Συνέλιξη

Κ.Σπανάκης

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχ/κών και Μηχ/κών Η/Υ

kspan@ics.forth.gr

1. Ασκήσεις

Άσκηση 1η

- Να υπολογιστούν οι παρακάτω συνελίξεις:

Άσκηση 1η

- Να υπολογιστούν οι παρακάτω συνελίξεις:
  1. $x(t) = \Pi(t) * \cos(\pi t)$

Άσκηση 1η

- Να υπολογιστούν οι παρακάτω συνελίξεις:
  1. $x(t) = \Pi(t) * \cos(\pi t)$
  2. $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t)$

Άσκηση 1η

- Να υπολογιστούν οι παρακάτω συνελίξεις:
  1. $x(t) = \Pi(t) * \cos(\pi t)$
  2. $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t)$
  3. $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right]$

Λύση 1ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(\pi(t-\tau))d\tau \xRightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$

Λύση 1ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(\pi(t-\tau))d\tau \xRightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$

Λύση 1ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(\pi(t-\tau))d\tau \xRightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$
  $x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1 \cdot \cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$

Λύση 1ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(\pi(t-\tau))d\tau \xrightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$

  $x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot\cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$

  $x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi t)\cos(\pi\tau)d\tau + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(\pi t)\sin(\pi\tau)d\tau \Rightarrow$

Λύση 1ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(\pi(t-\tau))d\tau \xrightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot\cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi t)\cos(\pi\tau)d\tau + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(\pi t)\sin(\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$
$\cos(\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi\tau)d\tau + \sin(\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(\pi\tau)d\tau \Rightarrow$

Λύση 1ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(\pi(t-\tau))d\tau \xRightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$

$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot\cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$

$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi t)\cos(\pi\tau)d\tau + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(\pi t)\sin(\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$

$\cos(\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi\tau)d\tau + \sin(\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$

$\cos(\pi t)\left[\frac{\sin(\pi\tau)}{\pi}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \sin(\pi t)\cdot 0 \Rightarrow$

Λύση 1ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(\pi(t-\tau))d\tau \xrightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot\cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi t)\cos(\pi\tau)d\tau + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(\pi t)\sin(\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$
$\cos(\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi\tau)d\tau + \sin(\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$
$\cos(\pi t)\left[\frac{\sin(\pi\tau)}{\pi}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \sin(\pi t)\cdot 0 \Rightarrow x(t) = \frac{\cos(\pi t)}{\pi}\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)\right)$

Λύση 1ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(\pi(t-\tau))d\tau \xrightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot\cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi t)\cos(\pi\tau)d\tau + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(\pi t)\sin(\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$$

$$\cos(\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(\pi\tau)d\tau + \sin(\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$$

$$\cos(\pi t)\left[\frac{\sin(\pi\tau)}{\pi}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \sin(\pi t)\cdot 0 \Rightarrow x(t) = \frac{\cos(\pi t)}{\pi}\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)\right)x(t) =$$

$$\frac{\cos(\pi t)}{\pi}(1-(-1)) \Rightarrow x(t) = \frac{2\cos(\pi t)}{\pi}$$

Λύση 2ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \xrightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$

Λύση 2ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \xRightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$

Λύση 2ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \xRightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$
  $x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$

Λύση 2ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \xRightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$

  $x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1 \cdot \cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$

  $x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\cos(2\pi t - 2\pi\tau)\right] d\tau \Rightarrow$

Λύση 2ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \xrightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\cos(2\pi t - 2\pi\tau)\right] d\tau \Rightarrow$$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\cos(2\pi t)\cos(2\pi\tau) + \sin(2\pi t)\sin(2\pi\tau)\right] d\tau \Rightarrow$$

Λύση 2ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \xRightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [\cos(2\pi t - 2\pi\tau)]\, d\tau \Rightarrow$$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [\cos(2\pi t)\cos(2\pi\tau) + \sin(2\pi t)\sin(2\pi\tau)]\, d\tau \Rightarrow$$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi t)\cos(2\pi\tau)d\tau + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi t)\sin(2\pi\tau)d\tau \Rightarrow$$

Λύση 2ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \xRightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [\cos(2\pi t - 2\pi\tau)]\, d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [\cos(2\pi t)\cos(2\pi\tau) + \sin(2\pi t)\sin(2\pi\tau)]\, d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi t)\cos(2\pi\tau)d\tau + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi t)\sin(2\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$
$\cos(2\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi\tau)d\tau + \sin(2\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi\tau)d\tau \Rightarrow$

Λύση 2ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau) \cos(2\pi(t-\tau)) d\tau \xRightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1 \cdot \cos(2\pi(t-\tau)) d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi(t-\tau)) d\tau \Rightarrow$$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\cos(2\pi t - 2\pi\tau)\right] d\tau \Rightarrow$$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\cos(2\pi t)\cos(2\pi\tau) + \sin(2\pi t)\sin(2\pi\tau)\right] d\tau \Rightarrow$$

$$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi t)\cos(2\pi\tau) d\tau + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi t)\sin(2\pi\tau) d\tau \Rightarrow x(t) =$$

$$\cos(2\pi t) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi\tau) d\tau + \sin(2\pi t) \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi\tau) d\tau \Rightarrow x(t) =$$

$$\cos(2\pi t) \left[\frac{\sin(2\pi\tau)}{\pi}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \sin(2\pi t) \cdot 0 \Rightarrow$$

Λύση 2ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \xrightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\cos(2\pi t - 2\pi\tau)\right] d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left[\cos(2\pi t)\cos(2\pi\tau) + \sin(2\pi t)\sin(2\pi\tau)\right] d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi t)\cos(2\pi\tau)d\tau + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi t)\sin(2\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$
$\cos(2\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi\tau)d\tau + \sin(2\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$
$\cos(2\pi t)\left[\frac{\sin(2\pi\tau)}{\pi}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \sin(2\pi t)\cdot 0 \Rightarrow x(t) =$
$\frac{\cos(2\pi t)}{\pi}\left(\sin\left(\frac{2\pi}{2} - \sin\left(-\frac{2\pi}{2}\right)\right)\right) \Rightarrow$

Λύση 2ου σήματος

- $x(t) = \Pi(t) * \cos(2\pi t) \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Pi(\tau)\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \xRightarrow[\Pi(\tau)=0,\ |\tau|>\frac{1}{2}]{\Pi(\tau)=1,\ |\tau|\leq\frac{1}{2}}$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} 1\cdot\cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi(t-\tau))d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [\cos(2\pi t - 2\pi\tau)]\, d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} [\cos(2\pi t)\cos(2\pi\tau) + \sin(2\pi t)\sin(2\pi\tau)]\, d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi t)\cos(2\pi\tau)d\tau + \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi t)\sin(2\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$
$\cos(2\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi\tau)d\tau + \sin(2\pi t)\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sin(2\pi\tau)d\tau \Rightarrow x(t) =$
$\cos(2\pi t)\left[\frac{\sin(2\pi\tau)}{\pi}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \sin(2\pi t)\cdot 0 \Rightarrow x(t) =$
$\frac{\cos(2\pi t)}{\pi}\left(\sin\left(\frac{2\pi}{2} - \sin\left(-\frac{2\pi}{2}\right)\right)\right) \Rightarrow x(t) = \frac{\cos(\pi t)}{\pi}(0-(-0)) \Rightarrow x(t) = 0$

Λύση 3ου σήματος

- $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right] \Rightarrow$

Λύση 3ου σήματος

- $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right] \Rightarrow$

Λύση 3ου σήματος

- $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right] \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xRightarrow[\text{το t με } \tau]{\text{Αντικαθιστώ}}$

Λύση 3ου σήματος

- $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right] \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xRightarrow[\text{το t με τ}]{\text{Αντικαθιστώ}}$

Λύση 3ου σήματος

- $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right] \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xRightarrow[\text{το t με τ}]{\text{Αντικαθιστώ}} u(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0 \\ 0, & \tau \leq 0 \end{cases}$

Λύση 3ου σήματος

- $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right] \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xRightarrow[\text{το t με } \tau]{\text{Αντικαθιστώ}} u(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0 \\ 0, & \tau \leq 0 \end{cases}$
- $x(t) = \int_{-\infty}^{0} 0 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{0}^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$

Λύση 3ου σήματος

- $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right] \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xRightarrow[\text{το t με τ}]{\text{Αντικαθιστώ}} u(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0 \\ 0, & \tau \leq 0 \end{cases}$
- $x(t) = \int_{-\infty}^{0} 0 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{0}^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$

Λύση 3ου σήματος

- $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right] \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{το t με } \tau]{\text{Αντικαθιστώ}} u(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0 \\ 0, & \tau \leq 0 \end{cases}$
- $x(t) = \int_{-\infty}^{0} 0 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{0}^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$
  $x(t) = \int_{0}^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{το t με t-}\tau\text{-1}]{\text{Αντικαθιστώ}}$

Λύση 3ου σήματος

- $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right] \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{το t με τ}]{\text{Αντικαθιστώ}} u(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0 \\ 0, & \tau \leq 0 \end{cases}$
- $x(t) = \int_{-\infty}^{0} 0 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{0}^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$
  $x(t) = \int_{0}^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{το t με t-τ-1}]{\text{Αντικαθιστώ}}$

Λύση 3ου σήματος

- $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right] \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{το t με τ}]{\text{Αντικαθιστώ}} u(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0 \\ 0, & \tau \leq 0 \end{cases}$
- $x(t) = \int_{-\infty}^{0} 0 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{0}^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$
  $x(t) = \int_{0}^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{το t με t-τ-1}]{\text{Αντικαθιστώ}} u(t-\tau-1) = \begin{cases} 1, & t-\tau-1 > 0 \\ 0, & t-\tau-1 \leq 0 \end{cases}$

Λύση 3ου σήματος

- $x(t) = u(t) * \left[u(t-1)e^{-t}\right] \Rightarrow x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{το t με τ}]{\text{Αντικαθιστώ}} u(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau > 0 \\ 0, & \tau \leq 0 \end{cases}$
- $x(t) = \int_{-\infty}^{0} 0 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{0}^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$
  $x(t) = \int_{0}^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$
- Όμως ισχύει $u(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} \xrightarrow[\text{το t με t-τ-1}]{\text{Αντικαθιστώ}} u(t-\tau-1) = \begin{cases} 1, & t-\tau-1 > 0 \\ 0, & t-\tau-1 \leq 0 \end{cases}$
  $\Rightarrow u(t-\tau-1) = \begin{cases} 1, & t-1 > \tau \\ 0, & t-1 \leq \tau \end{cases}$

Λύση 3ου σήματος (Συνέχεια)

- Για $t \leq 1$, η ποσότητα $u(t-\tau-1)$ είναι μηδενική για κάθε $\tau \geq 0$, οπότε η ποσότητα στο ολοκλήρωμα (άρα και το ολοκλήρωμα)ισούται με 0.

Λύση 3ου σήματος (Συνέχεια)

- Για $t \leq 1$, η ποσότητα $u(t-\tau-1)$ είναι μηδενική για κάθε $\tau \geq 0$, οπότε η ποσότητα στο ολοκλήρωμα (άρα και το ολοκλήρωμα)ισούται με 0.
- Αυτό ισχύει λόγω του εξής:
  $\tau > 0 \Rightarrow -\tau < 0 \xRightarrow{+(t-1)} (t-1)-\tau < t-1 \Rightarrow t-\tau-1 < t-1$. Η ποσότητα $t-1$ είναι αρνητική για κάθε $t<1$.

Λύση 3ου σήματος (Συνέχεια)

- Για $t \leq 1$, η ποσότητα $u(t-\tau-1)$ είναι μηδενική για κάθε $\tau \geq 0$, οπότε η ποσότητα στο ολοκλήρωμα (άρα και το ολοκλήρωμα)ισούται με 0.
- Αυτό ισχύει λόγω του εξής:
$\tau > 0 \Rightarrow -\tau < 0 \xRightarrow{+(t-1)} (t-1) - \tau < t-1 \Rightarrow t-\tau-1 < t-1$. Η ποσότητα $t-1$ είναι αρνητική για κάθε $t < 1$.
- Για $t > 1$, ισχύει $\Rightarrow x(t) = \int_0^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$

Λύση 3ου σήματος (Συνέχεια)

- Για $t \leq 1$, η ποσότητα $u(t-\tau-1)$ είναι μηδενική για κάθε $\tau \geq 0$, οπότε η ποσότητα στο ολοκλήρωμα (άρα και το ολοκλήρωμα)ισούται με 0.
- Αυτό ισχύει λόγω του εξής:
  $\tau > 0 \Rightarrow -\tau < 0 \xRightarrow{+(t-1)} (t-1) - \tau < t-1 \Rightarrow t-\tau-1 < t-1$. Η ποσότητα $t-1$ είναι αρνητική για κάθε $t < 1$.
- Για $t > 1$, ισχύει $\Rightarrow x(t) = \int_0^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$

Λύση 3ου σήματος (Συνέχεια)

- Για $t \leq 1$, η ποσότητα $u(t-\tau-1)$ είναι μηδενική για κάθε $\tau \geq 0$, οπότε η ποσότητα στο ολοκλήρωμα (άρα και το ολοκλήρωμα)ισούται με 0.
- Αυτό ισχύει λόγω του εξής: $\tau > 0 \Rightarrow -\tau < 0 \xRightarrow{+(t-1)} (t-1)-\tau < t-1 \Rightarrow t-\tau-1 < t-1$. Η ποσότητα $t-1$ είναι αρνητική για κάθε $t<1$.
- Για $t > 1$, ισχύει $\Rightarrow x(t) = \int_0^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$ $x(t) = \int_0^{t-1} 1 \cdot \left[1 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{t-1}^{\infty} 0 \cdot \left[0 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau$

Λύση 3ου σήματος (Συνέχεια)

- Για $t \leq 1$, η ποσότητα $u(t-\tau-1)$ είναι μηδενική για κάθε $\tau \geq 0$, οπότε η ποσότητα στο ολοκλήρωμα (άρα και το ολοκλήρωμα)ισούται με 0.
- Αυτό ισχύει λόγω του εξής:
  $\tau > 0 \Rightarrow -\tau < 0 \xRightarrow{+(t-1)} (t-1)-\tau < t-1 \Rightarrow t-\tau-1 < t-1$. Η ποσότητα $t-1$ είναι αρνητική για κάθε $t < 1$.
- Για $t > 1$, ισχύει $\Rightarrow x(t) = \int_0^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$
  $x(t) = \int_0^{t-1} 1 \cdot \left[1 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{t-1}^{\infty} 0 \cdot \left[0 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow x(t) =$
  $e^{-t} \int_0^{t-1} e^{\tau} d\tau$

Λύση 3ου σήματος (Συνέχεια)

- Για $t \leq 1$, η ποσότητα $u(t-\tau-1)$ είναι μηδενική για κάθε $\tau \geq 0$, οπότε η ποσότητα στο ολοκλήρωμα (άρα και το ολοκλήρωμα)ισούται με 0.
- Αυτό ισχύει λόγω του εξής:
  $\tau > 0 \Rightarrow -\tau < 0 \xRightarrow{+(t-1)} (t-1)-\tau < t-1 \Rightarrow t-\tau-1 < t-1$. Η ποσότητα $t-1$ είναι αρνητική για κάθε $t<1$.
- Για $t>1$, ισχύει $\Rightarrow x(t) = \int_0^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$
  $x(t) = \int_0^{t-1} 1 \cdot \left[1 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{t-1}^{\infty} 0 \cdot \left[0 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow x(t) =$
  $e^{-t} \int_0^{t-1} e^{\tau} d\tau \Rightarrow x(t) = e^{-t} \left[e^{\tau}\right]_0^{t-1} = e^{-t}\left[e^{t-1} - e^{0}\right]$

Λύση 3ου σήματος (Συνέχεια)

- Για $t \leq 1$, η ποσότητα $u(t-\tau-1)$ είναι μηδενική για κάθε $\tau \geq 0$, οπότε η ποσότητα στο ολοκλήρωμα (άρα και το ολοκλήρωμα)ισούται με 0.
- Αυτό ισχύει λόγω του εξής:
$\tau > 0 \Rightarrow -\tau < 0 \xRightarrow{+(t-1)} (t-1) - \tau < t-1 \Rightarrow t-\tau-1 < t-1$. Η ποσότητα $t-1$ είναι αρνητική για κάθε $t<1$.
- Για $t>1$, ισχύει $\Rightarrow x(t) = \int_0^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_0^{t-1} 1 \cdot \left[1 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{t-1}^{\infty} 0 \cdot \left[0 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow x(t) =$
$e^{-t} \int_0^{t-1} e^{\tau} d\tau \Rightarrow x(t) = e^{-t} \left[e^{\tau}\right]_0^{t-1} = e^{-t}\left[e^{t-1} - e^{0}\right] \Rightarrow x(t) = e^{-t}\left[\frac{e^t}{e} - 1\right]$

Λύση 3ου σήματος (Συνέχεια)

- Για $t \leq 1$, η ποσότητα $u(t-\tau-1)$ είναι μηδενική για κάθε $\tau \geq 0$, οπότε η ποσότητα στο ολοκλήρωμα (άρα και το ολοκλήρωμα)ισούται με 0.
- Αυτό ισχύει λόγω του εξής:
$\tau > 0 \Rightarrow -\tau < 0 \xRightarrow{+(t-1)} (t-1)-\tau < t-1 \Rightarrow t-\tau-1 < t-1$. Η ποσότητα $t-1$ είναι αρνητική για κάθε $t < 1$.
- Για $t > 1$, ισχύει $\Rightarrow x(t) = \int_0^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$
$x(t) = \int_0^{t-1} 1 \cdot \left[1 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{t-1}^{\infty} 0 \cdot \left[0 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow x(t) =$
$e^{-t} \int_0^{t-1} e^{\tau} d\tau \Rightarrow x(t) = e^{-t} \left[e^{\tau}\right]_0^{t-1} = e^{-t}\left[e^{t-1} - e^{0}\right] \Rightarrow x(t) = e^{-t}\left[\frac{e^{t}}{e} - 1\right] \Rightarrow$
$x(t) = \dfrac{e^{-t+t}}{e} - e^{-t}$

Λύση 3ου σήματος (Συνέχεια)

- Για $t \leq 1$, η ποσότητα $u(t-\tau-1)$ είναι μηδενική για κάθε $\tau \geq 0$, οπότε η ποσότητα στο ολοκλήρωμα (άρα και το ολοκλήρωμα)ισούται με 0.
- Αυτό ισχύει λόγω του εξής:
  $\tau > 0 \Rightarrow -\tau < 0 \xRightarrow{+(t-1)} (t-1)-\tau < t-1 \Rightarrow t-\tau-1 < t-1$. Η ποσότητα $t-1$ είναι αρνητική για κάθε $t<1$.
- Για $t>1$, ισχύει $\Rightarrow x(t) = \int_0^{\infty} 1 \cdot \left[u(t-\tau-1)e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow$
  $x(t) = \int_0^{t-1} 1 \cdot \left[1 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau + \int_{t-1}^{\infty} 0 \cdot \left[0 \cdot e^{-(t-\tau)}\right] d\tau \Rightarrow x(t) =$
  $e^{-t}\int_0^{t-1} e^{\tau} d\tau \Rightarrow x(t) = e^{-t}\left[e^{\tau}\right]_0^{t-1} = e^{-t}\left[e^{t-1}-e^{0}\right] \Rightarrow x(t) = e^{-t}\left[\frac{e^t}{e}-1\right] \Rightarrow$
  $x(t) = \frac{e^{-t+t}}{e} - e^{-t} \Rightarrow x(t) = \frac{1}{e} - e^{-t}$
- Συνοψίζοντας τα άνωθι, προκύπτει ότι:

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 1 \\ \frac{1}{e} - e^{-t}, & t > 1 \end{cases}$$

Άσκηση 2η

- Να υπολογιστεί η παρακάτω συνέλιξη:

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

όπου $x(t) = \frac{1}{2}e^{-3t}u(t), \; h(t) = 2e^{-2t}u(t)$

Άσκηση 2η

- Να υπολογιστεί η παρακάτω συνέλιξη:

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

όπου $x(t) = \frac{1}{2}e^{-3t}u(t), \; h(t) = 2e^{-2t}u(t)$

- Να βρεθεί αν το σήμα $y(t)$ είναι ενέργειας ή ισχύος.

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t)$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t)$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}u(\tau)e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}u(\tau)e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau+2\tau}u(\tau)e^{-2t}u(t-\tau)d\tau$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-3\tau} u(\tau) 2e^{-2(t-\tau)} u(t-\tau)d\tau =$
$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau} u(\tau) e^{-2(t-\tau)} u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau+2\tau} u(\tau) e^{-2t} u(t-\tau)d\tau =$
$e^{-2t} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau} u(\tau) u(t-\tau)d\tau$ (1)
- Για $\tau > 0$, ισχύει $u(\tau) = 1$, αλλιώς $u(\tau) = 0$, οπότε από (1) προκύπτει ότι
$y(t) = e^{-2t} \int_{0}^{\infty} e^{-\tau} \cdot 1 \cdot u(t-\tau)d\tau = e^{-2t} \int_{0}^{\infty} e^{-\tau} u(t-\tau)d\tau.$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau =$
  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}u(\tau)e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau+2\tau}u(\tau)e^{-2t}u(t-\tau)d\tau =$
  $e^{-2t}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau}u(\tau)u(t-\tau)d\tau \ (1)$
- Για $\tau > 0$, ισχύει $u(\tau) = 1$, αλλιώς $u(\tau) = 0$, οπότε από (1) προκύπτει ότι
  $y(t) = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau} \cdot 1 \cdot u(t-\tau)d\tau = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau}u(t-\tau)d\tau.$
- Θέτω $z = t - \tau \Rightarrow dz = d(t-\tau) = -d\tau.$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau =$
  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}u(\tau)e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau+2\tau}u(\tau)e^{-2t}u(t-\tau)d\tau =$
  $e^{-2t}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau}u(\tau)u(t-\tau)d\tau \ (1)$
- Για $\tau > 0$, ισχύει $u(\tau) = 1$, αλλιώς $u(\tau) = 0$, οπότε από (1) προκύπτει ότι $y(t) = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau} \cdot 1 \cdot u(t-\tau)d\tau = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau}u(t-\tau)d\tau.$
- Θέτω $z = t - \tau \Rightarrow dz = d(t-\tau) = -d\tau.$
- Άρα θα ισχύει $y(t) = e^{-2t}\int_{t-0}^{t-\infty} e^{z-t}u(z)(-dz)$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau =$
$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}u(\tau)e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau+2\tau}u(\tau)e^{-2t}u(t-\tau)d\tau =$
$e^{-2t}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau}u(\tau)u(t-\tau)d\tau$ (1)
- Για $\tau > 0$, ισχύει $u(\tau) = 1$, αλλιώς $u(\tau) = 0$, οπότε από (1) προκύπτει ότι $y(t) = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau} \cdot 1 \cdot u(t-\tau)d\tau = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau}u(t-\tau)d\tau$.
- Θέτω $z = t - \tau \Rightarrow dz = d(t-\tau) = -d\tau$.
- Άρα θα ισχύει $y(t) = e^{-2t}\int_{t-0}^{t-\infty} e^{z-t}u(z)(-dz)$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau =$
$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}u(\tau)e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau+2\tau}u(\tau)e^{-2t}u(t-\tau)d\tau =$
$e^{-2t}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau}u(\tau)u(t-\tau)d\tau$ (1)
- Για $\tau > 0$, ισχύει $u(\tau) = 1$, αλλιώς $u(\tau) = 0$, οπότε από (1) προκύπτει ότι $y(t) = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau}\cdot 1 \cdot u(t-\tau)d\tau = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau}u(t-\tau)d\tau$.
- Θέτω $z = t-\tau \Rightarrow dz = d(t-\tau) = -d\tau$.
- Άρα θα ισχύει $y(t) = e^{-2t}\int_{t-0}^{t-\infty} e^{z-t}u(z)(-dz) = e^{-2t}e^{-t}\int_{t}^{-\infty} e^{z}u(z)(-dz)$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau =$
  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}u(\tau)e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau+2\tau}u(\tau)e^{-2t}u(t-\tau)d\tau =$
  $e^{-2t}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau}u(\tau)u(t-\tau)d\tau \ (1)$
- Για $\tau > 0$, ισχύει $u(\tau) = 1$, αλλιώς $u(\tau) = 0$, οπότε από (1) προκύπτει ότι $y(t) = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau} \cdot 1 \cdot u(t-\tau)d\tau = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau}u(t-\tau)d\tau.$
- Θέτω $z = t - \tau \Rightarrow dz = d(t-\tau) = -d\tau.$
- Άρα θα ισχύει $y(t) = e^{-2t}\int_{t-0}^{t-\infty} e^{z-t}u(z)(-dz) = e^{-2t}e^{-t}\int_{t}^{-\infty} e^{z}u(z)(-dz) =$
  $-e^{-3t}\int_{t}^{-\infty} e^{z}u(z)(dz)$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau =$
  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}u(\tau)e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau+2\tau}u(\tau)e^{-2t}u(t-\tau)d\tau =$
  $e^{-2t}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau}u(\tau)u(t-\tau)d\tau$ (1)
- Για $\tau > 0$, ισχύει $u(\tau) = 1$, αλλιώς $u(\tau) = 0$, οπότε από (1) προκύπτει ότι
  $y(t) = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau} \cdot 1 \cdot u(t-\tau)d\tau = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau}u(t-\tau)d\tau.$
- Θέτω $z = t - \tau \Rightarrow dz = d(t-\tau) = -d\tau$.
- Άρα θα ισχύει $y(t) = e^{-2t}\int_{t-0}^{t-\infty} e^{z-t}u(z)(-dz) = e^{-2t}e^{-t}\int_{t}^{-\infty} e^{z}u(z)(-dz) =$
  $-e^{-3t}\int_{t}^{-\infty} e^{z}u(z)(dz) = e^{-3t}\int_{-\infty}^{t} e^{z}u(z)dz$
- Για $t \leq 0$, ισχύει $u(z) = 0$, $\forall z \in (-\infty, t]$, οπότε
  $y(t) = e^{-3t}\int_{-\infty}^{t} e^{z} \cdot 0 dz$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau =$
  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}u(\tau)e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau+2\tau}u(\tau)e^{-2t}u(t-\tau)d\tau =$
  $e^{-2t}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau}u(\tau)u(t-\tau)d\tau \ (1)$
- Για $\tau > 0$, ισχύει $u(\tau) = 1$, αλλιώς $u(\tau) = 0$, οπότε από (1) προκύπτει ότι
  $y(t) = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau} \cdot 1 \cdot u(t-\tau)d\tau = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau}u(t-\tau)d\tau.$
- Θέτω $z = t - \tau \Rightarrow dz = d(t-\tau) = -d\tau.$
- Άρα θα ισχύει $y(t) = e^{-2t}\int_{t-0}^{t-\infty} e^{z-t}u(z)(-dz) = e^{-2t}e^{-t}\int_{t}^{-\infty} e^{z}u(z)(-dz) =$
  $-e^{-3t}\int_{t}^{-\infty} e^{z}u(z)(dz) = e^{-3t}\int_{-\infty}^{t} e^{z}u(z)dz$
- Για $t \leq 0$, ισχύει $u(z) = 0, \ \forall z \in (-\infty, t]$, οπότε
  $y(t) = e^{-3t}\int_{-\infty}^{t} e^{z} \cdot 0 dz$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau =$
$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}u(\tau)e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau+2\tau}u(\tau)e^{-2t}u(t-\tau)d\tau =$
$e^{-2t}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau}u(\tau)u(t-\tau)d\tau$ (1)
- Για $\tau > 0$, ισχύει $u(\tau) = 1$, αλλιώς $u(\tau) = 0$, οπότε από (1) προκύπτει ότι
$y(t) = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau} \cdot 1 \cdot u(t-\tau)d\tau = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau}u(t-\tau)d\tau.$
- Θέτω $z = t - \tau \Rightarrow dz = d(t-\tau) = -d\tau$.
- Άρα θα ισχύει $y(t) = e^{-2t}\int_{t-0}^{t-\infty} e^{z-t}u(z)(-dz) = e^{-2t}e^{-t}\int_{t}^{-\infty} e^{z}u(z)(-dz) =$
$-e^{-3t}\int_{t}^{-\infty} e^{z}u(z)(dz) = e^{-3t}\int_{-\infty}^{t} e^{z}u(z)dz$
- Για $t \leq 0$, ισχύει $u(z) = 0, \ \forall z \in (-\infty, t]$, οπότε
$y(t) = e^{-3t}\int_{-\infty}^{t} e^{z} \cdot 0dz = e^{-3t}\int_{-\infty}^{t} 0dz$

Λύση 1ου ερωτήματος

- $y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}e^{-3\tau}u(\tau)2e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau =$
  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau}u(\tau)e^{-2(t-\tau)}u(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-3\tau+2\tau}u(\tau)e^{-2t}u(t-\tau)d\tau =$
  $e^{-2t}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau}u(\tau)u(t-\tau)d\tau \ (1)$
- Για $\tau > 0$, ισχύει $u(\tau) = 1$, αλλιώς $u(\tau) = 0$, οπότε από (1) προκύπτει ότι
  $y(t) = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau} \cdot 1 \cdot u(t-\tau)d\tau = e^{-2t}\int_{0}^{\infty} e^{-\tau}u(t-\tau)d\tau.$
- Θέτω $z = t - \tau \Rightarrow dz = d(t-\tau) = -d\tau.$
- Άρα θα ισχύει $y(t) = e^{-2t}\int_{t-0}^{t-\infty} e^{z-t}u(z)(-dz) = e^{-2t}e^{-t}\int_{t}^{-\infty} e^{z}u(z)(-dz) =$
  $-e^{-3t}\int_{t}^{-\infty} e^{z}u(z)(dz) = e^{-3t}\int_{-\infty}^{t} e^{z}u(z)dz$
- Για $t \leq 0$, ισχύει $u(z) = 0, \ \forall z \in (-\infty, t]$, οπότε
  $y(t) = e^{-3t}\int_{-\infty}^{t} e^{z} \cdot 0dz = e^{-3t}\int_{-\infty}^{t} 0dz = 0$

Λύση 1ου ερωτήματος (Συν.)

- Για $t > 0$, ισχύει $u(z) = 1, \ \forall z \in (0, t]$, οπότε $y(t) = e^{-3t} \int_{-\infty}^{0} e^{z} \cdot 0 dz + e^{-3t} \int_{0}^{t} e^{z} \cdot 1 dz$

Λύση 1ου ερωτήματος (Συν.)

- Για $t > 0$, ισχύει $u(z) = 1, \ \forall z \in (0, t]$, οπότε $y(t) = e^{-3t} \int_{-\infty}^{0} e^{z} \cdot 0 dz + e^{-3t} \int_{0}^{t} e^{z} \cdot 1 dz$

Λύση 1ου ερωτήματος (Συν.)

- Για $t > 0$, ισχύει $u(z) = 1, \ \forall z \in (0, t]$, οπότε $y(t) = e^{-3t}\int_{-\infty}^{0} e^{z} \cdot 0 dz + e^{-3t}\int_{0}^{t} e^{z} \cdot 1 dz = e^{-3t}\int_{0}^{t} e^{z} dz$

Λύση 1ου ερωτήματος (Συν.)

- Για $t > 0$, ισχύει $u(z) = 1,\ \forall z \in (0, t]$, οπότε $y(t) = e^{-3t} \int_{-\infty}^{0} e^{z} \cdot 0 dz + e^{-3t} \int_{0}^{t} e^{z} \cdot 1 dz = e^{-3t} \int_{0}^{t} e^{z} dz = e^{-3t} \left[e^{z} \right]_{0}^{t}$

Λύση 1ου ερωτήματος (Συν.)

- Για $t > 0$, ισχύει $u(z) = 1,\ \forall z \in (0, t]$, οπότε $y(t) = e^{-3t}\int_{-\infty}^{0} e^{z}\cdot 0 dz + e^{-3t}\int_{0}^{t} e^{z}\cdot 1 dz = e^{-3t}\int_{0}^{t} e^{z} dz = e^{-3t}\left[e^{z}\right]_{0}^{t} = e^{-3t}\left[e^{t} - e^{0}\right]$

Λύση 1ου ερωτήματος (Συν.)

- Για $t > 0$, ισχύει $u(z) = 1, \ \forall z \in (0, t]$, οπότε $y(t) = e^{-3t}\int_{-\infty}^{0} e^{z}\cdot 0 dz + e^{-3t}\int_{0}^{t} e^{z}\cdot 1 dz = e^{-3t}\int_{0}^{t} e^{z} dz = e^{-3t}\left[e^{z}\right]_{0}^{t} = e^{-3t}\left[e^{t} - e^{0}\right]$
$= e^{-3t}\left[e^{t} - 1\right]$.
- Άρα $y(t) = \begin{cases} e^{-3t}\left[e^{t} - 1\right], & t > 0 \\ 0, & t \leq 0 \end{cases} = e^{-3t}\left[e^{t} - 1\right] u(t)$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_{0}^{\infty} \left| e^{-3t} \left[e^{t} - 1 \right] \right|^2 dt$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t} \left[e^t - 1 \right] \right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t} \right]^2 \left[e^t - 1 \right]^2 dt$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t} \left[e^t - 1 \right] \right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t} \right]^2 \left[e^t - 1 \right]^2 dt = \int_0^{\infty} e^{-2 \cdot 3t} \left[\left(e^t \right)^2 - 2e^t + 1 \right] dt$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t} \left[e^t - 1 \right] \right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t} \right]^2 \left[e^t - 1 \right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2 \cdot 3t} \left[\left(e^t \right)^2 - 2e^t + 1 \right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t} \left[e^{2t} - 2e^t + 1 \right] dt$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t}\left[e^t - 1\right]\right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t}\right]^2 \left[e^t - 1\right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2\cdot 3t}\left[\left(e^t\right)^2 - 2e^t + 1\right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t}\left[e^{2t} - 2e^t + 1\right] dt =$
$\int_0^{\infty} \left[e^{-6t+2t} - 2e^{-6t+t} + e^{-6t}\right] dt$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t} \left[e^t - 1 \right] \right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t} \right]^2 \left[e^t - 1 \right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2 \cdot 3t} \left[\left(e^t \right)^2 - 2e^t + 1 \right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t} \left[e^{2t} - 2e^t + 1 \right] dt =$
$\int_0^{\infty} \left[e^{-6t+2t} - 2e^{-6t+t} + e^{-6t} \right] dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-4t} - 2e^{-5t} + e^{-6t} \right] dt$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t} \left[e^t - 1 \right] \right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t} \right]^2 \left[e^t - 1 \right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2\cdot 3t} \left[\left(e^t \right)^2 - 2e^t + 1 \right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t} \left[e^{2t} - 2e^t + 1 \right] dt =$
$\int_0^{\infty} \left[e^{-6t+2t} - 2e^{-6t+t} + e^{-6t} \right] dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-4t} - 2e^{-5t} + e^{-6t} \right] dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-4t} dt - 2 \int_0^{\infty} e^{-5t} dt + \int_0^{\infty} e^{-6t} dt$
- Ισχύει ότι $\int e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + C$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t} \left[e^t - 1 \right] \right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t} \right]^2 \left[e^t - 1 \right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2 \cdot 3t} \left[\left(e^t \right)^2 - 2e^t + 1 \right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t} \left[e^{2t} - 2e^t + 1 \right] dt =$
$\int_0^{\infty} \left[e^{-6t+2t} - 2e^{-6t+t} + e^{-6t} \right] dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-4t} - 2e^{-5t} + e^{-6t} \right] dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-4t} dt - 2 \int_0^{\infty} e^{-5t} dt + \int_0^{\infty} e^{-6t} dt$
- Ισχύει ότι $\int e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + C$
- Άρα
$y(t) = \left[- \frac{e^{-4t}}{4} \right]_0^{\infty} - 2 \left[- \frac{e^{-5t}}{5} \right]_0^{\infty} + \left[- \frac{e^{-6t}}{6} \right]_0^{\infty}$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t} \left[e^t - 1 \right] \right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t} \right]^2 \left[e^t - 1 \right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2\cdot 3t} \left[\left(e^t \right)^2 - 2e^t + 1 \right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t} \left[e^{2t} - 2e^t + 1 \right] dt =$
$\int_0^{\infty} \left[e^{-6t+2t} - 2e^{-6t+t} + e^{-6t} \right] dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-4t} - 2e^{-5t} + e^{-6t} \right] dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-4t} dt - 2\int_0^{\infty} e^{-5t} dt + \int_0^{\infty} e^{-6t} dt$
- Ισχύει ότι $\int e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + C$
- Άρα
$y(t) = \left[-\frac{e^{-4t}}{4} \right]_0^{\infty} - 2\left[-\frac{e^{-5t}}{5} \right]_0^{\infty} + \left[-\frac{e^{-6t}}{6} \right]_0^{\infty}$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t}\left[e^t - 1\right]\right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t}\right]^2 \left[e^t - 1\right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2\cdot 3t}\left[\left(e^t\right)^2 - 2e^t + 1\right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t}\left[e^{2t} - 2e^t + 1\right] dt =$
$\int_0^{\infty} \left[e^{-6t+2t} - 2e^{-6t+t} + e^{-6t}\right] dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-4t} - 2e^{-5t} + e^{-6t}\right] dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-4t} dt - 2\int_0^{\infty} e^{-5t} dt + \int_0^{\infty} e^{-6t} dt$
- Ισχύει ότι $\int e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + C$
- Άρα
$y(t) = \left[-\frac{e^{-4t}}{4}\right]_0^{\infty} - 2\left[-\frac{e^{-5t}}{5}\right]_0^{\infty} + \left[-\frac{e^{-6t}}{6}\right]_0^{\infty} = \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-4t}}{4} - \left(-\frac{e^{-4\cdot 0}}{4}\right)\right] -$
$2\left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-5t}}{5} - \left(-\frac{e^{-5\cdot 0}}{5}\right)\right] + \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-6t}}{6} - \left(-\frac{e^{-6\cdot 0}}{6}\right)\right]$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t}\left[e^t - 1\right]\right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t}\right]^2 \left[e^t - 1\right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2\cdot 3t}\left[\left(e^t\right)^2 - 2e^t + 1\right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t}\left[e^{2t} - 2e^t + 1\right] dt =$
$\int_0^{\infty} \left[e^{-6t+2t} - 2e^{-6t+t} + e^{-6t}\right] dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-4t} - 2e^{-5t} + e^{-6t}\right] dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-4t} dt - 2\int_0^{\infty} e^{-5t} dt + \int_0^{\infty} e^{-6t} dt$
- Ισχύει ότι $\int e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + C$
- Άρα
$y(t) = \left[-\frac{e^{-4t}}{4}\right]_0^{\infty} - 2\left[-\frac{e^{-5t}}{5}\right]_0^{\infty} + \left[-\frac{e^{-6t}}{6}\right]_0^{\infty} = \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-4t}}{4} - \left(-\frac{e^{-4\cdot 0}}{4}\right)\right] -$
$2\left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-5t}}{5} - \left(-\frac{e^{-5\cdot 0}}{5}\right)\right] + \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-6t}}{6} - \left(-\frac{e^{-6\cdot 0}}{6}\right)\right] =$
$\left[0 + \frac{1}{4}\right] - 2\left[0 + \frac{1}{5}\right] + \left[0 + \frac{1}{6}\right]$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t}\left[e^t - 1\right]\right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t}\right]^2 \left[e^t - 1\right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2\cdot 3t} \left[\left(e^t\right)^2 - 2e^t + 1\right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t} \left[e^{2t} - 2e^t + 1\right] dt =$
$\int_0^{\infty} \left[e^{-6t+2t} - 2e^{-6t+t} + e^{-6t}\right] dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-4t} - 2e^{-5t} + e^{-6t}\right] dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-4t} dt - 2\int_0^{\infty} e^{-5t} dt + \int_0^{\infty} e^{-6t} dt$
- Ισχύει ότι $\int e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + C$
- Άρα
$y(t) = \left[-\frac{e^{-4t}}{4}\right]_0^{\infty} - 2\left[-\frac{e^{-5t}}{5}\right]_0^{\infty} + \left[-\frac{e^{-6t}}{6}\right]_0^{\infty} = \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-4t}}{4} - \left(-\frac{e^{-4\cdot 0}}{4}\right)\right] -$
$2\left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-5t}}{5} - \left(-\frac{e^{-5\cdot 0}}{5}\right)\right] + \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-6t}}{6} - \left(-\frac{e^{-6\cdot 0}}{6}\right)\right] =$
$\left[0 + \frac{1}{4}\right] - 2\left[0 + \frac{1}{5}\right] + \left[0 + \frac{1}{6}\right] = \frac{1}{4} - \frac{2}{5} + \frac{1}{6}$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t}\left[e^t - 1\right]\right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t}\right]^2 \left[e^t - 1\right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2\cdot 3t}\left[\left(e^t\right)^2 - 2e^t + 1\right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t}\left[e^{2t} - 2e^t + 1\right] dt =$
$\int_0^{\infty}\left[e^{-6t+2t} - 2e^{-6t+t} + e^{-6t}\right] dt = \int_0^{\infty}\left[e^{-4t} - 2e^{-5t} + e^{-6t}\right] dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-4t} dt - 2\int_0^{\infty} e^{-5t} dt + \int_0^{\infty} e^{-6t} dt$
- Ισχύει ότι $\int e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + C$
- Άρα
$y(t) = \left[-\frac{e^{-4t}}{4}\right]_0^{\infty} - 2\left[-\frac{e^{-5t}}{5}\right]_0^{\infty} + \left[-\frac{e^{-6t}}{6}\right]_0^{\infty} = \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-4t}}{4} - \left(-\frac{e^{-4\cdot 0}}{4}\right)\right] -$
$2\left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-5t}}{5} - \left(-\frac{e^{-5\cdot 0}}{5}\right)\right] + \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-6t}}{6} - \left(-\frac{e^{-6\cdot 0}}{6}\right)\right] =$
$\left[0 + \frac{1}{4}\right] - 2\left[0 + \frac{1}{5}\right] + \left[0 + \frac{1}{6}\right] = \frac{1}{4} - \frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{15}{60} - \frac{24}{60} + \frac{10}{60}$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t}\left[e^t - 1\right]\right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t}\right]^2 \left[e^t - 1\right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2\cdot 3t}\left[\left(e^t\right)^2 - 2e^t + 1\right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t}\left[e^{2t} - 2e^t + 1\right] dt =$
$\int_0^{\infty} \left[e^{-6t+2t} - 2e^{-6t+t} + e^{-6t}\right] dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-4t} - 2e^{-5t} + e^{-6t}\right] dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-4t} dt - 2\int_0^{\infty} e^{-5t} dt + \int_0^{\infty} e^{-6t} dt$
- Ισχύει ότι $\int e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + C$
- Άρα
$y(t) = \left[-\frac{e^{-4t}}{4}\right]_0^{\infty} - 2\left[-\frac{e^{-5t}}{5}\right]_0^{\infty} + \left[-\frac{e^{-6t}}{6}\right]_0^{\infty} = \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-4t}}{4} - \left(-\frac{e^{-4\cdot 0}}{4}\right)\right] -$
$2\left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-5t}}{5} - \left(-\frac{e^{-5\cdot 0}}{5}\right)\right] + \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-6t}}{6} - \left(-\frac{e^{-6\cdot 0}}{6}\right)\right] =$
$\left[0 + \frac{1}{4}\right] - 2\left[0 + \frac{1}{5}\right] + \left[0 + \frac{1}{6}\right] = \frac{1}{4} - \frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{15}{60} - \frac{24}{60} + \frac{10}{60} = \frac{1}{60}$

Λύση 2ου ερωτήματος

- $E_y = \int_{-\infty}^{\infty} |y(t)|^2 dt = \int_0^{\infty} \left| e^{-3t}\left[e^t - 1\right]\right|^2 dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-3t}\right]^2 \left[e^t - 1\right]^2 dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-2\cdot 3t}\left[\left(e^t\right)^2 - 2e^t + 1\right] dt = \int_0^{\infty} e^{-6t}\left[e^{2t} - 2e^t + 1\right] dt =$
$\int_0^{\infty} \left[e^{-6t+2t} - 2e^{-6t+t} + e^{-6t}\right] dt = \int_0^{\infty} \left[e^{-4t} - 2e^{-5t} + e^{-6t}\right] dt =$
$\int_0^{\infty} e^{-4t} dt - 2\int_0^{\infty} e^{-5t} dt + \int_0^{\infty} e^{-6t} dt$
- Ισχύει ότι $\int e^{\alpha x} dx = \frac{e^{\alpha x}}{\alpha} + C$
- Άρα
$y(t) = \left[-\frac{e^{-4t}}{4}\right]_0^{\infty} - 2\left[-\frac{e^{-5t}}{5}\right]_0^{\infty} + \left[-\frac{e^{-6t}}{6}\right]_0^{\infty} = \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-4t}}{4} - \left(-\frac{e^{-4\cdot 0}}{4}\right)\right] -$
$2\left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-5t}}{5} - \left(-\frac{e^{-5\cdot 0}}{5}\right)\right] + \left[\lim_{x\to\infty} -\frac{e^{-6t}}{6} - \left(-\frac{e^{-6\cdot 0}}{6}\right)\right] =$
$\left[0 + \frac{1}{4}\right] - 2\left[0 + \frac{1}{5}\right] + \left[0 + \frac{1}{6}\right] = \frac{1}{4} - \frac{2}{5} + \frac{1}{6} = \frac{15}{60} - \frac{24}{60} + \frac{10}{60} = \frac{1}{60} < \infty.$
- Αφού η ενέργεια του σήματος είναι μη μηδενική και πεπερασμένη τότε το σήμα είναι ενεργειακό (και, κατά συνέπειαν, όχι ισχύος).