

**ΣΗΜΑΤΑ και ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ**  
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΛΥΣΕΙΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ**  
**ΣΕΡΑΦΕΙΜ ΚΑΡΑΜΠΟΓΙΑΣ**

▼ **ΑΣΚΗΣΗ 1.4**

Να δειχθεί ότι το σήμα  $x(t) = \sin^2\left(t - \frac{\pi}{6}\right)$  είναι ένα περιοδικό σήμα. Να βρεθεί η περίοδος του.

► *Απάντηση:*

▼ *Λύση:*

Για να είναι περιοδικό το σήμα  $x(t)$  θα πρέπει να υπάρχει αριθμός  $T$  για τον οποίο να είναι  $x(t + T) = x(t)$  για κάθε τιμή του χρόνου  $t$ . Έχουμε λοιπόν

$$\begin{aligned}x(t + T) &= \sin^2\left((t + T) - \frac{\pi}{6}\right) \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(2(t + T) - 2\frac{\pi}{6}\right)\right]\end{aligned}$$

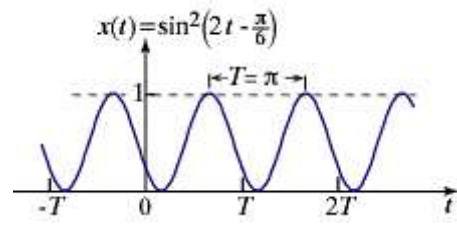
όπου χρησιμοποιήθηκε η γνωστή τριγωνομετρική ταυτότητα  $\sin^2(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2\theta))$ . Παρατηρούμε ότι

$$\begin{aligned}\cos\left(2(t + T) - 2\frac{\pi}{6}\right) &= \cos\left(2t + 2T - 2\frac{\pi}{6}\right) \\ &= \cos\left(2t - 2\frac{\pi}{6}\right) \\ &= \cos 2\left(t - \frac{\pi}{6}\right)\end{aligned}$$

για  $2T = 2k\pi \Rightarrow T = k\pi$  επομένως

$$\begin{aligned}x(t + T) &= \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(2(t + T) - 2\frac{\pi}{6}\right)\right] \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \cos 2\left(t - \frac{\pi}{6}\right)\right] \\ &= \sin^2\left(t - \frac{\pi}{6}\right) \\ &= x(t)\end{aligned}$$

Έτσι το σήμα  $x(t) = \sin^2\left(2t - \frac{\pi}{6}\right)$  είναι περιοδικό σήμα με θεμελιώδη περίοδο  $T_0 = \pi$  sec Στο Σχήμα 4.2 έχει γίνει η γραφική παράσταση του σήματος  $x(t)$  σε συνάρτηση με το χρόνο στο οποίο φαίνεται ότι το σήμα είναι περιοδικό.



**Σχήμα 4.2.** Η γραφική παράσταση του σήματος  $x(t)$  στην άσκηση 1.4.