

### Φαινόμενα Μεταφοράς Φορτίου (2)

- Διάχυση φορέων (ρεύμα διάχυσης)
- Σταθερότητα του επιπέδου Fermi στη Θ.Ι.

Λευτέρης Καπετανάκης



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΚΡΗΤΗΣ

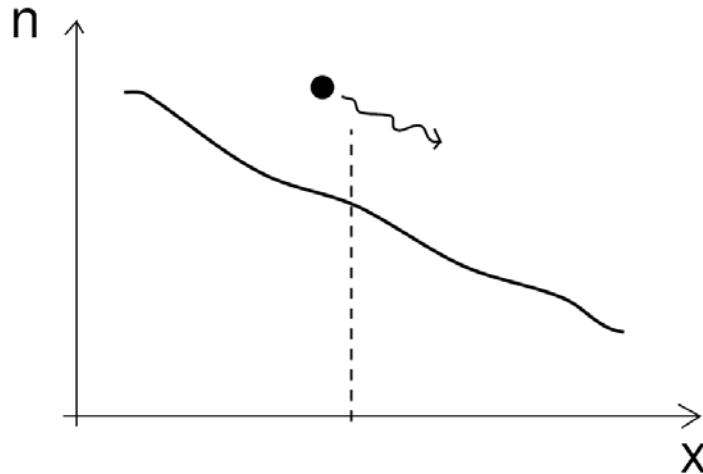
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ

Φθινόπωρο 2010

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ:** Στις διαφάνειες των διαλέξεων χρησιμοποιείται διδακτικό υλικό το οποίο έχει δανειστεί από διάφορα εκπαιδευτικά βιβλία και διαδικτυακές σελίδες. Ο εισηγητής δεν έχει καμιά αξίωση κατοχής του υλικού αυτού και το χρησιμοποιεί μόνο για λόγους διδασκαλίας εντός της τάξης. Οι εικόνες και οι πίνακες είναι κτήμα διαφόρων συγγραφέων και παρέχονται στον αντίστοιχο δικτυότοπό τους.

## Διάχυση φορέων (ρεύμα διάχυσης)

**Διάχυση** = κίνηση σωματιδίου (ροή) στην παρουσία μιας κλήσης συγκέντρωσης

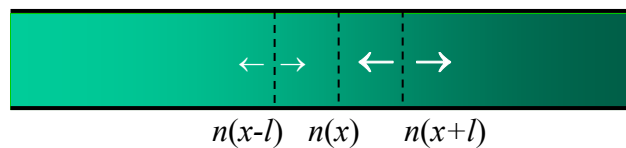


ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

## Διάχυση φορέων (ρεύμα διάχυσης)

Όταν έχουμε χωρικά ανομοιογενή συγκέντρωση φορέων,  $n$ , η οποία μεταβάλλεται μόνο κατά τη διεύθυνση  $x$ :  $n=n(x)$ ,



Συνολική Ροή Σωματιδίων στην θέση :  $x$

$$F(x) = F_{\rightarrow}(x-l) - F_{\leftarrow}(x+l) = \left(\frac{1}{2}\right)n(x-l)v_{th,x} - \left(\frac{1}{2}\right)n(x+l)v_{th,x}$$

$$F = \frac{v_{th,x}}{2} \left( n(x) - l \frac{dn}{dx} - n(x) - l \frac{dn}{dx} \right) = -v_{th,x} l \frac{dn}{dx} \Rightarrow F = -D \frac{dn}{dx}$$

Όπου:  $D = v_{th,x} l$  : Συντελεστής διάχυσης

(1<sup>ος</sup> Νόμος του Fick)

ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

## Ρεύμα Διάχυσης

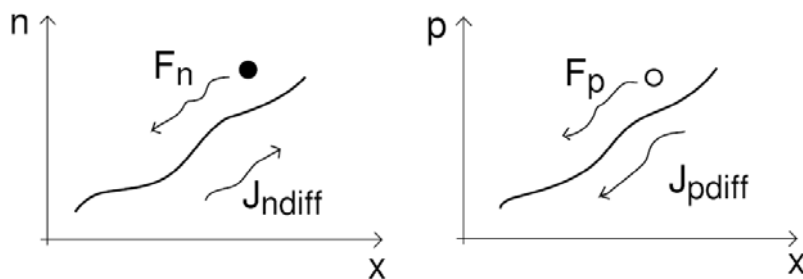
Πυκνότητα ρεύματος διάχυσης = φορτίο × ροή φορέων

$$J_n^{\text{διάχυση}} = qD_n \frac{dn}{dx} \quad (\text{διάχυση} = \text{diffusion})$$

διάχυση

$$J_p^{\text{διάχυση}} = -qD_p \frac{dp}{dx}$$

Ελέγξτε το πρόσημο



## Σχέση Einstein

Ρεύμα Διάχυσης και Σχέση κινητικών συντελεστών (Διάχυσης ~ Ευκινησίας)

$$\left. \begin{array}{l} \mu = \frac{q\tau}{m^*} \\ D = v_{th,x} l \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{D}{\mu} = \frac{v_{th,x} l}{\frac{q\tau}{m^*}} = \frac{m^* v_{th,x}^2}{q} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} m^* v_{th}^2 = \frac{kT}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q} : \text{Σχέση Einstein}$$



Θεώρημα ισοκατανομής της ενέργειας για κίνηση σε μία διεύθυνση (x)

### Σχέση Einstein στους Ημιαγωγούς

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q} = \frac{D_p}{\mu_p}$$

$$kT/q \equiv \text{Θερμικό δυναμικό}$$

Σε θερμοκρασία δωματίου:  $\frac{kT}{q} \approx 0,0259V$

Για παράδειγμα: για  $N_d = 3 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

$$\mu_n \approx 1000 \text{ cm}^2 / V \bullet s \Rightarrow D_n \approx 25 \text{ cm}^2 / s$$

$$\mu_p \approx 400 \text{ cm}^2 / V \bullet s \Rightarrow D_p \approx 10 \text{ cm}^2 / s$$

### Συνολικό Ρεύμα

Στην γενική περίπτωση όπου: i) φορείς τύπου  $n$   
ii) φορείς τύπου  $p$   
iii) ανομοιογενείς πυκνότητες,  $n(x), p(x)$   
iv) εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο  $E$

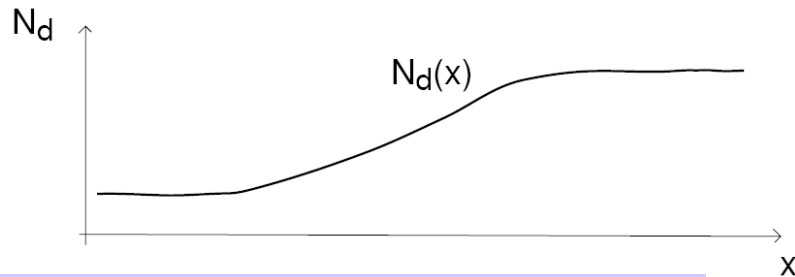
$$J_n = J_n^{\text{ολίσθ}} + J_n^{\text{διαχ}} = qn\mu_n E + qD_n \frac{dn}{dx}$$

$$J_p = J_p^{\text{ολίσθ}} + J_p^{\text{διαχ}} = qp\mu_p E - qD_p \frac{dp}{dx}$$

$$J_{\text{ολ}} = J_n + J_p$$

## Ανομοιογενώς Νοθευμένος Ημιαγωγός σε Θερμική Ισορροπία

Θεωρείστε ένα κομμάτι Si τύπου-n με ανομοιογενή συγκέντρωση φορέων, σε κατάσταση Θερμοδυναμικής Ισορροπίας:



Ποια είναι η επακόλουθη συγκέντρωση ηλεκτρονίων σε θερμοκρασία δωματίου;

n-τύπου  $\Rightarrow$  πολλά ηλεκτρόνια, λίγες οπές

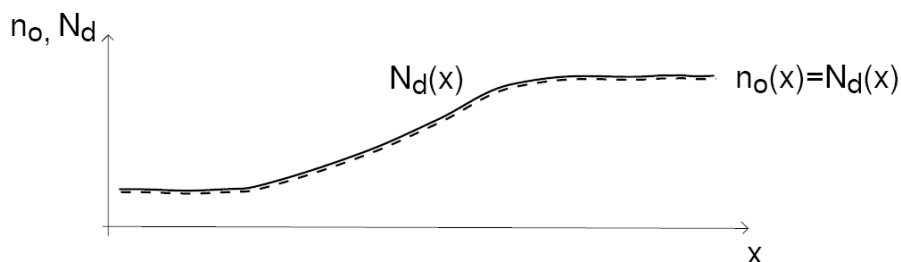
$\Rightarrow$  εστιάστε στα ηλεκτρόνια

ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

**ΕΠΙΛΟΓΗ 1:** η συγκέντρωση των ηλεκτρονίων ακολουθεί τη συγκέντρωση των ατόμων νόθευσης ΕΠΑΚΡΙΒΩΣ  $\Rightarrow$

$$n_o(x) = N_d(x)$$



**Κλίση στην συγκέντρωση των ηλεκτρονίων**

$\Rightarrow$  καθαρή διάχυση ηλεκτρονίων

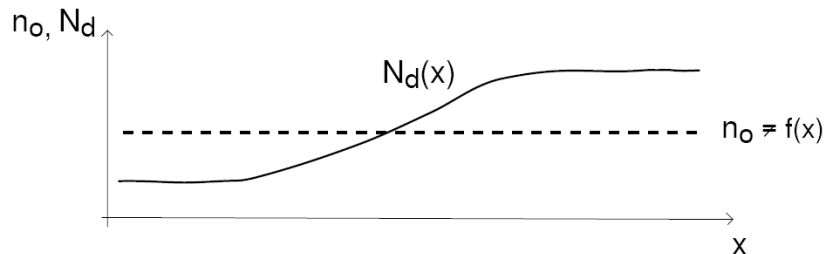
$\Rightarrow$  όχι θερμική ισορροπία !!!

ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

**ΕΠΙΛΟΓΗ 2:** ομοιόμορφη συγκέντρωση ηλεκτρονίων στο χώρο

$$n_o(x) = n_{\text{μέση τιμή}} \neq f(x)$$



Σκεφτείτε όμως τη συγκέντρωση του φορτίου χώρου:

$$\rho(x) \approx q[N_d(x) - n_o(x)]$$

Αν  $N_d(x) \neq n_o(x)$

⇒  $\rho(x) \neq 0$  (ολική συγκέντρωση φορτίου στον ημιαγωγό  $\neq 0$ )

⇒ ηλεκτρικό πεδίο

⇒ **καθαρή ολίσθηση ηλεκτρονίων**

⇒ όχι σε θερμική ισορροπία !

ΤΛ1010

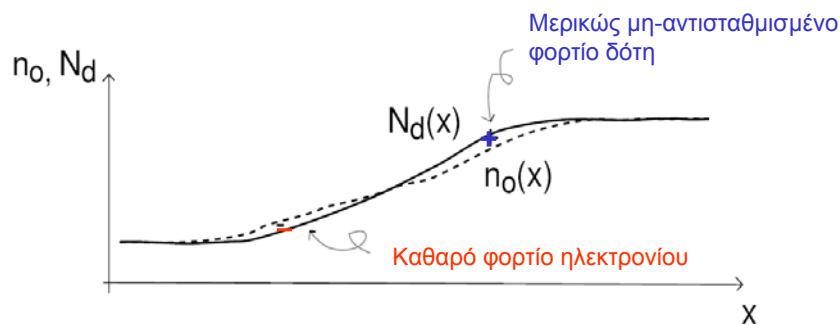
L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

**ΕΠΙΛΟΓΗ 3:** Απαίτηση μηδενισμού του ηλεκτρονικού ρεύματος, δηλ.  $J_n = 0$  σε θερμοδυναμική ισορροπία σε κάθε  $x$  (επίσης,  $J_p = 0$ )

Η διάχυση και η ολίσθηση αντισταθμίζονται επακριβώς

$$J_n(x) = J_n^{\text{ΟΛΙΣΘ.}}(x) + J_n^{\text{ΔΙΑΧ.}}(x) = 0$$

Ποιο είναι το  $n_o(x)$  που ικανοποιεί αυτή τη συνθήκη;



ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

## Ηλεκτρικό πεδίο $\mathcal{E}$

Σε κατάσταση Θερμικής Ισορροπίας

Αν, π.χ.,  $n_0 = n_0(x)$ , (αλλά,  $E_F = \text{σταθ.}$ , λόγω ΘΙ) :

$$n_0(x) = N_C e^{\frac{[E_C(x) - E_F]}{kT}} = n_i e^{\frac{E_F - E_i(x)}{kT}}$$

$$\frac{n_0(x)}{N_C} = e^{-\frac{E_C(x) - E_F}{kT}} \Rightarrow E_C(x) = E_F - kT \ln \left[ \frac{n_0(x)}{N_C} \right]$$

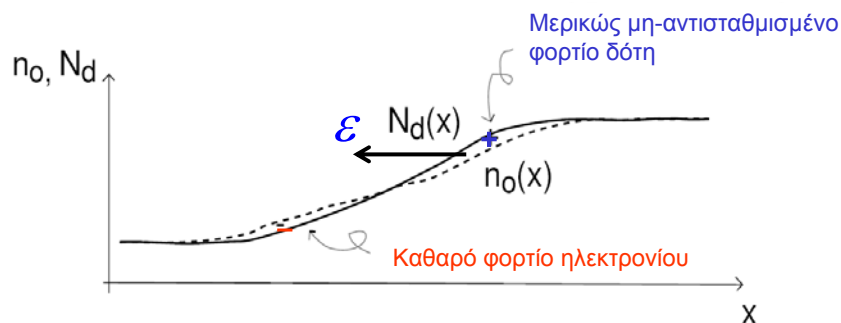
$$\frac{n_0(x)}{n_i} = e^{\frac{E_F - E_i(x)}{kT}} \Rightarrow E_i(x) = E_F - kT \ln \left[ \frac{n_0(x)}{n_i} \right]$$

$$\mathcal{E} = (1/q)(dE_i/dx) = -\frac{kT}{q} \cdot \frac{1}{n_0(x)} \cdot \frac{dn_0(x)}{dx}$$

ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

Η διεύθυνση του πεδίου είναι αντίθετη με την κλίση της συγκέντρωσης  $n_0(x)$ .



ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

| Φυσική προέλευση του Ηλεκτρικού πεδίου,<br>λόγω ανομοιογενούς συγκέντρωσης φορέων, σε κατάσταση ΘΙ                                                                                             |                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| π.χ.: ανομοιογενής (κατά βάθος) εμφύτευση προσμείξεων, $N_D = N_0 e^{-ax}$ ,<br>αλλά τέτοια ώστε να έχουμε ολικό ιονισμό, σε όλη την έκταση του υλικού                                         |                                    |
| α) αρχικά: ανομοιογενής συγκέντρωση ιονισμένων δοτών $N_D^+ = N_0^+ e^{-ax}$ ,<br>και ελεύθερων ηλεκτρονίων $n = n_0 e^{-ax}$ , ( $n_0 = N_0^+$ )                                              |                                    |
| β) $dN_D^+/dx \neq 0$ , $dn/dx \neq 0$ τείνουν να προκαλέσουν ρεύμα διάχυσης, στο<br>οποίο αποκρίνονται (πρακτικά) μόνο τα ελεύθερα ηλεκτρόνια (λόγω<br>πολύ μεγαλύτερης αδράνειας των ιόντων) |                                    |
| γ) το ρεύμα διάχυσης προκαλεί συσσώρευση αντίθετων φορτίων (λόγω<br>διαχωρισμού των $N_D^+(x)$ και $n(x)$ )                                                                                    |                                    |
| δ) το επαγόμενο πεδίο προκαλεί αντίθετο ρεύμα αγωγιμότητας που<br>αναιρεί το ρεύμα διάχυσης, με αποτέλεσμα την επίτευξη ΘΙ                                                                     |                                    |
| ΤΛ1010                                                                                                                                                                                         | L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2) |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| <p>Σχέσεις μεταξύ του δυναμικού, <math>V(x)</math> και των<br/>συγκεντρώσεων των φορέων στη Θ.Ι., <math>p_0(x)</math>, <math>n_0(x)</math></p> $J_n = 0 = qn_0\mu_n E + qD_n \frac{dn_0}{dx}$ $\frac{\mu_n}{D_n} \bullet \frac{dV}{dx} = \frac{1}{n_0} \bullet \frac{dn_0}{dx}$ <p>Χρησιμοποιώντας τη σχέση του Einstein:</p> $\frac{q}{kT} \bullet \frac{dV}{dx} = \frac{d(\ln n_0)}{dx}$ |                                    |
| ΤΛ1010                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2) |

## Άσκηση

**2)** (15 μονάδες) Ένα καθαρό (ενδογενές) δείγμα Si νοθεύεται με αποδέκτες από τη μια πλευρά έτσι ώστε  $N_A(x) = N_0 \exp(-\alpha x)$ , όπου  $n_i \ll N_0$  και  $x$  είναι η απόσταση από την επιφάνεια του δείγματος.

(α) (5 μον.) Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο  $E(x)$  το οποίο αναπτύσσεται στο εσωτερικό του δείγματος. Δείξτε ότι η απάντησή σας έχει τις σωστές μονάδες.

ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

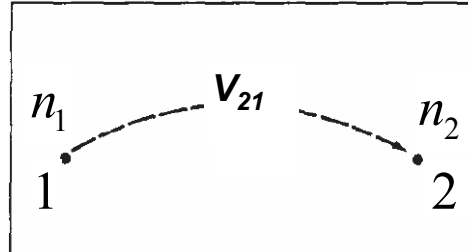
## Άσκηση (συνεχ.)

(β) (10 μον.) Βρείτε το ηλεκτροστατικό δυναμικό το οποίο συνδέεται με αυτό το ηλεκτρικό πεδίο και σχεδιάστε το διάγραμμα ενεργειακών ζωνών σημειώνοντας την περιοχή με την υψηλότερη συγκέντρωση νόθευσης.

ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

Διαφορά ηλεκτροστατικού δυναμικού μεταξύ δύο σημείων 1 και 2, σε θερμική ισορροπία



$$\frac{q}{kT} \cdot \frac{dV}{dx} = \frac{d(\ln n)}{dx}$$

$$V_{21} \equiv V_2 - V_1 = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

**Σε θερμοκρασία δωματίου (T=300K)**

$$V_T = \frac{kT}{q} = 0,0259 \approx 26mV$$

όπου  $V_T$  το θερμικό δυναμικό

$$V_{21} = (26mV) \cdot \ln \left( \frac{n_2}{n_1} \right) = (26mV) \cdot \ln 10 \cdot \log \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

ή

$$V_{21} \approx (60mV) \cdot \log \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

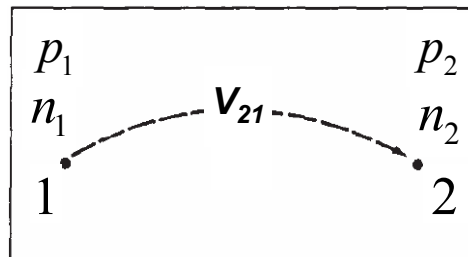
## Παράδειγμα 1

$$\left. \begin{array}{l} n_1 = n_i \\ n_2 = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{21} = (60 \text{ mV}) \times 8 = 480 \text{ mV}$$

ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

## Ισοδύναμες εκφράσεις για οπές



$$\Sigma \varepsilon \text{ Θ.I.} \Rightarrow n_1 \bullet p_1 = n_2 \bullet p_2 = n_i^2$$

$$V_{21} \approx -(60 \text{ mV}) \bullet \log \left( \frac{p_2}{p_1} \right)$$

ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

## Παράδειγμα 2

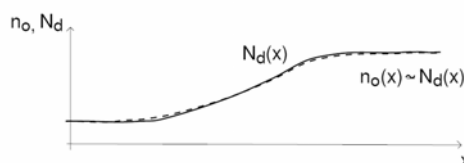
$$\left. \begin{array}{l} n_1 = n_i = p_1 \\ n_2 = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \\ \Rightarrow p_2 = 10^2 \text{ cm}^{-3} \end{array} \right\} \Rightarrow V_{21} = -(60 \text{ mV}) \times -8 = 480 \text{ mV}$$

ΤΛ1010

L6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

## Περιοχές σχεδόν-ουδέτερες (Quasi-neutral)

- Αν  $N_d(x)$  μεταβάλλεται αργά με την απόσταση  $x$   
 $\Rightarrow n_o(x)$  μεταβάλλεται επίσης αργά με την απόσταση  $x$ . ΓΙΑΤΙ ;
  - Μικρή μεταβολή συγκέντρωσης (δηλ. μικρή τιμή  $dn_o/dx$ ) υπονοεί ένα μικρό ρεύμα διάχυσης. Δε χρειαζόμαστε μεγάλα ρεύματα ολίσθησης για να αντισταθμίσουμε το ρεύμα διάχυσης.
  - Μικρό ρεύμα ολίσθησης υπονοεί ένα μικρό ηλεκτρικό πεδίο και επομένως μικρό φορτίο χώρου.
  - Τότε:
- $$n_o(x) \approx N_d(x)$$
- $n_o(x)$  ακολουθεί αρκετά καλά το  $N_d(x) \Rightarrow$  ελάχιστο φορτίο χώρου  $\Rightarrow$  ο ημιαγωγός είναι σχεδόν ουδέτερος.



ΤΛ1010

**Στάθμη Fermi ανομοιογενών ημιαγωγών  
σε θερμοδυναμική ισορροπία**

|                        |                        |                                                                                                                                              |
|------------------------|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ① $N_1(E)$<br>$f_1(E)$ | ② $N_2(E)$<br>$f_2(E)$ | $F_{1 \rightarrow 2}(E) = [N_1(E)f_1(E)] \cdot [N_2(E)(1 - f_2(E))]$<br>$F_{2 \rightarrow 1}(E) = [N_2(E)f_2(E)] \cdot [N_1(E)(1 - f_1(E))]$ |
|------------------------|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Σε θερμοδυναμική ισορροπία:  $F_{1 \rightarrow 2}(E) = F_{2 \rightarrow 1}(E) \Rightarrow$

$$N_1 N_2 f_1 - N_1 N_2 f_1 f_2 = N_1 N_2 f_2 - N_1 N_2 f_1 f_2 \Rightarrow$$

$$N_1 N_2 f_1 = N_1 N_2 f_2 \Rightarrow f_1(E) = f_2(E) \Rightarrow$$

$$\left[ 1 + e^{\frac{(E - E_{F1})}{kT}} \right]^{-1} = \left[ 1 + e^{\frac{(E - E_{F2})}{kT}} \right]^{-1} \Rightarrow E_{F1} = E_{F2}$$

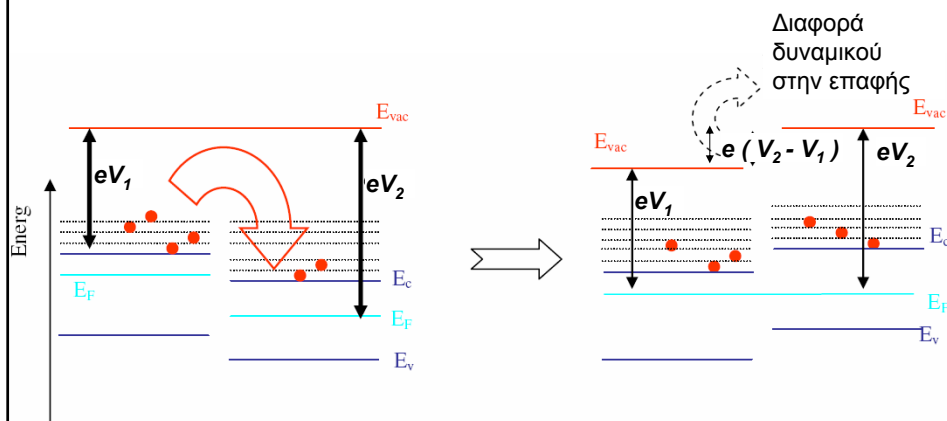
Γενικά, σε θερμοδυναμική ισορροπία ισχύει :  $\frac{dE_F}{dx} = 0$

$\Rightarrow$  Η στάθμη Fermi δε μεταβάλλεται με την απόσταση

ΤΛ1010

Ε6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

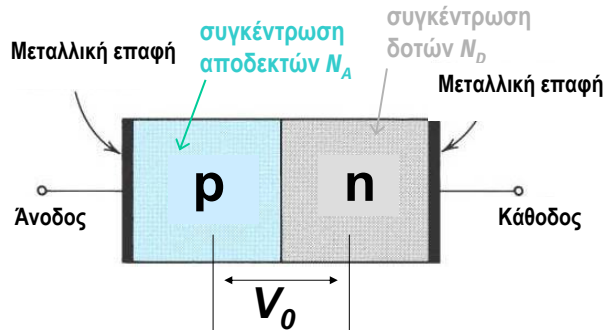
**Στάθμη Fermi ανομοιογενών ημιαγωγών σε θερμοδυναμική ισορροπία**



ΤΛ1010

Ε6: Φαινόμενα Μεταφοράς Φορέων (2)

## Δυναμικό επαφής p-n συναρτήσει των $N_A$ και $N_D$



$$\left. \begin{aligned} n_{n0} &\approx N_D, & n_{p0} &= \frac{n_i^2}{p_{p0}} \approx \frac{n_i^2}{N_A} \\ V_0 &\equiv V_n - V_p = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{n_{n0}}{n_{p0}} \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_0 = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$