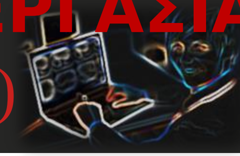
ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΚΟΝΑΣ (7.010)



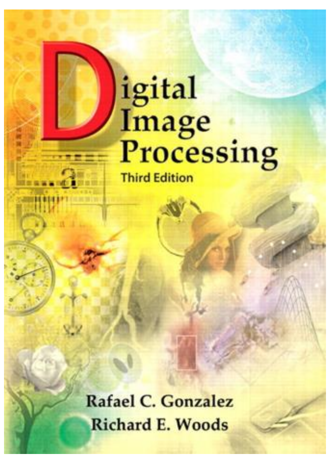
Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας 3η Διάλεξη

Κώστας Μαριάς
kmarias@hmu.gr
Εργ. Γιάννης Στεφανής
jstefanis@teicrete.gr, jstefanis@ics.forth.gr

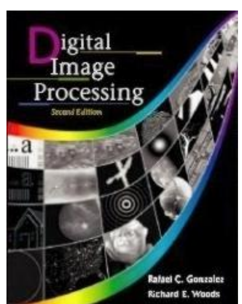
Αναφορές

- Peters, Richard Alan, II, "The Fourier Transform", Lectures on Image Processing, Vanderbilt University, Nashville, TN, April 2008, Available on the web at the Internet Archive, http://www.archive.org/details/Lectures_on_Image_Processing.
- Christophoros Nikou, Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα, Intensity Transformations (Histogram Processing), University of Ioannina - Department of Computer Science, cnikou@cs.uoi.gr

  http://ecourse.uoi.gr/course/view.php?id=1126



“Digital Image Processing”, Rafael C.Gonzalez & Richard E. Woods, Addison-Wesley, 3rd edition



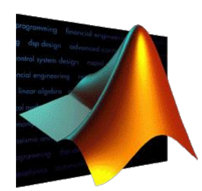
“Digital Image Processing”, Rafael C. Gonzalez & Richard E. Woods, Addison-Wesley, 2002

Περιεχόμενα Διάλεξης

- ΨΕΕ στο χωρικό πεδίο
- Βελτιστοποίηση εικόνας με χρήση φίλτρων
- Παραδείγματα τεχνικών φιλτραρίσματος στο χωρικό πεδίο

Για την καλύτερη παρακολούθηση έχουμε 3 ειδών διαφάνειες: Βασική πληροφορία (για προπτυχιακούς), Παραδείγματα Matlab για προπτυχιακούς και προχωρημένα ερευνητικά θέματα (research)

Basic



Matlab

Research

Basic

ΨΕΕ στο Χωρικό πεδίο

- Ο όρος χωρικό πεδίο αναφέρεται στο ίδιο το επίπεδο της εικόνας, καθώς και οι μέθοδοι επεξεργασίας εικόνας σε αυτή την κατηγορία βασίζονται στην άμεση χειραγώγηση των pixel σε μια εικόνα.
- Δύο κύριες κατηγορίες επεξεργασίας στο χωρικό πεδίο είναι οι μετασχηματισμοί έντασης και χωρικό φιλτράρισμα.
- Οι μετασχηματισμοί έντασης λειτουργούν σε μεμονωμένα pixels μιας εικόνας, κυρίως για το σκοπό της προσαρμογής της αντίθεσης και κατωφλίου εικόνας (thresholding).
- Το χωρικό φιλτράρισμα περιλαμβάνει εκτέλεση εργασιών, όπως η όξυνση της εικόνας, δουλεύοντας σε μια γειτονιά του κάθε pixel στην εικόνα.

Basic

ΨΕΕ στο Χωρικό πεδίο

Οι επεξεργασίες στο χωρικό πεδίο μπορούν να περιγραφούν με τη γενική σχέση:

$$g(x,y)=T\,[f(x,y)]$$

Η εικόνα εισόδου είναι η f(x,y) ενώ η εικόνα εξόδου είναι η g(x,y) η οποία προκύπτει μέσω του τελεστή T ο οποίος ορίζεται σε γειτονιά του σημείου (x,y) σε μια ή σε περισσότερες εικόνες (π.χ. μέσος όρος για απομάκρυνση θορύβου).

Basic

ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΕΙΚΟΝΑΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΦΙΛΤΡΩΝ

- Σκοπός των τεχνικών αυτών μπορεί να είναι:
  - η βελτιστοποίηση της οπτικής εμφάνισης μιας εικόνας όπως την αντιλαμβάνεται ο άνθρωπος,
  - η τροποποίηση των εικόνων με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι αποτελεσματικότερη η παραπέρα ανάλυση ή χρησιμοποίησή τους.

Basic

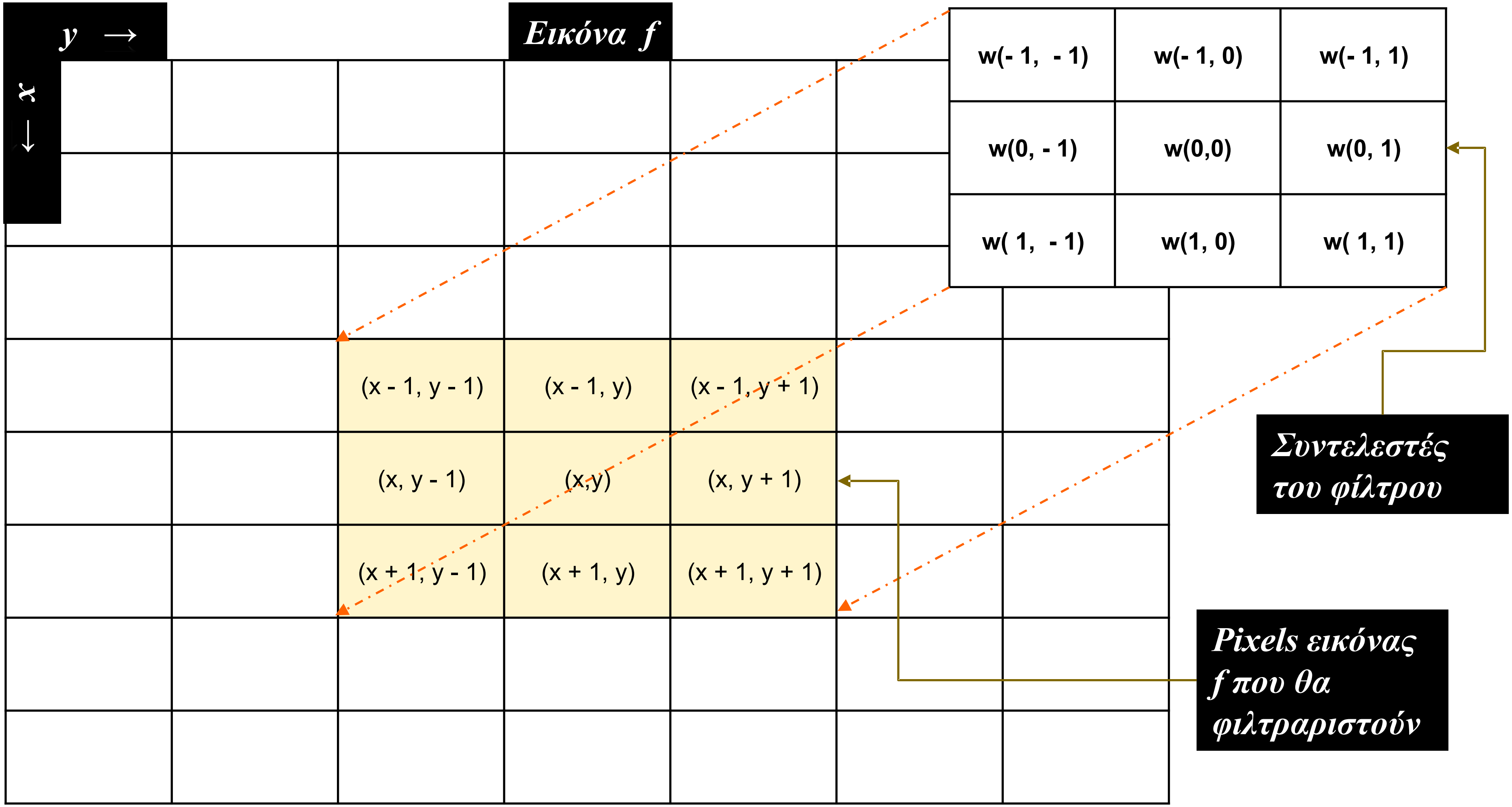
ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΦΙΛΤΡΑΡΙΣΜΑΤΟΣ

- Οι Τεχνικές Φιλτραρίσματος χωρίζονται σε Τεχνικές :
- στο Πεδίο του Χώρου (Spatial Domain) και σε Τεχνικές στο Πεδίο της Συχνότητας (Frequency Domain).
- Διακρίνονται επίσης και ως Γραμμικές ή μη Γραμμικές Τεχνικές Φιλτραρίσματος.

Basic

Φιλτράρισμα στο Χωρικό πεδίο

- Η αρχή γραμμικού φιλτραρίσματος στο χώρο παρουσιάζεται στο σχήμα:



Basic

Φιλτράρισμα στο Χωρικό πεδίο

- Η αρχή γραμμικού φιλτραρίσματος στο χώρο δίνεται από τη σχέση:

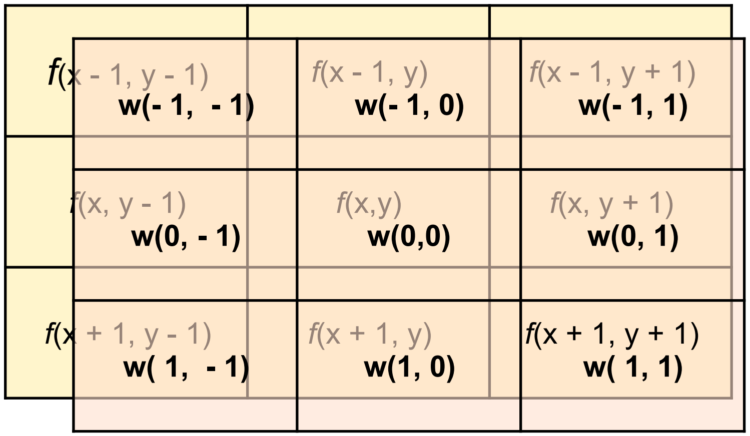
$f(x - 1, y - 1)$	$f(x - 1, y)$	$f(x - 1, y + 1)$
$f(x, y - 1)$	$f(x,y)$	$f(x, y + 1)$
$f(x + 1, y - 1)$	$f(x + 1, y)$	$f(x + 1, y + 1)$

w(- 1, - 1)	**w(- 1, 0)**	**w(- 1, 1)**
w(0, - 1)	**w(0,0)**	**w(0, 1)**
w(1, - 1)	**w(1, 0)**	**w(1, 1)**

Basic

Φιλτράρισμα στο Χωρικό πεδίο

- Η αρχή γραμμικού φιλτραρίσματος στο χώρο δίνεται από τη σχέση συσχέτισης:



$$
\begin{aligned}
g(x, y) = \; & w(-1, -1)\, f(x - 1, y - 1) + w(-1, 0)\, f(x - 1, y) + w(-1, 1) f(x - 1, y+1) + \\
& w(0, -1)\, f(x, y - 1) \quad + w(0, 0)\, f(x, y) \quad + w(0, 1)\, f(x , y+1) + \\
& w(1,-1)\, f(x+1, y - 1) \quad + w(1, 0)\, f(x+1, y) \quad + w(1, 1)\, f(x +1, y+1)
\end{aligned}
$$

Basic

Φιλτράρισμα στο Χωρικό πεδίο

- Για να γενικεύσουμε σε μια μάσκα *m* x *n* *υποθέτουμε ότι τα m,n είναι περιττοί και μπορούν να γραφτούν με τη μορφή m=2α+1, n=2b+1, όπου α,b είναι θετικοί ακέραιοι.*
- *Αυτό σημαίνει ότι θα έχουμε φίλτρα με διάσταση 3x3, 5x5, 7x7… κλπ. Συνήθως m=n ώστε να επικεντρωνόμαστε στο κεντρικό pixel (x,y).*
- Η γενική σχέση για γραμμικό φιλτράρισμα μιας εικόνας MxN με φίλτρο *m* x *n δίνεται από τη σχέση:*
- $g(x,y)=\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b} w(s,\, t)f(x+s,\, y+t)$

Φιλτράρισμα στο Χωρικό πεδίο

Basic

- Η απλοποιημένη σχέση για εφαρμογή φίλτρου σε 3x3 γειτονιά pixels:

p1	*p2*	*p3*
p4	*p5*	*p6*
p7	*p8*	*p9*

w1	*w2*	*w3*
w4	*w5*	*w6*
w7	*w8*	*w9*

- Και γενικεύοντας για φίλτρα διάστασης *mxn:*

$$g(x,y)=\sum_{k=1}^{mn} w_k p_k$$

Basic

Φιλτράρισμα στο Χωρικό πεδίο: Συσχέτιση/Συνέλι

- Για να έχουμε συνέλιξη η μάσκα w πρέπει να περιστραφεί 180º:

p1	*p2*	*p3*
p4	*p5*	*p6*
p7	*p8*	*p9*

w9	*w8*	*w7*
w6	*w5*	*w4*
w3	*w2*	*w1*

- Η συσχέτιση και η συνέλιξη είναι έννοιες κοντινές και χρησιμοποιούνται για γραμμικό φιλτράρισμα.
- Η Συσχέτιση είναι αυτό που περιγράψαμε στις προηγούμενες διαφάνειες όπου μετακινούμε τη μάσκα φίλτρου πάνω από την εικόνα και υπολογίζουμε το άθροισμα των γινομένων σε κάθε θέση.
- Η συνέλιξη γίνεται με τον ίδιο τρόπο αλλά η μάσκα του φίλτρου περιστρέφετε κατά 180°. Οπότε κάνουμε ότι πριν αλλά στη σχέση g(x, y) = $^{mn}_{k=1}\, w_k p_k$ το w_1 έχει πάρει την τιμή του w_9, to w_2 του w_8 κλπ. Αν το φίλτρο έχει συμμετρία η συνέλιξη ταυτίζεται με την συσχέτιση.

Basic

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΦΙΛΤΡΩΝ

- ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ (mean FILTER)
- ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΑΙΑΣ ΤΙΜΗΣ (median FILTER) και ranked filters (φίλτρα κατάταξης)
- ΦΙΛΤΡΑ GAUSS

Basic

Παράδειγμα Επεξεργασίας Εικόνας με χωρικά φίλτ

Αρχική εικόνα:

1 1/9	6 1/9	3 1/9	2	9
2 1/9	(x,y) 11 1/9	3 1/9	10	0
5 1/9	10 1/9	6 1/9	9	7
3	1	0	2	8
4	4	2	9	10

Εικόνα φιλτραρισμένη με 3x3 φίλτρο ομαλοποίησης

0	0	0	0	0
0	5			0
0				0
0				0
0	0	0	0	0

- $f(x,y)=f(2,2)=11$
- Νέα τιμή $g(x,y)=T[f(x,y)] = 1\times 1/9 + 6\times 1/9 + 3\times 1/9 + 2\times 1/9 + 11\times 1/9 + 3\times 1/9 + 5\times 1/9 + 10\times 1/9 + 6\times 1/9 = 47/9 = 5.222$

Basic

Παράδειγμα Επεξεργασίας Εικόνας με χωρικά φίλτ

Αρχική εικόνα:

1 1/9	6 1/9	3 1/9	2	9
2 1/9	11 1/9	3 1/9	10	0
5 1/9	10 1/9	6 1/9	9	7
3	1	0	2	8
4	4	2	9	10

Εικόνα φιλτραρισμένη με 3x3 φίλτρο ομαλοποίησης

0	0	0	0	0
0	5			0
0				0
0				0
0	0	0	0	0

- Νέα τιμή = $1 \cdot 1/9 + 6 \cdot 1/9 + 3 \cdot 1/9 + 2 \cdot 1/9 + 11 \cdot 1/9 + 3 \cdot 1/9 + 5 \cdot 1/9 + 10 \cdot 1/9 + 6 \cdot 1/9 = 47/9 = 5.222$

Παράδειγμα Επεξεργασίας Εικόνας με χωρικά φίλτ

Basic

Αρχική εικόνα:

1	6 1/9	3 1/9	2 1/9	9
2	11 1/9	3 1/9	10 1/9	0
5	10 1/9	6 1/9	9 1/9	7
3	1	0	2	8
4	4	2	9	10

Εικόνα φιλτραρισμένη με 3x3 φίλτρο ομαλοποίησης

0	0	0	0	0
0	5	7		0
0				0
0				0
0	0	0	0	0

- Νέα τιμή = $6\times 1/9 + 3\times 1/9 + 2\times 1/9 + 11\times 1/9 + 3\times 1/9 + 10\times 1/9 + 10\times 1/9 + 6\times 1/9 + 9\times 1/9 = 60/9 = 6.667$

Παράδειγμα Επεξεργασίας Εικόνας με χωρικά φίλτ

Basic

Αρχική εικόνα:

1	6	3	2	9
2	11	3	10	0
5	10	6	9	7
3	1	0	2	8
4	4	2	9	10

Εικόνα φιλτραρισμένη με 3x3 φίλτρο ομαλοποίησης

0	0	0	0	0
0	5	7	5	0
0	5	6	5	0
0	4	5	6	0
0	0	0	0	0

- Στην επόμενη διαφάνεια θα δούμε την επίδραση (ομαλοποίηση) του 3x3 φίλτρου αυτού σε μια εικόνα.

ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ (mean FILTER)

- Η λειτουργία του φίλτρου μέσης τιμής συνίσταται με την αντικατάσταση της φωτεινότητας σε κάθε εικονοστοιχείο με τη μέση φωτεινότητα σε μια γειτονιά του.
- Είναι Χαμηλοπερατά (lowpass) φίλτρα μιας και αντικαθιστούμε τη τιμή του pixel με τη μέση τιμή της γειτονιάς του οπότε και μειώνουμε βαθμιαία απότομες αλλαγές στην ένταση των pixels.
- Ενώ μειώνουμε των τυχαίο θόρυβο όμως χάνουμε συνήθως ευκρίνεια στις ακμές τις εικόνας (edge blurring – θόλωμα ακμών).

Παράδειγμα Επεξεργασίας Εικόνας

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

- I = imread('eight.tif'); figure, imshow(I)
- filteredImage = conv2(double(I), ones(3)/9);
- figure, imshow(uint8(filteredImage));

Basic

ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ (mean FILTER)

- Η λειτουργία του φίλτρου μέσης τιμής συνίσταται με την αντικατάσταση της φωτεινότητας σε κάθε εικονοστοιχείο με τη μέση φωτεινότητα σε μια γειτονιά του.
- Αν Ν είναι η γειτονιά του εικονοστοιχείου *(i,j)* μιας εικόνας Ι, τότε η τιμή του εικονοστοιχείου *(i,j)* αντικαθίσταται με τη βοήθεια της σχέσης:
- $I'(x,y) = \quad {}_{(x,y)\in N} \; I(x,\, y)$
- όπου Μ το πλήθος των εικονοστοιχείων της γειτονιάς Ν.

Basic

ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ (mean FILTER)

- Η γειτονιά N είναι συνήθως καθορισμένη για κάθε επεξεργασία και συνήθως αντιστοιχεί σε τετράγωνες μάσκες.

Έτσι για ακτίνα ίση με ένα έχουμε ουσιαστικά μια γειτονιά διαστάσεων 3×3.

- Ένα 3×3 φίλτρο μέσης τιμής μπορεί πρακτικά να υλοποιηθεί με μια μάσκα της μορφής:

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

ή 1/9

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Basic

ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ (mean FILTER)

- Το φίλτρο μέσης τιμής μπορεί να θεωρηθεί ως ένα κατωδιαβατό φίλτρο.
- Αν θέλουμε να τονίσουμε περισσότερο τη συνεισφορά των εικονοστοιχείων ανάλογα με την απόστασή τους, τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μάσκες εξομάλυνσης όπως η παρακάτω

$$\frac{1}{16}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ (mean FILTER)

Basic

- Στη γενική του μορφή για γραμμικό φιλτράρισμα εξομάλυνσης (smoothing) μιας εικόνας MxN με φίλτρο *m* x *n δίνεται από τη σχέση:*

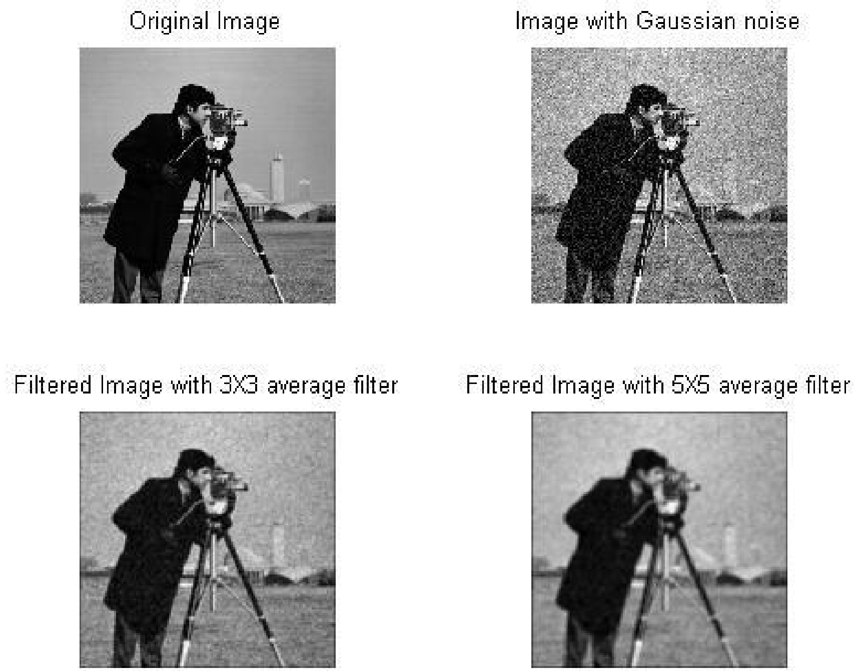
$$g(x,y)=\frac{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b} w(s,t)f(x+s,y+t)}{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b} w(s,t)}$$

Basic Matlab

ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ παράδειγμα με Matla

Εφαρμογή φίλτρου mean 3x3 αφού η αρχική εικόνα επιμολυνθεί θόρυβο Gauss. Χρησιμοποιούμε στη Matlab τη συνάρτηση *imfilter(I,h)* όπου I και h είναι πολυδιάστατοι πίνακες της εικόνας εισόδου και του φίλτρου.

Το 3X3 φίλτρο μέσης τιμής δεν ανταποκρίνεται όσο καλά όσο το 5x5 το οποίο απομακρύνει καλύτερα τον θόρυβο με κόστος όμως το περαιτέρω θόλωμα της εικόνας.




```
% Teaching gaussian noise removal using a simple 3X3
%average filter
clc;clear all; close all;
Im = imread('cameraman.tif');I = imnoise(Im,'gaussian');
h1 = ones(3,3) / 9;h2 = ones(5,5) / 25;
I1 = imfilter(I,h1);I2 = imfilter(I,h2);
subplot(2,2,1);imshow(Im,[ ]);title('Original Image');
subplot(2,2,2);imshow(I,[ ]);title('Image with Gaussian noise');
subplot(2,2,3);imshow(I1,[ ]);
title('Filtered Image with 3X3 average filter');
subplot(2,2,4);imshow(I2,[ ]);
title('Filtered Image with 5X5 average filter');
```

E. Jebamalar Leavline, D. Asir Antony Gnana Singh, On Teaching Digital Image Processing with MATLAB, American Journal of Signal Processing, Vol. 4 No. 1, 2014, pp. 7-15. doi: 10.5923/j.ajsp.20140401.02.

Basic

ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΑΙΑΣ ΤΙΜΗΣ (median FILTER)

- Το φιλτράρισμα με ένα φίλτρο μεσαίας τιμής είναι μια μη γραμμική τεχνική. Η τιμή median ενός συνόλου *A* είναι ίση με τη μεσαία τιμή του συνόλου.
- Συγκεκριμένα, έστω
- $A=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,..,\alpha_n\}$
- το σύνολο με στοιχεία $\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \ldots \leq \alpha_n \in R$.
- Το φίλτρο μεσαίας τιμής χρησιμοποιείται για την εξομάλυνση (smoothing) των ακμών και τη μείωση του θορύβου μιας εικόνας.

ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΑΙΑΣ ΤΙΜΗΣ (median FILTER)

- Το median του *A* ισούται με

$$median(A)=\begin{cases} a_{\frac{n+1}{2}} \lfloor n, \pi\varepsilon\rho\iota\tau\tau o\varsigma \\ \frac{1}{2}\left(a_{\frac{n}{2}}+a_{\frac{n}{2}+1}\right) \lfloor n, \alpha\rho\tau\iota o\varsigma \end{cases}$$

- Ιδιότητες:
  - median(k+A) = k+median(A)
  - median(k.A) = k.median(A)
  - median(A+B)≠median(A)+ median(B) → **μη γραμμικότητα!**

Παραδείγματα median filtering

- Για παράδειγμα median{4,3,5,8,2}

n=5 περιττός, median{2,3,4,5,8}= $\alpha_{(5+1)/2} = \alpha_3 = 4$

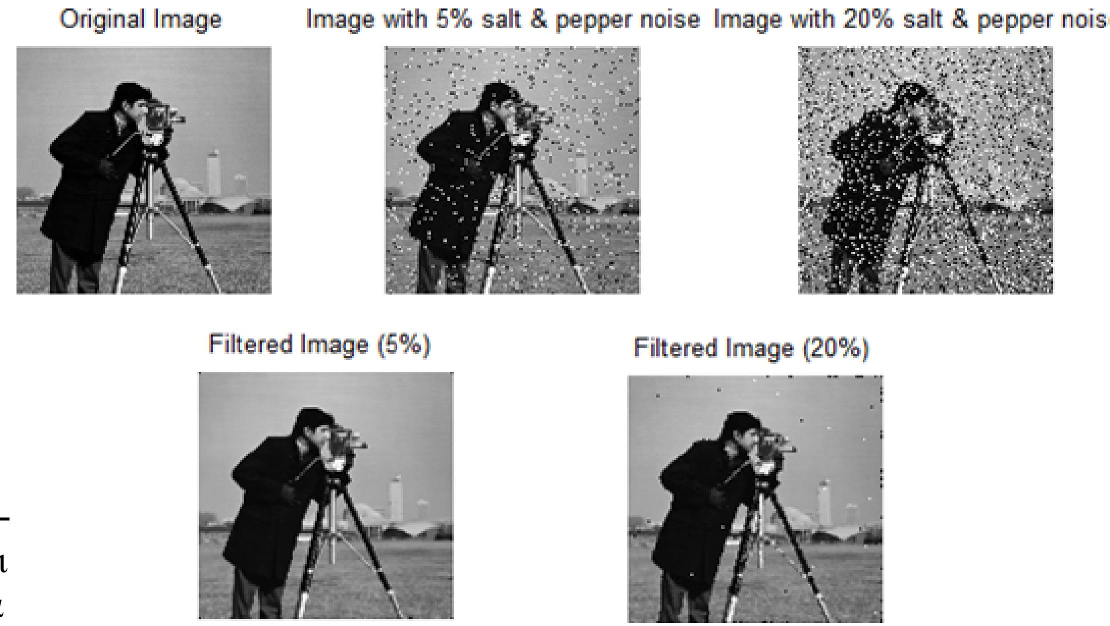
- median{4,3,5,8,2,6}

n=6 άρτιος, median{2,3,4,5,6,8}= $\frac{1}{2}\{\alpha_{\frac{n}{2}} + \alpha_{\frac{n}{2}+1}\} =$
$\frac{1}{2}\{\alpha_3 + \alpha_4\} = 4.5$

ΦΙΛΤΡΟ ΜΕΣΑΙΑΣ ΤΙΜΗΣ παράδειγμα με Matla

Basic Matlab

Εφαρμογή φίλτρου median αφού η αρχική εικόνα επιμολυνθεί με 5%,20% θόρυβο salt and pepper.



Η εντολή B = medfilt2(A) κάνει median filtering στον πίνακα A σε δυο διαστάσεις. Κάθε pixel που προκύπτει περιέχει την τιμή median στη γειτονιά 3-by-3 τριγύρω από το pixel αυτό. Η medfilt2 γεμίζει (pads) την εικόνα με 0 στις ακμές οπότε μπορεί να υπάρχουν αλλοιώσεις στις median τιμές.

Η εντολή B = medfilt2(A, [m n]) κάνει median filtering όπου κάθε pixel που προκύπτει είναι η μεσαία τιμή (median value) σε μια m-by-n γύρω από το pixel αυτό στην αρχική εικόνα.

E. Jebamalar Leavline, D. Asir Antony Gnana Singh, On Teaching Digital Image Processing with MATLAB, American Journal of Signal Processing, Vol. 4 No. 1, 2014, pp. 7-15. doi: 10.5923/j.ajsp.20140401.02.

```
% Teaching salt and pepper noise removal using a simple median filter
clc;
clear all;close all;
Im = imread('cameraman.tif');
I5 = imnoise(Im,'salt & pepper', 0.05);
I20 = imnoise(Im,'salt & pepper', 0.2);
I1=medfilt2(I5); I2=medfilt2(I20);
subplot(3,3,1);imshow(Im,[]), title('Original Image');
subplot(3,3,2);imshow(I5,[]), title('Image with 5% salt & pepper noise ');
subplot(3,3,3);imshow(I20,[]), title('Image with 20% salt & pepper noise ');
subplot(3,3,4);imshow(I1,[]), title('Filtered Image (5%) ');
subplot(3,3,5);imshow(I2,[]), title('Filtered Image (20%)');
```

Median – Φίλτρα Κατάταξης (Ranked filters

Basic

- Τα φίλτρα median μπορούν να θεωρηθούν ως ειδική περίπτωση των φίλτρων rank (κατάταξης).
- Ενώ το φίλτρο μεσαίας τιμής είναι το πιο χρήσιμο στατιστικής κατάταξης, υπάρχουν και άλλα.
- Αντιπροσωπεύει το 50ο εκατοστημόριο (percentalie) ενός καταταγμένου συνόλου αριθμών αλλά υπάρχουν και άλλες δυνατότητες.
- Το 100ο εκατοστημόριο οδηγεί στο μέγιστο φίλτρο (*max filter)*, το οποίο είναι χρήσιμο για να βρίσκουμε τα πιο φωτεινά pixels της εικόνας

Median – Φίλτρα Κατάταξης (Ranked filters

- Η απόκριση ενός 3x3 max filter δίνεται από τη σχέση R=max{α_k | k=1..9}
- Το 0ο εκατοστημόριο μας δίνει το φίλτρο *min*, που πετυχαίνει το αντίθετο αποτέλεσμα από το max.
- Τα φίλτρα Median, max, min,είναι όλα μη γραμμικά φίλτρα.

ΦΙΛΤΡΑ GAUSS (Θόλωση Gauss)

Basic

- Είναι φίλτρα θόλωσης εικόνας που χρησιμοποιούν τη συνάρτηση Gauss (η οποία εκφράζει την κανονική κατανομή στη στατιστική)για να υπολογίσει τους συντελεστές του φίλτρου για τον μετασχηματισμό κάθε pixel:

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

- Όπου x,y είναι οι αποστάσεις από την αρχή των αξόνων και σ είναι η τυπική απόκλιση (standard deviation) της κατανομής Gauss.
- Στις 2 διαστάσεις η εξίσωση αυτή δίνει μια επιφάνεια της οποία τα περιγράμματα είναι ομόκεντροι κύκλοι με Γκαουσιανη κατανομή από το κεντρικό σημείο.

https://en.wikipedia.org/wiki/Gaussian_blur

ΦΙΛΤΡΑ GAUSS (Θόλωση Gauss)

Basic

- Μια προσέγγιση στο σχεδιασμό φίλτρων Gauss είναι να υπολογίσουμε τα βάρη της μάσκας απευθείας από την ασυνεχή κατανομή Gauss:

$$G(i,j) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{i^2+j^2}{2\sigma^2}}$$

- Προαιρετικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μια είναι σταθερά κανονικοποίησης c:

$$\frac{G(i,j)}{c} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{i^2+j^2}{2\sigma^2}}$$

Basic

ΦΙΛΤΡΑ GAUSS (Θόλωση Gauss)

- Με τη σταθερά c, επιλέγοντας μια τιμή για το σ^2 , μπορούμε να το υπολογίσουμε σε ένα n × n παράθυρο για να πάρουμε μια μάσκα για την οποία η τιμή στο [0,0] είναι 1.

Για $\sigma^2 = 2$ και n=7.

[i,j]	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	0.011	0.039	0.082	0.105	0.082	0.039	0.011
-2	0.039	0.135	0.287	0.368	0.287	0.135	0.039
-1	0.082	0.287	0.606	0.779	0.606	0.287	0.082
0	0.105	0.368	0.779	1	0.779	0.368	0.105
1	0.082	0.287	0.606	0.779	0.606	0.287	0.082
2	0.039	0.135	0.287	0.368	0.287	0.135	0.039
3	0.011	0.039	0.082	0.105	0.082	0.039	0.011

ΦΙΛΤΡΑ GAUSS στη Matlab

- Η εντολή

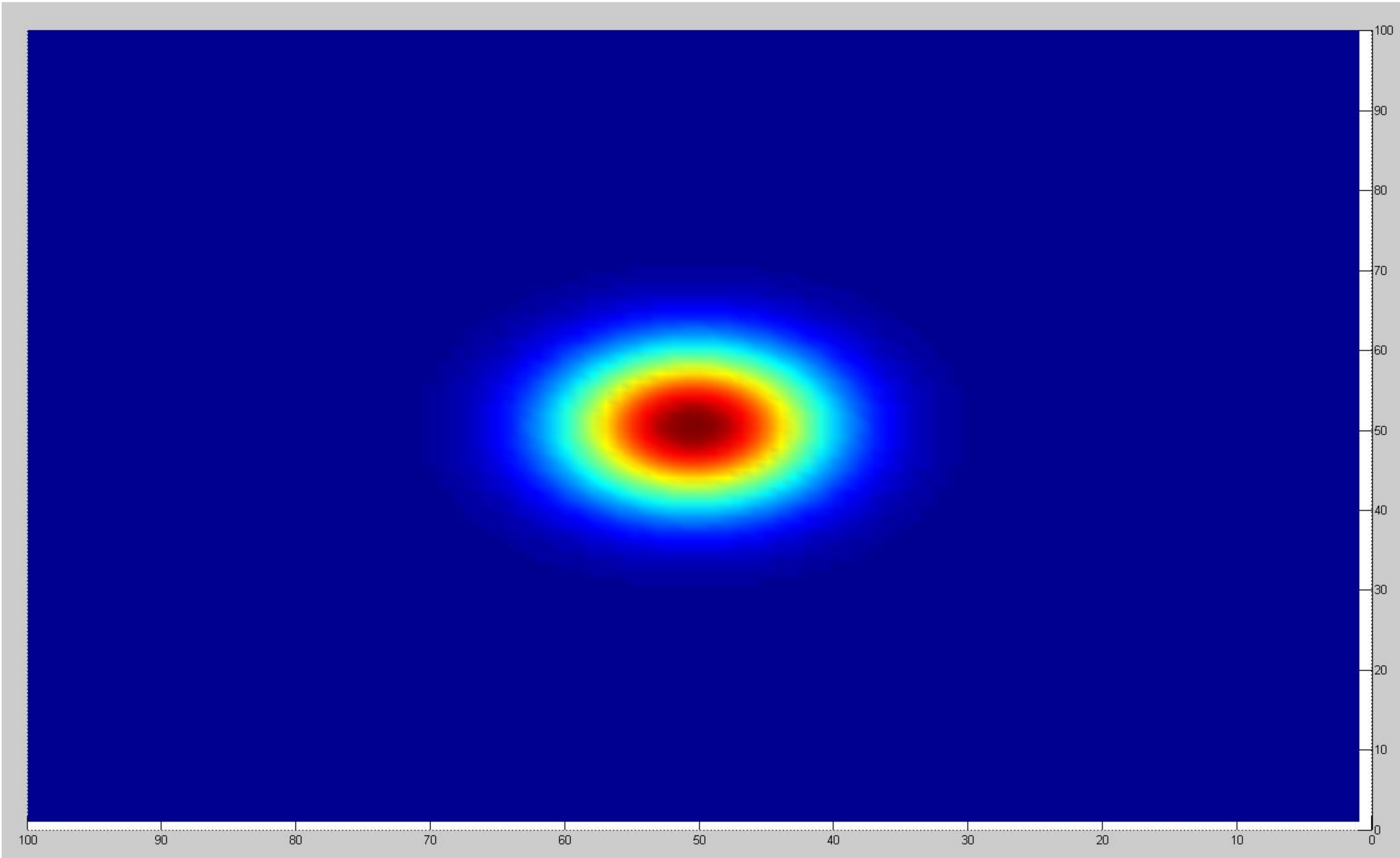
  h = fspecial('gaussian', hsize, sigma)

- Δίνει ένα περιφερειακά συμμετρικό φίλτρο Gauss (lowpass filter) μεγέθους hsize και τυπικής απόκλισης sigma (θετικός).
- Το hsize μπορεί να είναι ένα διάνυσμα που να καθορίζει τον αριθμό γραμμών/στηλών στο h, η μπορεί να είναι βαθμωτη τιμή οπότε το h θα είναι τετράγωνος πίνακας.
- Η προεπιλεγμένη τιμή για το hsize είναι [3 3]και για το sigma 0.5.

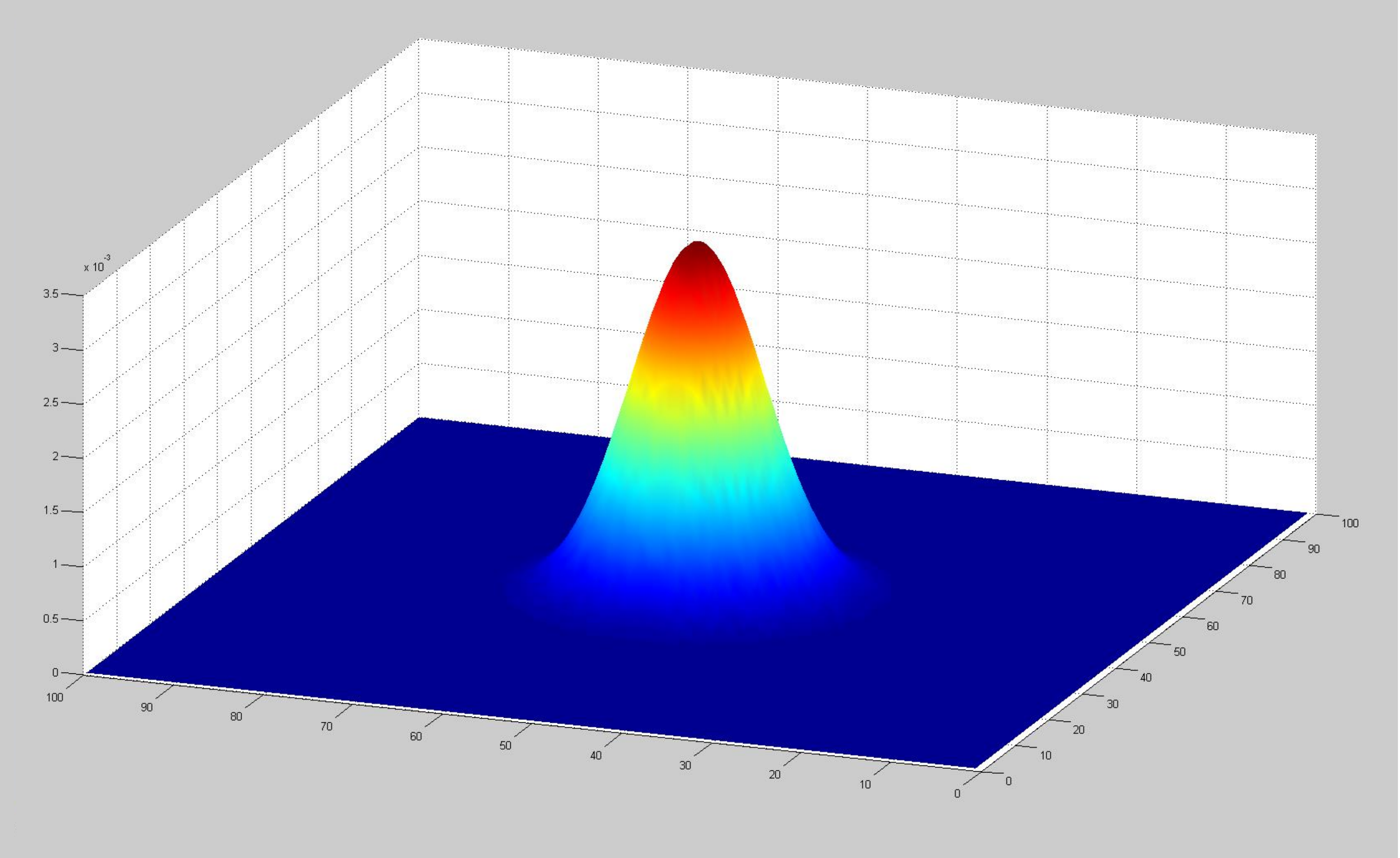
ΦΙΛΤΡΑ GAUSS στη Matlab

```
h=fspecial('gaussian', [100 100],2);
figure, imshow(h,[])
figure, imagesc(h,[])
h=fspecial('gaussian', [100 100],7);
figure, imagesc(h), colormap jet
figure, surf(h), shading interp, colormap jet
```

ΦΙΛΤΡΑ GAUSS στη Matlab



ΦΙΛΤΡΑ GAUSS στη Matlab



End of today's lecture

Thank you for your attention!