



ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

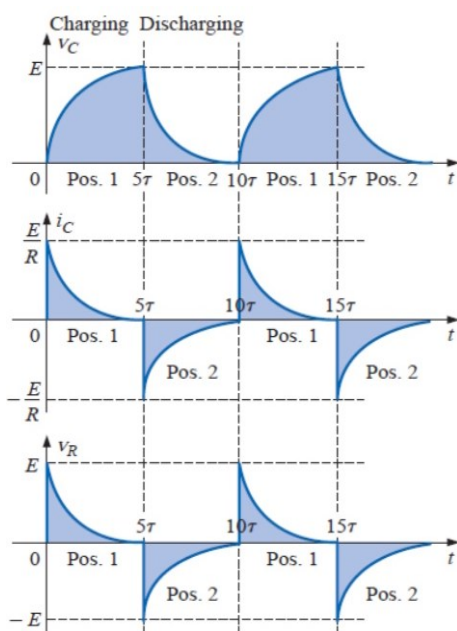
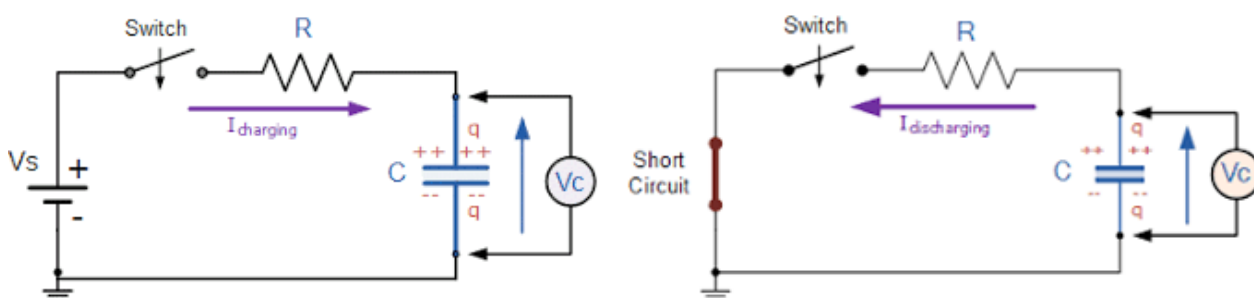
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Εργαστήριο Ηλεκτρομαγνητισμού

Εργαστηριακή Άσκηση 1

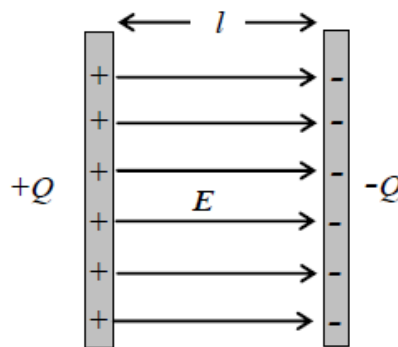
Κύκλωμα R-C Φόρτιση - Εκφόρτιση Πυκνωτή



Χωρητικότητα C

Όταν ένας μονωτής τοποθετηθεί ανάμεσα από δυο αγωγούς, τα υλικά απαρτίζουν ένα σύστημα που ονομάζεται πυκνωτής (βλ. Σχ.1). Το μονωτικό υλικό το οποίο υπάρχει μεταξύ των αγωγών ονομάζεται διηλεκτρικό. Εάν οι δυο αγωγοί είναι φορτισμένοι με αντίθετα φορτία $+Q$ και $-Q$, μια διαφορά δυναμικού αναπτύσσεται μεταξύ των δυο αγωγών του πυκνωτή, η οποία είναι ανάλογη προς την απόλυτη τιμή του φορτίου Q . Η χωρητικότητα C ενός πυκνωτή εκφράζει την ικανότητα αποθήκευσης ηλεκτρικού φορτίου στους αγωγούς του, και ορίζεται ως το πηλίκο της απόλυτης τιμής του φορτίου Q προς τη διαφορά δυναμικού V μεταξύ των δύο αγωγών:

$$C = \frac{Q}{V} \quad (1)$$



Σχήμα 1

Η μονάδα χωρητικότητας στο SI είναι το *Farad* (F), όπου $1 F = 1 C/V$. Το Farad είναι σχετικά μεγάλη χωρητικότητα και γι' αυτό οι συνήθεις μονάδες χωρητικότητας των πυκνωτών είναι το $\mu F = 10^{-6} F$, το $nF = 10^{-9} F$ και το $pF = 10^{-12} F$. Οι αγωγοί του πυκνωτή, οι οποίοι μπορούν να έχουν οποιοδήποτε μέγεθος και σχήμα, ονομάζονται οπλισμοί του πυκνωτή, ενώ η διαφορά δυναμικού V ονομάζεται ηλεκτρική τάση ή απλώς τάση του πυκνωτή. Μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή περιέχεται διηλεκτρικό υλικό στο οποίο αναπτύσσεται ομογενές (στο εσωτερικό και μακριά από τα άκρα του) ηλεκτρικό πεδίο, βλ. Σχ.1. Από το Νόμο του Gauss, προκύπτει:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{Q}{\epsilon \cdot A} = -\frac{dV}{dl} = -\frac{V}{l} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} C = \frac{\epsilon \cdot A}{l} \quad (2)$$

όπου σ είναι η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου στους οπλισμούς, και ϵ είναι η διηλεκτρική σταθερά του ενδιάμεσου διηλεκτρικού υλικού. Οι πυκνωτές είναι στοιχεία τα οποία χρησιμοποιούνται συχνά σε ηλεκτρικά κυκλώματα, κυρίως για αποθήκευση ηλεκτρικού φορτίου και επομένως ηλεκτρικής ενέργειας (ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου):

$$U_E = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \epsilon \cdot A \cdot l \cdot E^2 \quad (3)$$

συνδυάζοντας και τις σχέσεις (1) και (2).



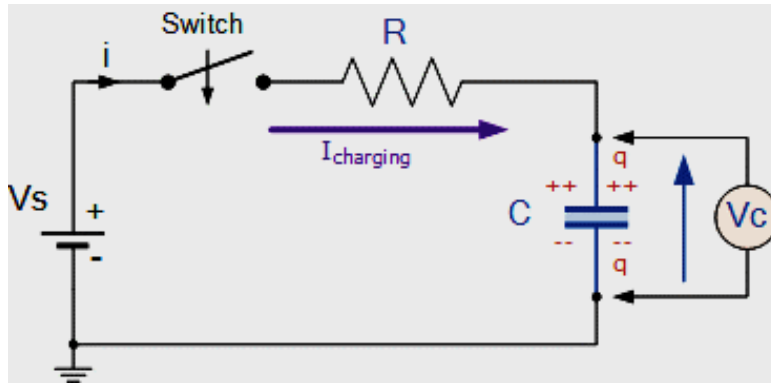
Karl Friedrich Gauss
(1777-1855)

Ο πυκνωτής μπορεί να θεωρηθεί ως μια δεξαμενή που αποθηκεύει φορτίο όταν η στάθμη δυναμικού ανεβαίνει και αδειάζει το φορτίο της όταν η στάθμη κατεβαίνει. Όταν στα άκρα ενός πυκνωτή, η τάση V μεταβάλλεται χρονικά, τότε ως συνέπεια της διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου, οι αγωγοί διαρρέονται από ρεύμα i :

$$i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{dV}{dt} \quad (4)$$

Φόρτιση πυκνωτή μέσω ωμικού αντιστάτη

Θεωρείστε το ακόλουθο κύκλωμα:



Σχήμα 2

Πριν κλείσει ο διακόπτης, ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος, δηλαδή: $i = 0$ και $V_c = 0$.

Μόλις κλείσει ο διακόπτης έχουμε φορτία που με την επίδραση της ηλεκτρεγερτικής δύναμης της πηγής V_s , αρχίζουν να κινούνται και η ταχύτητά τους περιορίζεται μόνο από την αντίσταση R . Τα φορτία αυτά συσσωρεύονται στους οπλισμούς του πυκνωτή και απωθούν εκείνα που συνεχίζουν να έρχονται. Λόγω αυτής της άπωσης απαιτείται πρόσθετη ενέργεια για την περαιτέρω συσσώρευση φορτίων. Η ενέργεια αυτή δίνεται από την πηγή και αποθηκεύεται στον πυκνωτή υπό τη μορφή ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου.

Αν i είναι το στιγμιαίο ρεύμα στο κύκλωμα, τότε η πηγή παρέχει ενέργεια με στιγμιαίο ρυθμό $V_s \cdot i$ που μετατρέπεται σε θερμότητα με ρυθμό $R \cdot i^2$ πάνω στην αντίσταση και αποθηκεύεται ως ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή με ρυθμό $V_c \cdot i$. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ενέργειας στο κύκλωμα του Σχήματος 2, γράφουμε:

$$V_s \cdot i = R \cdot i^2 + V_c \cdot i \Rightarrow V_s = R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q \quad (5)$$

Η παραπάνω σχέση αποτελεί μια διαφορική εξίσωση ως προς το φορτίο. Ισχύουν οι οριακές συνθήκες: για $t = 0$, $q = 0$, $i = V_s/R$ και για $t = \text{full charge}$, $Q = CV_s$, $i = 0$. Λαμβάνοντας υπόψη τις οριακές συνθήκες, η λύση της εξίσωσης (5) έχει ως εξής:

$$q = -CV_s \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + CV_s \quad (6)$$

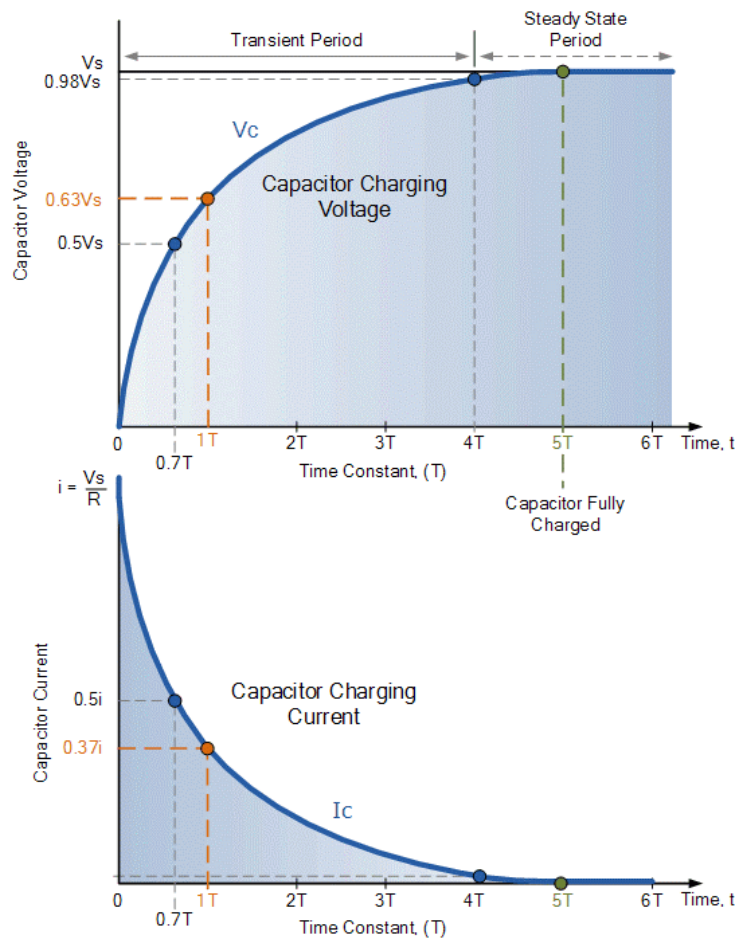
$$V_c = \frac{q}{C} = V_s \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad (7)$$

$$i = \frac{V_R}{R} = \frac{V_s - V_c}{R} = \frac{V_s}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (8)$$

Το γινόμενο $R \cdot C$ έχει διαστάσεις χρόνου και ονομάζεται χωρητική σταθερά χρόνου ή χρονική σταθερά του κυκλώματος RC , και συμβολίζεται ως τ :

$$\tau = R \cdot C \quad (9)$$

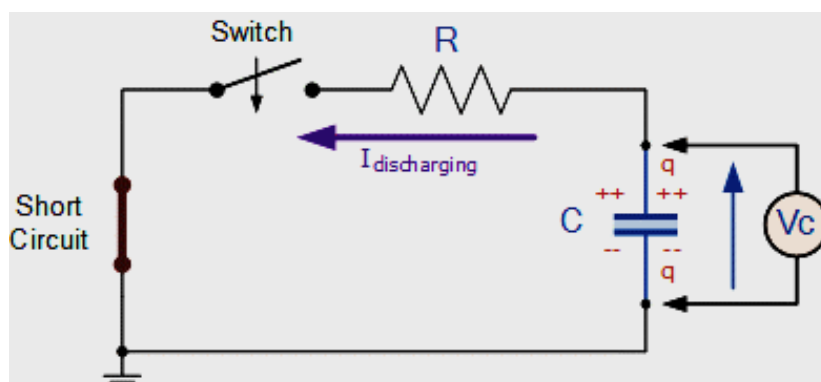
και όπως προκύπτει από την αντικατάσταση στις σχέσεις (7) και (8), προσδιορίζει τη χρονική στιγμή όπου η φόρτιση του πυκνωτή αποκτά το 63.21% της τελικής πλήρους φόρτισης και όπου το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα RC έχει μειωθεί στο 36.79% της αρχικής του τιμής (βλ. Σχ.3).



Σχήμα 3

Εκφόρτιση πυκνωτή μέσω ωμικού αντιστάτη

Όταν ο πυκνωτής φορτιστεί πλήρως με φορτίο $Q = CV_{C0}$, το ρεύμα στο κύκλωμα RC είναι μηδέν (βλ. Σχ.3). Ο πυκνωτής έχει αποθηκεύσει ηλεκτροστατική ενέργεια, η οποία μπορεί να αποδοθεί ως ωφέλιμη ενέργεια στο κύκλωμα του Σχήματος 4 όταν ο διακόπτης «κλείσει» ($t = 0$). Ο πυκνωτής παίρνει στο κύκλωμα το ρόλο της πηγής ηλεκτρεγερτικής δύναμης που απομονώθηκε.



Σχήμα 4

Τότε αρχίζει η κίνηση των ελευθέρων ηλεκτρονίων του βρόχου του κυκλώματος προς το θετικό σπλισμό του πυκνωτή. Αυτό έχει ως συνέπεια τη δημιουργία ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα. Το

φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή μειώνεται με το χρόνο. Η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή καταναλώνεται στην αντίσταση.

Εφαρμόζοντας και πάλι την αρχή διατήρησης της ενέργειας στο κύκλωμα του Σχήματος 4, γράφουμε:

$$V_C \cdot i = R \cdot i^2 \Rightarrow V_C = -R \frac{dq}{dt} \Rightarrow R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (10)$$

όπου το ρεύμα είναι $i = -\frac{dq}{dt}$ και δείχνει τη μείωση των ηλεκτρικών φορτίων στους οπλισμούς του πυκνωτή καθώς αυτός εκφορτίζεται. Ισχύουν οι οριακές συνθήκες: για $t = 0$, $Q = CV_{C0}$, $i = V_{C0}/R$ και για $t = \text{full discharge}$, $q = 0$, $i = 0$. Λαμβάνοντας υπόψη τις οριακές συνθήκες, η λύση της εξίσωσης (10) έχει ως εξής:

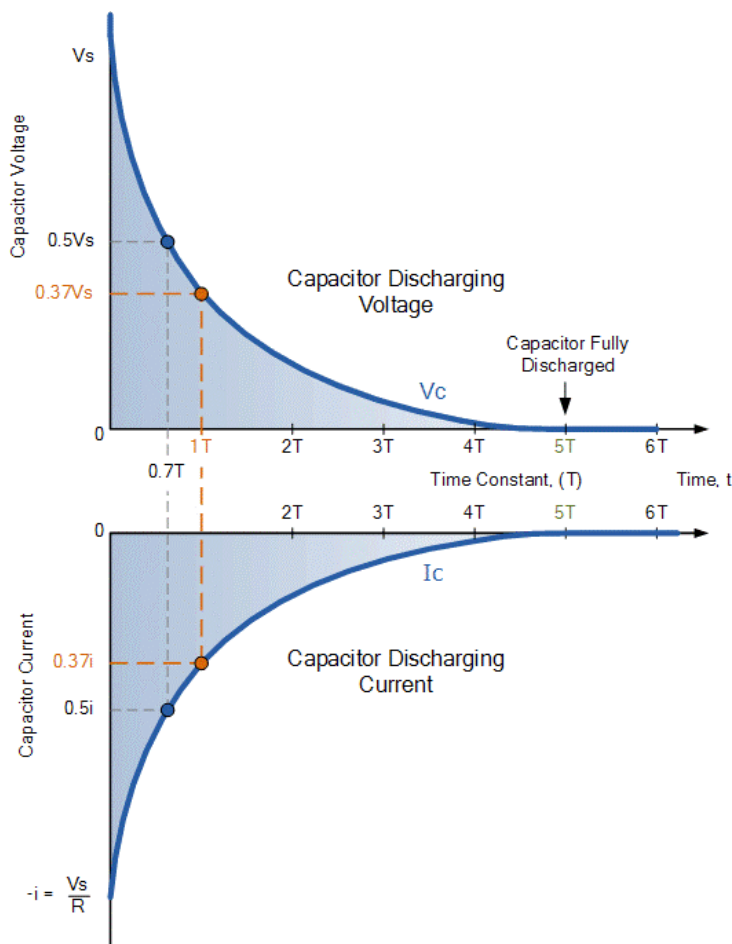
$$V_C = V_{C0} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (11)$$

$$q = C \cdot V_C = Q \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (12)$$

$$i = -\frac{dq}{dt} = -\frac{V_{C0}}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad (13)$$

που περιγράφει την εκφόρτιση του πυκνωτή, η οποία διέπεται από την ίδια χωρητική σταθερά

χρόνου τ , βλ. σχέση (9) που προσδιορίζει τη χρονική στιγμή όπου η εκφόρτιση του πυκνωτή και το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα RC ευρίσκονται στο 36.79% της αρχικής τους τιμής αντίστοιχα (βλ. Σχ.5). Το αποτέλεσμα για τη μεταβολή του ρεύματος είναι το ίδιο με αυτό της φόρτισης του πυκνωτή, με μόνη διαφορά το εμφανιζόμενο αρνητικό πρόσημο. Αυτό εκφράζει την αντίθετη φορά του ρεύματος σε σύγκριση με αυτήν που έχει το ρεύμα κατά τη φόρτιση του πυκνωτή.



Σχήμα 5

Πειραματική Διαδικασία

Όργανα:

- Δικτυώματα R-C
- Τροφοδοτικό DC
- Πολύμετρο
- Χρονόμετρο (προσωπικό)

- 1) Πραγματοποιήστε το κύκλωμα του Σχήματος 2.
- 2) Μετρήστε την τιμή της αντίστασης R .
- 3) Με DC πηγή $V_s = 10V$, κλείστε το διακόπτη τη χρονική στιγμή $t = 0$.
- 4) Χρονομετρώντας με το προσωπικό σας χρονόμετρο καταγράψτε τα ζεύγη τιμών (V_C, t) του πίνακα:

V_C (V)	t (sec)
0	0
1.0	
1.8	
2.5	
3.2	
4.0	
4.8	
5.5	
6.3	
6.9	
7.6	
8.2	
8.7	
9.0	
9.3	
9.5	

- 5) Προσοχή: μόλις ολοκληρωθεί η φόρτιση αφαιρέστε τα καλώδια από το τροφοδοτικό και κλείστε το.
- 6) Πραγματοποιήστε το κύκλωμα του Σχήματος 4 (τροποποιώντας το κύκλωμα του βήματος 1).
- 7) Μετρήστε τη στάθμη φόρτισης του πυκνωτή C και θέστε την στην πρώτη γραμμή του πίνακα του βήματος 9). Θα πρέπει να ευρίσκεται πλησίον της τιμής 9.5V.
- 8) Έχοντας φορτισμένο τον πυκνωτή C , «κλείστε το διακόπτη» τη χρονική στιγμή $t = 0$.
- 9) Χρονομετρώντας με το προσωπικό σας χρονόμετρο καταγράψτε τα ζεύγη τιμών (V_C, t) του πίνακα:

V_C (V)	t (sec)
	0
8.5	

Vc (V)	t (sec)
7.8	
7.1	
6.5	
5.8	
5.2	
4.5	
3.9	
3.3	
2.7	
2.2	
1.7	
1.3	
1.0	
0.7	

- 10) Εντοπίστε τη χωρητική σταθερά χρόνου τ , του κυκλώματος RC , ως τη χρονική στιγμή όπου $V_C \approx 0.6321 \cdot V_C^{max}$, κατά τη φόρτιση του πυκνωτή και $V_C \approx 0.3679 \cdot V_{C0}$, κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή, αντίστοιχα (βλ. και Σχ.3 και Σχ.5).
- 11) Συγκρίνετε τις τιμές της σταθεράς χρόνου τ , που προέκυψαν στο βήμα 10, και εάν διαφέρουν λάβετε το μέσο όρο τους.
- 12) Από το μέσο όρο της σταθεράς χρόνου τ , που υπολογίστηκε στο προηγούμενο βήμα, προσδιορίστε τη χωρητικότητα του πυκνωτή και συγκρίνετέ τη (ποσοστιαία απόκλιση) με την ονομαστική τιμή του εξαρτήματος (υπολογίστε τη συνολική χωρητικά των δύο πυκνωτών που είναι συνδεδεμένοι παράλληλα)
- 13) Τέλος, Υπολογίστε θεωρητικά το χρόνο $\tau=5RC$, που είναι ο χρόνος για την πλήρη φόρτιση του πυκνωτή όταν είναι τελείως αφόρτιστος ή ο χρόνος για την πλήρη αποφόρτιση του πυκνωτή όταν είναι πλήρως φορτισμένος. Τέλος συγκρίνεται το χρόνο που υπολογίσατε με το μέσο όρο του χρόνου που μετρήσατε κατά την φόρτιση και εκφόρτιση του πυκνωτή.