n) = \sum_{k=0}^4 h(n-k) \Rightarrow y(n) = h(n) + h(n-1) + h(n-2) + h(n-3) + h(n-4)$
- Για $n < 0$ θα ισχύει ότι $n-k < 0, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$.
- Ομοίως, $n > 10$ θα ισχύει ότι $n-k > 6, \forall k = 0, 1, \dots, 4 \Rightarrow h(n-k) = 0 \Rightarrow y(n) = \sum_{k=0}^4 0 = 0$
- Οι μόνες περιπτώσεις για τις οποίες τουλάχιστον ένας όρος στο άθροισμα είναι μη μηδενικός είναι $n = 0, 1, 2, \dots, 10$
- $y(0) = h(0-0) + h(0-1) + h(0-2) + h(0-3) + h(0-4) = h(0) + h(-1) + h(-2) + h(-3) + h(-4) = \alpha^0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1$
- $y(1) = h(1-0) + h(1-1) + h(1-2) + h(1-3) + h(1-4) = h(1) + h(0) + h(-1) + h(-2) + h(-3) = \alpha^1 + \alpha^0 + 0 + 0 + 0 = \alpha + 1$
- $y(2) = h(2-0) + h(2-1) + h(2-2) + h(2-3) + h(2-4) = h(2) + h(1) + h(0) + h(-1) + h(-2) = \alpha^2 + \alpha^1 + \alpha^0 + 0 + 0 = \alpha^2 + \alpha + 1$
- $y(3) = h(3-0) + h(3-1) + h(3-2) + h(3-3) + h(3-4) = h(3) + h(2) + h(1) + h(0) + h(-1) = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 + \alpha^0 + 0 = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(4) = h(4) + h(3) + h(2) + h(1) + h(0) = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 + \alpha^0 = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(4) = h(4) + h(3) + h(2) + h(1) + h(0) = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 + \alpha^0 = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$
- $y(5) = h(5) + h(4) + h(3) + h(2) + h(1) = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(4) = h(4) + h(3) + h(2) + h(1) + h(0) = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 + \alpha^0 = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$
- $y(5) = h(5) + h(4) + h(3) + h(2) + h(1) = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$
- $y(6) = h(6) + h(5) + h(4) + h(3) + h(2) = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(4) = h(4) + h(3) + h(2) + h(1) + h(0) = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 + \alpha^0 = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$
- $y(5) = h(5) + h(4) + h(3) + h(2) + h(1) = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$
- $y(6) = h(6) + h(5) + h(4) + h(3) + h(2) = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2$
- $y(7) = h(7) + h(6) + h(5) + h(4) + h(3) = 0 + \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(4) = h(4) + h(3) + h(2) + h(1) + h(0) = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 + \alpha^0 = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$
- $y(5) = h(5) + h(4) + h(3) + h(2) + h(1) = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$
- $y(6) = h(6) + h(5) + h(4) + h(3) + h(2) = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2$
- $y(7) = h(7) + h(6) + h(5) + h(4) + h(3) = 0 + \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3$
- $y(8) = h(8) + h(7) + h(6) + h(5) + h(4) = 0 + 0 + \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(4) = h(4) + h(3) + h(2) + h(1) + h(0) = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 + \alpha^0 = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$
- $y(5) = h(5) + h(4) + h(3) + h(2) + h(1) = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$
- $y(6) = h(6) + h(5) + h(4) + h(3) + h(2) = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2$
- $y(7) = h(7) + h(6) + h(5) + h(4) + h(3) = 0 + \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3$
- $y(8) = h(8) + h(7) + h(6) + h(5) + h(4) = 0 + 0 + \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4$
- $y(9) = h(9) + h(8) + h(7) + h(6) + h(5) = 0 + 0 + 0 + \alpha^6 + \alpha^5 = \alpha^6 + \alpha^5$

Λύση 3ης Άσκησης

- $y(4) = h(4) + h(3) + h(2) + h(1) + h(0) = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 + \alpha^0 = \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + 1$
- $y(5) = h(5) + h(4) + h(3) + h(2) + h(1) = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^1 = \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$
- $y(6) = h(6) + h(5) + h(4) + h(3) + h(2) = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2$
- $y(7) = h(7) + h(6) + h(5) + h(4) + h(3) = 0 + \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3$
- $y(8) = h(8) + h(7) + h(6) + h(5) + h(4) = 0 + 0 + \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 = \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4$
- $y(9) = h(9) + h(8) + h(7) + h(6) + h(5) = 0 + 0 + 0 + \alpha^6 + \alpha^5 = \alpha^6 + \alpha^5$
- $y(10) = h(10) + h(9) + h(8) + h(7) + h(6) = 0 + 0 + 0 + 0 + \alpha^6 = \alpha^6$