



Λογισμός Ι

3^ο Σετ Ασκήσεων

1. Να υπολογιστούν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$\int 2(2x + 1)^3 dx$$

$$\int x \sin x dx$$

$$\int \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 4} dx$$

$$\int_{-1}^2 \frac{dx}{3 + 2x}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - 2x + 10}$$

$$\int \frac{d\theta}{\sqrt{27 - 6\theta - \theta^2}}$$

2. Υπολογίστε τα ακόλουθα τριγωνομετρικά ολοκληρώματα:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos 2\chi)^5 (\sin 2\chi)^2 dx$$

$$\int (\tan \theta)^3 d\theta$$

$$\int (\tan \chi)^3 (\sec \chi)^4 dx$$

$$\int (\sin x)^4 (\cos x)^2 dx$$

3. Χρησιμοποιήστε την ανάλυση σε απλά κλάσματα για να υπολογίσετε τα ακόλουθα ολοκληρώματα:

$$\int \frac{8x + 5}{2x^2 + 3x + 1} dx$$

$$\int \frac{2x^2 + 7x + 4}{x^3 + 2x^2 + 2x} dx$$

$$\int \frac{3x^3 + 4x^2 + 6x}{(x + 1)^2 (x^2 + 4)} dx$$

4. Μια μπάλα του μπέιζμπολ διαγράφει στο γήπεδο μια παραβολική τροχιά που δίνεται από τον τύπο $y = 0.01x(200 - x)$. Βρείτε το μέσο ύψος της μπάλας πάνω από την οριζόντια απόσταση της πτήσης της.



5. Βρείτε το μήκος της καμπύλης $f(x) = x^3 + \frac{1}{12x}$ στο διάστημα $[\frac{1}{2}, 2]$.
6. Περιοχή R οριοθετείται από τα γραφήματα των $f(x) = \sqrt{x}$ και $g(x) = x^2$ μεταξύ $x=0$ και $x=1$. Βρείτε τον όγκο που προκύπτει όταν η R περιστρέφεται γύρω από τον άξονα x .
7. Βρείτε το εμβαδόν της περιοχής που οριοθετείται από τα γραφήματα των $f(x) = -x^2 + 3x + 6$ και $g(x) = |2x|$.
8. Το γράφημα της $f(x) = 2\sqrt{x}$ στο διάστημα $[1,3]$ περιστρέφεται γύρω από τον άξονα x . Βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας που παράγεται.
9. Να εξετάσετε ως προς την μονοτονία τις εξής ακολουθίες:

$$a_n = \frac{4^n}{n^2} \quad n \in N^*$$

$$a_n = n^2 + (n + 3)^2 \quad n \in N^*$$

10. Ελέγξτε αν οι ακόλουθες σειρές συγκλίνουν:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^k}{k!}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{10k^3 + k}{9k^3 + k + 1} \right)^k$$

$$\sum_{\kappa=1}^{\infty} \left(1 + \frac{3}{\kappa} \right)^{\kappa^2}$$