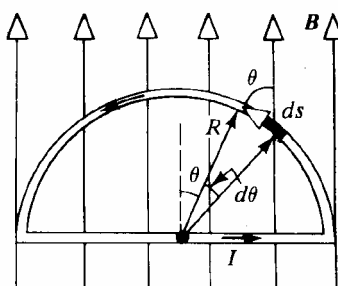


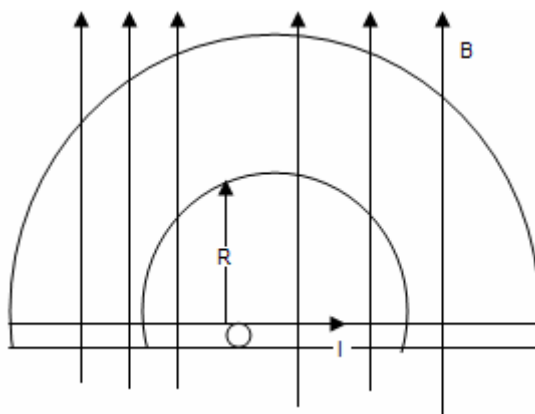
Μαγνητικά Πεδία

Άσκηση 1

Ένα σύρμα σχηματίζει κλειστό ημικύκλιο ακτίνας R , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το σύρμα διαρρέεται από ρεύμα I και κείται πάνω στο πεδίο xy παρουσία ομογενούς μαγνητικού πεδίου που είναι παράλληλο προς την θετική κατεύθυνση του άξονα y . Υπολογίστε τις μαγνητικές δυνάμεις που ασκούνται στο ευθύγραμμο μέρος, καθώς και στο καμπύλο μέρος του σύρματος.



Λύση



Χωρίζουμε τον αγωγό σε απειροστά ευθύγραμμα τμήματα μήκους ds .

Η δύναμη που ασκείται από το Μ.Π σε κάθε τέτοιο ευθύγραμμο τμήμα είναι ίση με:

$$d\vec{F} = I d\vec{S} \times \vec{B} \quad (1)$$

Από (1) παρατηρούμε ότι η μαγνητική δύναμη που ασκείται ευθύγραμμου σε ένα στοιχειώδες τμήμα ds του αγωγού είναι ίση με:

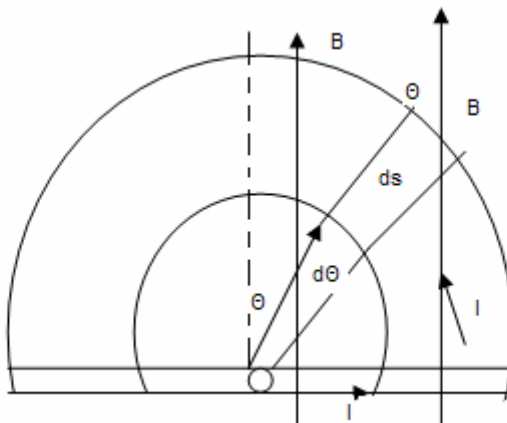
$$dF = IdsB \quad (2)$$

Η (2) ισχύει μια και $d\vec{s} \perp \vec{B}$ στο ευθύγραμμο τμήμα και άρα $\sin 90^\circ = +1$ στην 1.

Από (2) η ολική μαγνητική δύναμη πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα είναι:

$$F_1 = BI \int_0^{2R} ds \Rightarrow F_{\text{ευθύγραμμο τμήμα}} = 2RIB \quad (3)$$

Για τον υπολογισμό της μαγνητικής δύναμης έχουμε το παρακάτω σχήμα:



$$\left. \begin{aligned} dF &= Id\vec{s} \times \vec{B} = IdsB \sin \theta \\ \text{Αλλά } ds &= R d\theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow dF = IBR \sin \theta d\theta \quad (4)$$

Ολοκληρώνουμε την (4) για να υπολογίσουμε την ολική δύναμη πάνω στην κοίλη πλευρά. Άρα:

$$\begin{aligned} F_{\text{ολ}} &= \int_0^{\pi} IBR \sin \theta d\theta = IBR \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta = \\ &= +IBR \int_0^{\pi} d(-\cos \theta) = \\ &= IBR[-\cos \theta]_0^{\pi} = IBR[+1 + 1] = 2IBR \quad (5) \end{aligned}$$

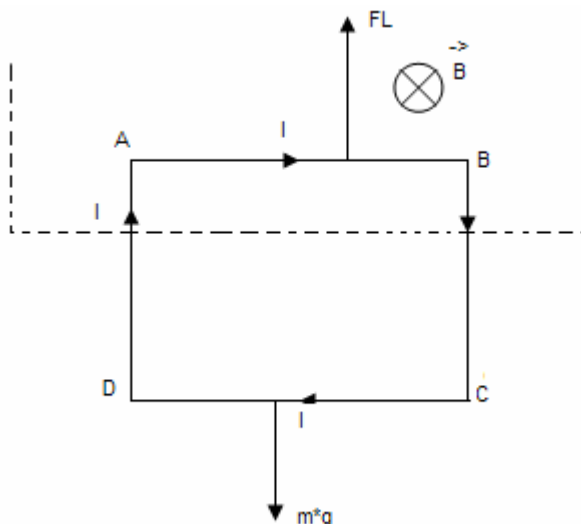
Η κατεύθυνση της (5) είναι κάθετη προς την σελίδα του βιβλίου.
Έχει φορά προς την σελίδα.

Άσκηση 2

Ένας ορθογώνιος συρμάτινος βρόχος, από τον οποίο έχει αναρτηθεί μάζα m , ισορροπεί κατακόρυφα με την μια πλευρά του μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο

$\vec{B}$ κάθετο στο βρόχο. Ποιο πρέπει να είναι το ρεύμα I που διαρρέει τον βρόχο, έτσι ώστε η μαγνητική δύναμη να αντισταθμίζει την βαρυτική δύναμη;

Λύση



Για να ισορροπεί ο ρευματοφόρος αγωγός θα πρέπει η μαγνητική δύναμη που ασκείται πάνω του να είναι ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς από την βαρυτική δύναμη.

Για αυτό τον λόγο και εφαρμόζοντας τον κανόνα ου δεξιού χεριού η φορά του ηλεκτρικού ρεύματος είναι αυτή της φοράς των δεικτών του ρολογιού.

Εφόσον ο αγωγός ισορροπεί έχουμε:

$$F_L = \text{βάρος} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ILB = mg \Leftrightarrow$$

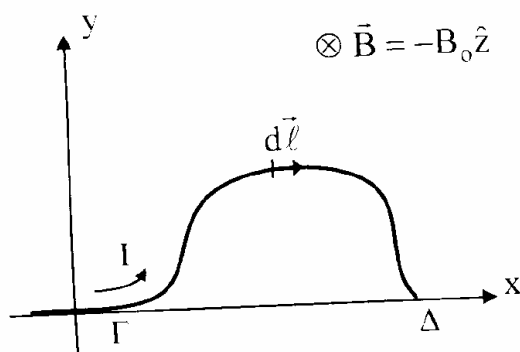
$$\Leftrightarrow I = \frac{mg}{LB}$$

*Παρατήρηση: Ο βρόχος δεν μπορεί να περιστραφεί!!

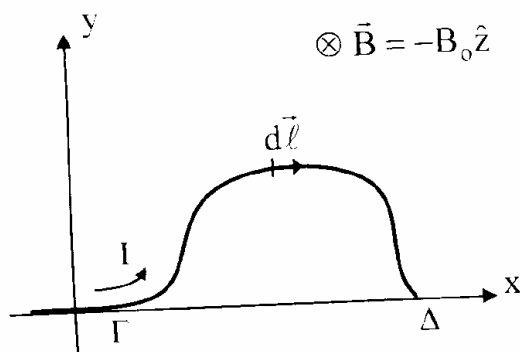
Άσκηση 3

Ένας ρευματοφόρος αγωγός παρουσιάζει μια επίπεδη παράκαμψη από το σημείο Γ μέχρι το σημείο Δ. Έστω ότι η παράκαμψη βρίσκεται στο επίπεδο xy και μέσα σε μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = -B_0 \hat{z}$ (B_0 σταθερά). Αν I είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό να υπολογιστεί η δύναμη Laplace που ασκείται στην παράκαμψη

και ναδειχθεί ότι είναι ανεξάρτητη του σχήματος της άλλα εξαρτάται μόνο από το μήκος ΓΔ. Εφαρμόστε το αποτέλεσμα για ημικυκλικό αγωγό ακτίνας R.



Λύση



Για να εφαρμόσουμε την σχέση που υπολογίζει την δύναμη Laplace θα πρέπει το τμήμα ΓΔ να χωριστεί σε απειροστά ευθύγραμμα τμήματα $d\vec{\ell}$.

Σε κάθε τέτοιο στοιχειώδες τμήμα $d\vec{\ell}$ ασκείται μαγνητική δύναμη $d\vec{F}_{LAPLACE}$ ίση με:

$$d\vec{F}_{LAPLACE} = Id\vec{s} \times \vec{B} = IdsB \sin \theta \quad (1)$$

Στην (1) η γωνία θ είναι η γωνία που σχηματίζεται από το στοιχειώδες τμήμα $d\vec{\ell}$ με το Μ.Π $\vec{B}$.

Από το σχήμα της άσκησης ισχύει ότι $d\vec{\ell} \perp \vec{B}$ οπότε $\sin \theta = 1$. Επομένως η 1 γράφεται ως:

$$dF = IdsB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{ol} = IB_0 \int_{\Gamma}^{\Delta} ds \quad (2)$$

Απο (2) παρατηρούμε ότι η μαγνητική δύναμη εξαρτάται απο το μήκος $\Gamma\Delta$ και όχι απο το σχήμα διαδρομής $\Gamma\Delta$. Επομένως το μέτρο της μαγνητικής δύναμης είναι:

$$F_{ol} = IB_0(\widehat{\Gamma\Delta}) \quad (3)$$

Μια και η μαγνητική δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος το οποίο για να περιγραφεί πλήρως θα πρέπει να καθοριστεί η φορά και η διεύθυνση του επομένως:

$$\begin{aligned} B_0(-\hat{Z}) \cdot ds\hat{x} &= \\ &= B_0 ds(\hat{x} \cdot \hat{z}) = \\ &= -B_0 ds\hat{y} \quad (4) \end{aligned}$$

Από (4) η (3) γράφεται ολοκληρωμένα ως:

$$\vec{F}_{ol} = -IB_0(\widehat{\Gamma\Delta})\hat{y} \quad (5)$$

Εάν ο αγωγός ήταν ημικύκλιο ακτίνας R η (5) γράφεται ως:

$$\vec{F}_{ol} = -IB_0 2R\hat{y}$$

Άσκηση 4

Σωματίδιο μάζας m και ηλεκτρικού φορτίου q κινείται σε μια περιοχή του χώρου στην οποία υπάρχει το μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = B\hat{z}$. Να υπολογιστούν οι συνιστώσες της ταχύτητας του v_x, v_y, v_z συναρτήσει του χρόνου, αν για $t = 0$ είναι $v_{x0} = v_{z0} = 0$ και $v_{y0} = v$.

Λύση

Σε κινούμενο φορτίο q που κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο ασκείται δύναμη κάθετη στην ταχύτητα του φορτίου και ίση με: $\vec{F}_{\mu\alpha\gamma\eta} = q\vec{v} * \vec{B}$ (1)

Αλλά το εξωτερικό γινόμενο $\vec{v} \times \vec{B}$ μπορεί να υπολογιστεί ως εξής :

$$\begin{pmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ V_x & V_y & V_z \\ B_x & B_y & B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ V_x & V_y & V_z \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix} = (BV_y)\hat{i} - (V_xB)\hat{j} + (0)\hat{k} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \vec{v} \times \vec{B} = B(V_y \hat{i}) - B(V_x \hat{j}) \quad (2)$$

Από (1) και (2) έχω:

$$\vec{F}_{\mu\alpha\gamma\nu} = qB(V_y \hat{i} - V_x \hat{j}) \quad (3)$$

Από 2^ο νόμο του Νεύτωνα έχω ότι:

$$\vec{F} = m\vec{\gamma} \Rightarrow \vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (4)$$

Εφαρμόζοντας την (4) στην (3) σε κάθε συνιστώσα έχω:

$$qBV_y = m \frac{dV_x}{dt} \Rightarrow qBV_y dt = m dV_x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{qB}{m}\right) V_y dt = dV_x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_y = \frac{m}{qB} \frac{dV_x}{dt} \quad (5)$$

Ομοίως εργαζόμενοι για την συνιστώσα y της μαγνητικής δύναμης (3) έχουμε:

$$-qBV_x = m \frac{dV_y}{dt} \Rightarrow V_x = -\frac{m}{qB} \frac{dV_y}{dt} \quad (6)$$

Επίσης από την (3) και (4) έχω για την συνιστώσα z ότι:

$$0 = m \frac{dV_z}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_z = \text{σταθερά ως προς τον χρόνο} = V_{0z} = 0 \text{ m/sec}.$$

Εάν αντικαταστήσω την (6) στην (5) έχω:

$$V_y = \frac{m}{qB} \left(-\frac{m}{qB}\right) \frac{d^2 V_y}{dt^2} =$$

$$= -\left(\frac{m}{qB}\right)^2 \frac{d^2 V_y}{dt^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{m}{qB}\right)^2 \frac{d^2 V_y}{dt^2} + V_y = 0 \quad (7)$$

Θέτω $v_y = e^{pt}$ επομένως :

$$\left(\frac{m}{qB}\right)^2 p^2 e^{pt} + e^{pt} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{m}{qB}\right)^2 p^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{m}{qB}\right)^2 p^2 = i^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p^2 = \left(\frac{qB}{m}\right)^2 i^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p = \pm \left(\frac{qB}{m}\right) i$$

Επομένως : $v_y = C_1 e^{\frac{qB}{m}t} + C_2 e^{-\frac{qB}{m}t}$ (8)

Από De Moivre γνωρίζουμε ότι: $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ (9)

Από (8) και (9) έχουμε:

$$v_y = C_1 \left[\cos\left(\frac{qB}{m}t\right) + i \sin\left(\frac{qB}{m}t\right) \right] + C_2 \left[\cos\left(\frac{qB}{m}t\right) - i \sin\left(\frac{qB}{m}t\right) \right] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Uy = [C_1 + C_2] \cos\left(\frac{qB}{m}t\right) + i[C_1 - C_2] \sin\left(\frac{qB}{m}t\right) \quad (10)$$

Για $t=0 \Rightarrow v_y = v_{oy} = v$ (11)

Από (10) και (11) έχω:

$$C_1 + C_2 = v$$

Αντικαθιστώ την (10) στην (6) άρα:

$$v_x = + \frac{m}{qB} \left(\frac{qB}{m}\right) (C_1 + C_2) \sin\left(\frac{qB}{m}t\right) - i(C_1 - C_2) \frac{qB}{m} \frac{m}{qB} \cos\left(\frac{qB}{m}t\right) \quad (13)$$

Αλλά για $t = 0 \Rightarrow v_{0x} = 0 \text{ m/sec}$ έχω:

$$0 = -i(C_1 - C_2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_1 = C_2 \quad (14)$$

Από (12) και (13) έχω:

$$v_y = v \cos\left(\frac{qB}{m}t\right)$$

$$v_x = v \sin\left(\frac{qB}{m}t\right)$$

Άσκηση 5

Αν ένα ηλεκτρόνιο δεν αποκλίνει καθώς περνά από μια περιοχή του χώρου, είναι σίγουρο ότι δεν υπάρχει μαγνητικό πεδίο στην περιοχή αυτή;

Λύση

Σε ένα κινούμενο ηλεκτρόνιο ασκείται η δύναμη Lorentz, η οποία δίνεται από την σχέση: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ (1)

Εφόσον το (e) δεν αποκλίνει έχουμε ότι:

$$F = 0 \Rightarrow \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{B} \times \vec{v} \quad (2)$$

Από (2) καταλαβαίνουμε ότι μπορεί να υπάρχει ηλεκτρικό, μαγνητικό πεδίο και το (e) να μην υποστεί μηδενική απόκλιση.

Άσκηση 6

Να υπολογιστεί το μαγνητικό διανυσματικό δυναμικό $\vec{A}$ του ομογενούς μαγνητικού πεδίου $\vec{B} = B_0 \hat{z}$.

Λύση

Η διαφορική μορφή του νόμου του Gauss για τον μαγνητισμό γράφεται ως:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1)$$

Το διανυσματικό δυναμικό $\vec{A}$ συνδέεται με το Μ.Π ως:

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B} \quad (2)$$

Η (2) με την μορφή ορίζουσας μπορεί να γραφεί ως:

$$\begin{pmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ Ax & Ay & Az \end{pmatrix} =$$

$$= B_0 \hat{k} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{\partial Az}{\partial y} - \frac{\partial Ay}{\partial z} \right) \hat{i} - \left(\frac{\partial Az}{\partial x} - \frac{\partial Ax}{\partial z} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial Ay}{\partial x} - \frac{\partial Ax}{\partial y} \right) \hat{k} =$$

$$= B_0 \hat{k} \quad (3)$$

Απο (3) καταλαβαίνουμε ότι;

$$\frac{\partial Az}{\partial y} - \frac{\partial Ay}{\partial z} \quad (4)$$

$$\frac{\partial Az}{\partial x} - \frac{\partial Ax}{\partial z} \quad (5)$$

$$\frac{\partial Ay}{\partial x} - \frac{\partial Ax}{\partial y} = B_0 \quad (6)$$

Μια λύση της (6) είναι:

$$Ay = \frac{B_0}{2} x + C$$

$$Ax = -\frac{B_0}{2} y + C'$$

$$Az = 0$$

Επομένως:

$$A = \frac{B_0}{2} (-y\hat{i} + x\hat{j})$$

Άσκηση 7

Ένα πηνίο αποτελείται από 25 βρόχους ορθογώνιου σχήματος διαστάσεων $5.4 \text{ cm} \times 8.5 \text{ cm}$. Το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα 15 mA . (α) Υπολογίστε το μέτρο της μαγνητικής ροπής του πηνίου και (β) υποθέστε ότι ένα μαγνητικό πεδίο μέτρου 0.35 T εφαρμόζεται σε επίπεδο παράλληλο προς το επίπεδο των βρόχων. Ποιο είναι το μέτρο της ροπής που ασκείται στο πηνίο;

Λύση

(α) Η μαγνητική ροπή ενός πηνίου με ένα βρόχο δίνεται από της σχέση

$$\mu = IA = (15 \text{ mA})(5.4 \cdot 10^{-2} \cdot 8.5 \cdot 10^{-2}) \text{ m}^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \mu = 688.5 \cdot 10^{-7} \text{ Am}^2 \quad (1)$$

Στην περίπτωση μας ο βρόχος έχει $N=25$ βρόχους επομένως η ολική μαγνητική ροπή είναι ίση με:

$$\mu_0 = N \cdot \mu = (25) \cdot (688.5 \cdot 10^{-7}) =$$

$$= 1.72 \cdot 10^{-3} \text{ Am}^2 =$$

$$1.72 \cdot 10^{-3} \text{ J/T}$$

(β) Εφόσον το Μ.Π είναι παράλληλο προς το επίπεδο του βρόχου 'επεται ότι $\vec{B}$ κάθετο στο $\vec{A}$ ($\vec{A}$ είναι κάθετο διάνυσμα στο επίπεδο του βρόχου).

Το μέτρο της ροπής που ασκείται στον βρόχο εόναι:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \Rightarrow \tau = NI \vec{A} \times \vec{B} =$$

$$= NIAB \Leftrightarrow$$

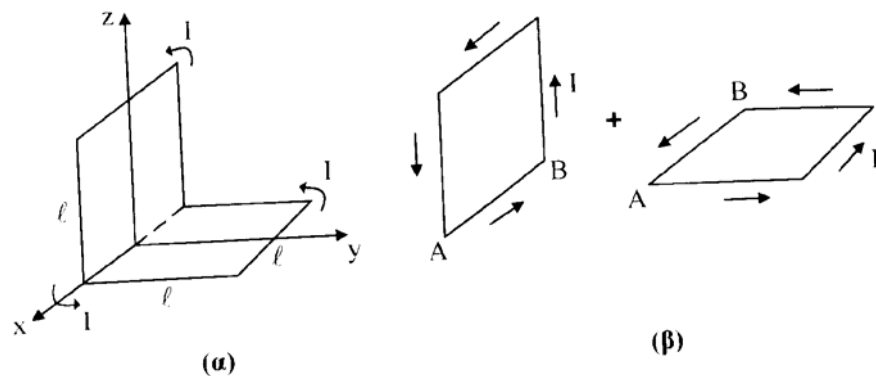
$$\Leftrightarrow \tau = (25) \cdot (15 \cdot 10^{-3}) \cdot (4.59 \cdot 10^{-3}) \cdot (0.35 \text{ T}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tau = 6.02 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

Άσκηση 8

Να υπολογιστεί η μαγνητική διπολική ροπή του βρόχου του ακόλουθου σχήματος.

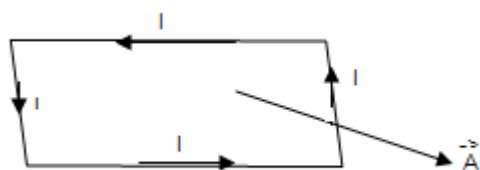
Όλες οι πλευρές του βρόχου έχουν μήκος l και διαρρέονται από ρεύμα έντασης I .



Λύση

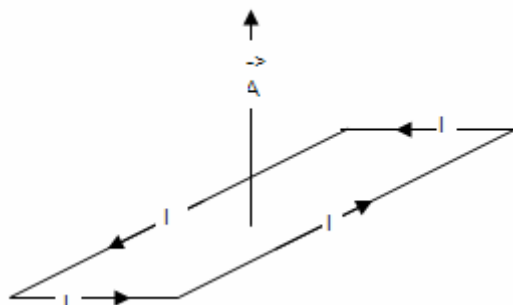
Από το σχήμα 1 παρατηρούμε ότι έχουμε 2 βρόχους. Μπορούμε να υπολογίσουμε την μαγνητική διπολική ροπή του κάθε βρόχου χωριστά και να τις αθροίσουμε και έτσι να υπολογιστεί η ολική μαγνητική διπολική ροπή.

(α) Ροπή κατακόρυφου παραλληλογράμμου



$$\vec{\mu}_{\text{κατ}} = I\vec{A} = I(l)(l) = l^2 I \hat{y}$$

(β) Οριζόντιο παραλληλόγραμμο



Επομένως η ολική διπολική ροπή είναι ίση με:

$$\vec{\mu}_{\text{ολ}} = \sum_{i=1} \vec{\mu}_i = \mu_{\text{κατ}} + \mu_{\text{ορ}} = l^2 I (\hat{y} + \hat{z}) \quad (1)$$

Το μέτρο της (1) είναι:

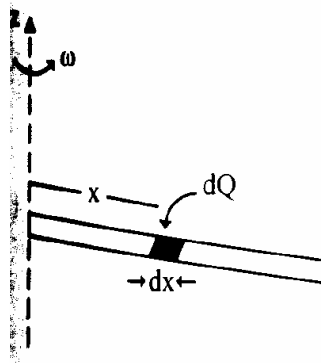
$$\mu_{ol} = \sqrt{l^4 I^2 + l^4 I^2} = \sqrt{2l^4 I^2} = \sqrt{2} l^2 I$$

Η διεύθυνση του μ_{ol} δίνεται από το

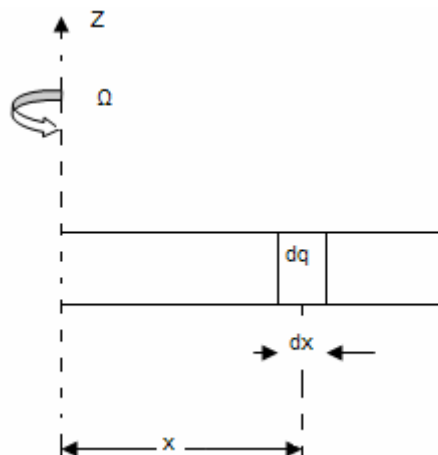
$$\tan \theta = \frac{l^2 I}{l^2 I} = 1 \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

Άσκηση 9

Μια ράβδος μήκους l είναι ομοιόμορφα φορτισμένη με φορτίο Q και περιστρέφεται γύρω από το ένα άκρο της με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω . Υπολογίστε την μαγνητική διπολική ροπή της ράβδου.

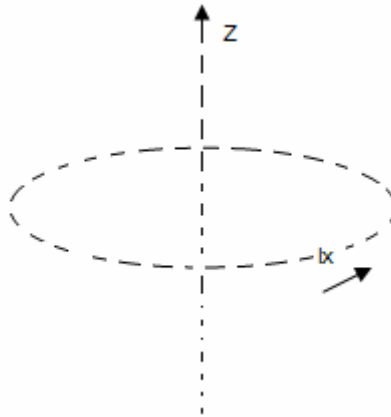


Λύση



Καθώς η ράβδος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω το στοιχειώδες φορτίο dq κινείται πάνω σε τροχιά ακτίνας x . Αυτό ισοδυναμεί και με ρεύμα I_x

Που διαρρέει ένα δακτύλιο ακτίνας x .



Η ένταση του ρεύματος θα είναι:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$\Delta t = t = \text{περίοδο περιστροφής}$

$$I = \frac{dq}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\Rightarrow I = \frac{\omega dq}{2\pi} \quad (1)$$

Η ράβδος είναι ομοιόμορφα φορτισμένη άρα:

$$\frac{dq}{dx} = \frac{Q}{l} \Rightarrow dq = \frac{Q}{l} dx \quad (2)$$

Από (2) η (1) γράφεται $I = \frac{\omega}{2\pi} \frac{Q}{l} dx \quad (3)$

Από το σχήμα 2 ο δακτύλιος διαρρέεται απο ρεύμα ίσο με της (3) επομένως η μαγνητική διπολική ροπή είναι:

$$\mu_i = IA_i = \frac{\omega}{2\pi} \frac{Q}{l} \pi x^2 dx \Leftrightarrow \mu_i = \frac{\omega Q}{2l} x^2 dx \quad (4)$$

Για να υπολογίσουμε την συνολική διπολική ροπή θα αθροίσουμε όλες τις (3) κατά μήκος της ράβδου.Επομένως:

$$\mu_{o\lambda} = \int_0^l \mu_t = \int_0^l \frac{\omega Q}{2l} x^2 dx = \frac{\omega Q}{2l} \frac{l^3}{3} = \frac{\omega Q l^2}{\sigma} \quad (4)$$

Σε διανυσματική μορφή η (4) γράφεται:

$$\vec{\mu}_{o\lambda} = \frac{Q\omega l^2}{\sigma} \hat{z}$$

Άσκηση 10

Εκφράστε την μαγνητική επαγωγή B και τη μαγνητική ροή Φ_B σαν συνάρτηση των θεμελιωδών μονάδων M, L, T και Q.

Λύση

Η μαγνητική δύναμη που ασκείται σε ένα κινούμενο φορτίο q δίνεται από την σχέση:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (1)$$

Από (1) μπορούμε να εξάγουμε τις μονάδες μέτρησης της μαγνητικής επαγωγής. Έτσι:

$$B: \frac{[Nt]}{[Q]\left[\frac{L}{T}\right]} \rightarrow \frac{[Nt][T]}{[Q][L]} \xrightarrow{F=m\gamma} \frac{[M]\left[\frac{L}{T^2}\right][T]}{[Q][L]} \rightarrow \frac{[M]}{[Q][L]} \quad (2)$$

Η μαγνητική ροή δίνεται από την σχέση:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} \quad (3)$$

Από την(3) οι μονάδες μέτρησης της μαγνητικής ροής είναι:

$$\Phi_B: \frac{[M]}{[Q][T]} [L]^2$$

Άσκηση 11

Σε πείραμα μέτρησης της έντασης του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από πηνία, αρχικός ηρεμούντα ηλεκτρόνια επιταχύνονται από διαφορά δυναμικού 350 V, κατόπιν πέφτουν κάθετα πάνω στο μαγνητικό πεδίο, διαγράφοντας κυκλική τροχιά ακτίνας 7.5 cm. α) Υπολογίστε το μέτρο της έντασης του μαγνητικού πεδίου και β) Υπολογίστε την κυκλική συχνότητα περιστροφής των ηλεκτρονίων

Λύση

(α) Τα (ε) λόγω της ύπαρξης του ηλεκτρικού πεδίου από την ηρεμία που βρίσκονται αρχικά αποκτά κινητική ενέργεια ίση με:

$$qV = \frac{1}{2} m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 350}{9.11 \cdot 10^{-31}}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{122.9 \cdot 10^{+12}} = 11 \cdot 10^6 \text{ m/sec}$$

Με την ταχύτητα αυτή εισέρχεται κάθετα στην διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου όπου θα εκτελέσει κυκλική τροχιά ακτίνας $7.5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$.

Η μαγνητική δύναμη παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου επομένως:

$$Bvq = \frac{mv^2}{R} \Leftrightarrow \frac{mv}{R} = Bq \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{mv}{qR} = \frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 11 \cdot 10^6}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 7.5 \cdot 10^{-2}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{100 \cdot 1 \cdot 10^{-25}}{12 \cdot 10^{-21}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow B = 8.3 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

(β) Σε μια κυκλική τροχιά η γραμμική ταχύτητα με την γωνιακή συνδέονται με της σχέση: $v = \omega R$ επομένως:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{11 \cdot 10^6}{7.5 \cdot 10^{-2}} = 1.46 \cdot 10^8 \text{ rad/sec}$$

Άσκηση 12

Ηλεκτρόνιο ενέργειας 10 keV κινούμενο οριζόντια εισέρχεται σε περιοχή όπου υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο 10 kV/m με κατεύθυνση κατακόρυφη προς τα κάτω. (α) Ποιο είναι το μέτρο και η φορά (της μικρότερης) μαγνητικής επαγωγής που θα επιτρέψει στο ηλεκτρόνιο να συνεχίσει να κινείται οριζόντια; Αγνοήστε την δύναμη βαρύτητας η οποία είναι μάλλον μικρή. (β) Είναι δυνατόν ένα πρωτόνιο να διασχίσει

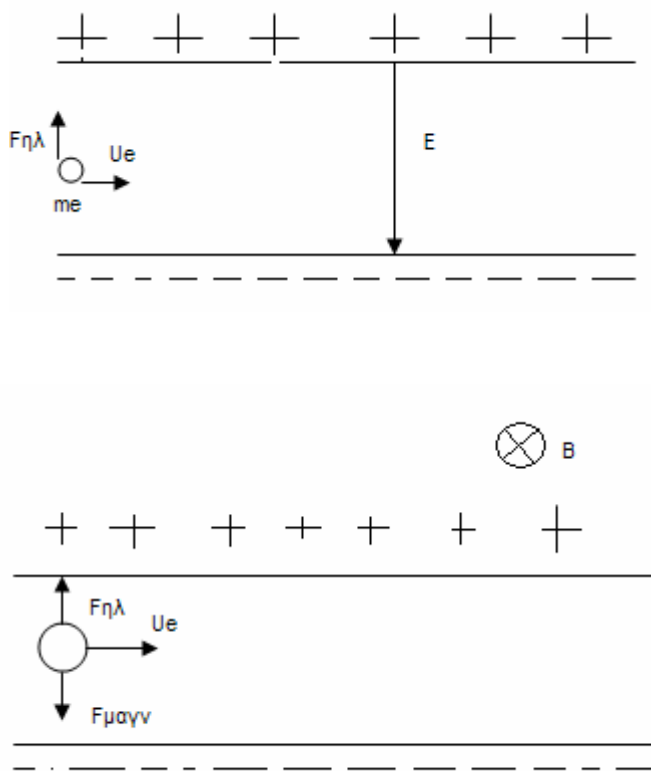
αυτό τον συνδυασμό των πεδίων χωρίς να εκτραπεί; Αν ναι κάτω από ποιες συνθήκες;

Λύση

- (a) Πρώτα απ'όλα θα μετατρέψω τα δεδομένα μου στις σωστές μονάδες μέτρησης. Επομένως θυμούμενοι ότι $1eV = 1.6 \cdot 10^{-19} J$ έχουμε: $\varepsilon_{(e)} = 10keV = 10 \cdot 10^3 eV = 10^4 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} J$

$$\Rightarrow E_{(e)} 1.6 \cdot 10^{-15} J$$

Από εκφώνηση προβλήματος μπορούμε να ζωγραφίσουμε το σχήμα της άσκησης :



Εάν δεν υπήρχε μαγνητικό πεδίο η ηλεκτρική δύναμη θα έκτρεπε το (e) προς τον θετικό πόλο του Η.Π.

Για να διατηρήσει την ευθύγραμμη τροχία του το (e) θα πρέπει η μαγνητική δύναμη που θα ασκηθεί στο (e) να είναι ίσου μέτρου της $F_{\eta\lambda}$ και αντίθετης φοράς.

Για να συμβεί αυτό θα πρέπει το Μ.Π να έχει φορά από τον αναγνώστη προς το βιβλίο.

$$F_{\eta\lambda} = F_{\mu\alpha\gamma\nu} \Leftrightarrow qE = qvB \Rightarrow B = \frac{E}{v} \quad (1)$$

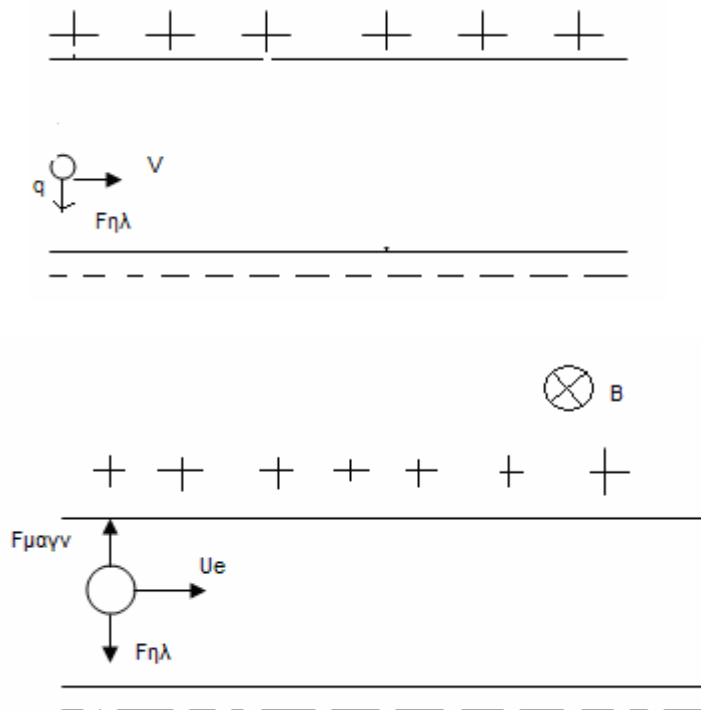
Η ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι ίση με την κινητική του ενέργεια.Επομένως:

$$\frac{1}{2}mv^2 = 1.6*10^{-15} \Rightarrow v^2 = \frac{3.2*10^{-15}}{9.1*10^{-31}} = 0.351*10^{+16} \Leftrightarrow v = 0.59*10^{+8} m/sec \quad (2)$$

$$\text{Το } E = 10*10^{+3} \frac{V}{m} = 10^4 \frac{V}{m} \quad (3)$$

$$\text{Από (2), (3) στην (1) έχουμε: } B = \frac{10^4 \frac{V}{m}}{0.59*10^{+8} \frac{m}{sec}} = \frac{10^{-4} \frac{Vsec}{m^2}}{0.59} = 1.7*10^{-4} T$$

(β) Για το πρωτόνιο και θεωώντας ότι έχει την ίδια ταχύτητα με το (ε) ισχύει το παρακάτω σχήμα:



Επομένως για να συνεχίσει την ευθύγραμμη πορεία του το Μ.Π θα πρέπει να ισχύει μια δύναμη αντίθετης φοράς και ίσου μέτρου με την $F_{\eta\lambda}$.

Η φορά του Μ.Π πρέπει να είναι από τον αναγνώστη προς την σελίδα.

Επομένως το $B=1,4*10^{-4}T$

Άσκηση 13

Ποιο είναι το ελάχιστο μέγεθος κυκλότρου που πρόκειται να επιταχύνει πρωτόνια με ενέργεια 18 MeV με συχνότητα κυκλότρου 3×10^7 Hz; Υπολογίστε επίσης και το εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο.

Λύση

Ανάμεσα στο διάκενο των 2 του κυκλότρου έχουμε μια διαφορά δυναμικού V η οποία επιταχύνει το πρωτόνιο κατά των εισόδων του από το ένα στο άλλο.

Μέσα η κεντρομόλος δύναμη ταυτίζεται με την μαγνητική δύναμη:

$$\frac{mv^2}{R} = Bvq \quad (1)$$

Επίσης η ολική ενέργεια του πρωτονίου κατά την έξοδο του είναι ίση με την κινητική ενέργεια που έχει. Επομένως :

$$\frac{1}{2}mv^2 = E_{\max} = 18 \text{ MeV} = 18 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Leftrightarrow mv^2 = 28.8 \cdot 10^{-13} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{57.6 \cdot 10^{-13}}{m_p}} \quad \left. \vphantom{\frac{57.6 \cdot 10^{-13}}{m_p}} \right\} \\ m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$v = \sqrt{\frac{57.6 \cdot 10^{-13}}{1.67 \cdot 10^{-27}}} = \sqrt{34.49 \cdot 10^{14}} = 5.87 \cdot 10^7 \text{ m/sec} \quad (2)$$

Από (2) η (1) γράφεται:

$$\frac{mv}{Bq} = R \Rightarrow R = \frac{m_p v}{q_p B} \quad (3)$$

$$\text{Αλλά: } v = \omega R \Rightarrow R = \frac{v}{\omega} = \frac{5.87 \cdot 10^7}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^7} \Leftrightarrow R = \frac{5.87}{18.84} = 0.311 \text{ m} \quad (4)$$

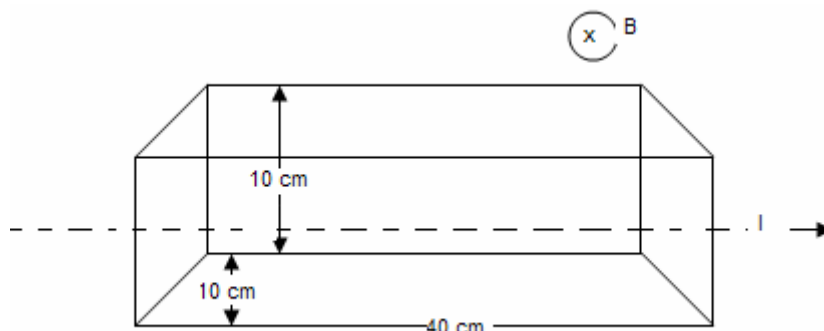
Αντικαθιστώ την (4) στην (3) και έχω:

$$R = \frac{mv}{q_p B} \Rightarrow B = \frac{mv}{q_p R} = \frac{1.67 \cdot 10^{-27} \cdot 5.87 \cdot 10^7}{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.311} \Rightarrow B = 19.6 \cdot 10^{-1} \Leftrightarrow B = 1.96 \text{ T}$$

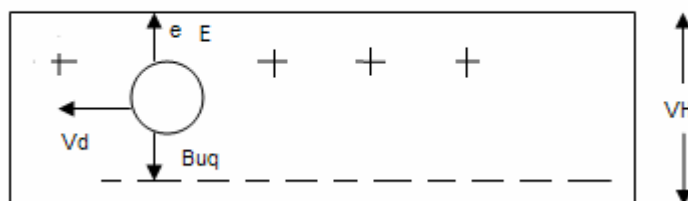
Άσκηση 14

Σε πείραμα του φαινομένου Hall, ρεύμα 3 A κατά μήκος του αγωγού, οποίος έχει πλάτος 1,0 cm, μήκος 4,0 cm και πάχος 10 cm, προκάλεσε εγκάρσια τάση (κατά πλάτος) Hall 10 μV, όταν το πεδίο μαγνητικής επαγωγής 1,5 Tesla διαπέρασε κάθετα το λεπτό αγωγό. Με αυτά τα δεδομένα, βρείτε α) την ταχύτητα μετάδοσης των φορέων φορτίου και β) την πυκνότητα του αριθμού των φορέων φορτίου.

Λύση



Πλάγια όψη



Λόγω της φοράς του μαγνητικού πεδίου τα ηλεκτρόνια θα κινηθούν προς τα κάτω με αποτέλεσμα την συσσώρευση πλεονάσματος αρνητικού φορτίου στην κάτω μεριά του αγωγού. Αυτό είναι και η αρχή δημιουργίας του ηλεκτρικού πεδίου κατά πλάτος του αγωγού. Όταν η ηλεκτρική δύναμη εξισσοροπήσει την μαγνητική η μετατόπιση των (e) σταματά και στα άκρα του αγωγού εμφανίζεται η διαφορά δυναμικού Hall.

$$(α) Bvq = qE = q \frac{V}{d} \Leftrightarrow v = \frac{qV}{dBq} \Rightarrow u = \frac{V}{dB} \Leftrightarrow v = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{10^{-2} \cdot 1.5} = \frac{10^{-5} \cdot 10^{+2}}{1.5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow v = 0.66 \cdot 10^{-3} \text{ m/sec}$$

(β) Η ένταση του ρεύματος I ορίζεται ως αριθμός των φορέων που διαπερνούν μια κάθετη προς αυτό επιφάνεια ανά μονάδα χρόνου. Επομένως:

$$I = nqAv_d = \frac{nqAV_H d}{dB} \Rightarrow n = \frac{IBd}{dqAV_H} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{3^4 * 1.5T}{1.6 * 10^{-19} cb * 10^{-5} * 10^{-5} v} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = 2.8 * 10^{29} m^{-3}$$