



ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Εργαστήριο Ηλεκτρομαγνητισμού

Εργαστηριακή Άσκηση 2

Γέφυρα Wheatstone



1. Γέφυρα Wheatstone

Η ακριβής μέτρηση των θεμελιωδών μεγεθών των παθητικών ηλεκτρικών στοιχείων αποτελεί βασική προϋπόθεση για το σχεδιασμό μετρητικών συστημάτων. Συστημάτων Μετρήσεων. Η τιμή ενός παθητικού ηλεκτρικού στοιχείου: αντιστάτη R , πυκνωτή C , επαγωγέα L ή αμοιβαίου επαγωγέα M , είναι δυνατό να εκτιμηθεί με μεγάλη ορθότητα χρησιμοποιώντας ηλεκτρικές γέφυρες ισορροπίας.



Charles Wheatstone
(1802-1875)

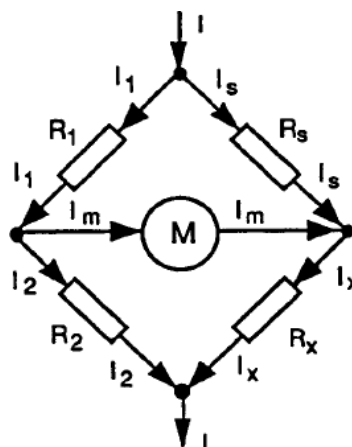
Η μέθοδος ηλεκτρικής ισορροπίας που εφαρμόζεται στην παρούσα άσκηση, αναφέρεται ως μηδενικής απόκλισης (null-deflection method). Η πρώτη γέφυρα για τη μέτρηση της αντίστασης, χρησιμοποιώντας συνεχές ρεύμα, αναπτύχθηκε στα μέσα του 19ου αιώνα από τον Sir Charles Wheatstone: "An Account of Several New Processes for Determining the Constants of a Voltaic Circuit", Royal Society, 1843.

Στη γέφυρα Wheatstone χρησιμοποιούμε ένα πολύ ευαίσθητο ανιχνευτή ισορροπίας (π.χ. ακουστικά, γαλβανόμετρο ή παλμογράφος) για να ανιχνευθεί η ισορροπία της γέφυρας, δηλαδή ο μηδενισμός του ρεύματος που διαρρέει έναν ανιχνευτή, μεταβάλλοντας την αντίσταση ενός από τους αντιστάτες αναφοράς της γέφυρας. Η ορθότητα της μέτρησης εξαρτάται από την ευαισθησία του ανιχνευτή καθώς και την ορθότητα με την οποία γνωρίζουμε τις τιμές των στοιχείων αναφοράς της γέφυρας.

Η κλασική γέφυρα Wheatstone χρησιμοποιείται για τη μέτρηση ωμικών αντιστάσεων από 1Ω έως $10M\Omega$ με μεγάλη ορθότητα. Ο ανιχνευτής της γέφυρας ουσιαστικά είναι ένα πολύ ευαίσθητο αμπερόμετρο. Κλασικοί ανιχνευτές ήταν τα γαλβανόμετρα που ήταν πολύ εύθραυστα και καταστρέφονταν εύκολα. Η κλίμακα του ανιχνευτή δεν έχει σημασία εφόσον στόχος του χρήστη είναι ο μηδενισμός του ρεύματος που τον διαρρέει. Η διαθεσιμότητα πρότυπων αντιστάσεων μικρής ανοχής ενισχύει σημαντικά την αποτελεσματικότητα της μεθόδου.

2. Ανάλυση του κυκλώματος της Wheatstone – Συνθήκη ισορροπίας

Με αναφορά στο σχήμα 1, η κυκλωματική ανάλυση της γέφυρας Wheatstone και η μελέτη της ισορροπίας της παρατίθεται ακολούθως.



Σχήμα 1

Από εφαρμογή του 1^{ου} κανόνα (των ρευμάτων) του Kirchhoff στους κόμβους της γέφυρας προκύπτουν οι σχέσεις:

$$\begin{aligned}
I &= I_1 + I_S \\
I_1 &= I_m + I_2 \\
I_X &= I_S + I_m \\
I_S + I_m &= I
\end{aligned}$$

Στην ισορροπία, $I_m = 0$ οπότε, οι παραπάνω σχέσεις απλοποιούνται στις:

$$\begin{aligned}
I_1 &= I_2 \\
I_S &= I_X
\end{aligned} \tag{1}$$

Η εφαρμογή του 2^{ου} κανόνα (των τάσεων) του Kirchhoff στους δύο βρόχους δίνει τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned}
I_S \cdot R_S - I_m \cdot R_m - I_1 \cdot R_1 &= 0 \\
I_X \cdot R_X - I_2 \cdot R_2 + I_m \cdot R_m &= 0
\end{aligned}$$

Στην ισορροπία, $I_m = 0$ οπότε, οι παραπάνω εξισώσεις απλοποιούνται στις:

$$\begin{aligned}
I_S \cdot R_S &= I_1 \cdot R_1 \\
I_X \cdot R_X &= I_2 \cdot R_2
\end{aligned} \tag{2}$$

Ο συνδυασμός των εξισώσεων (1) και (2) παράγει την αναλογία:

$$\frac{R_S}{R_X} = \frac{R_1}{R_2} \tag{3}$$

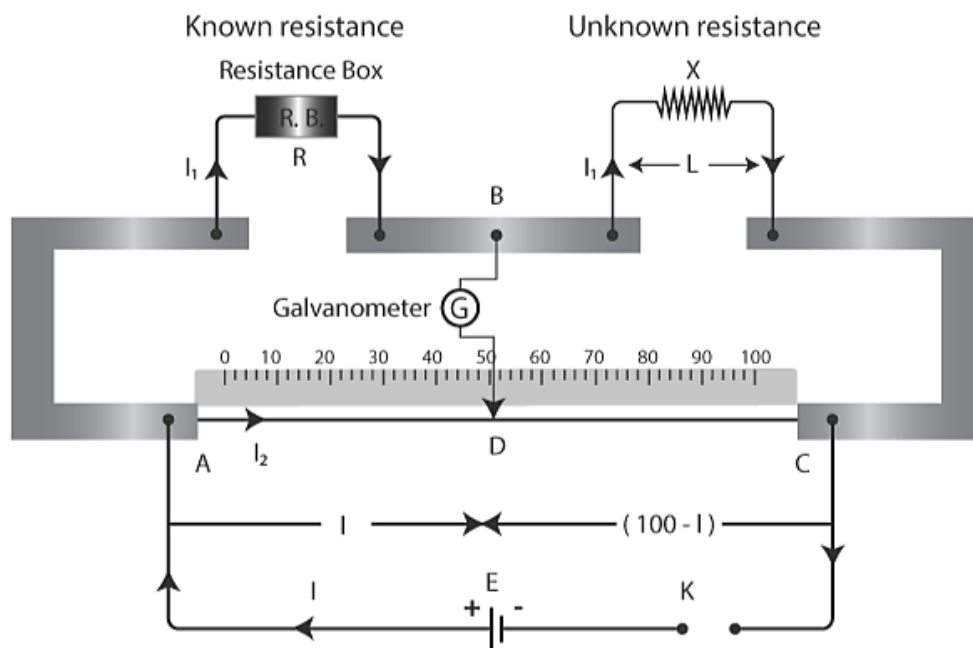
η οποία συνιστά τη **συνθήκη ισορροπίας γέφυρας Wheatstone**.

Στην περίπτωση που η αντίσταση R_X αναμένεται να έχει μικρή τιμή, οι αντιστάσεις R_1 και R_2 επιδιώκεται να έχουν επίσης μικρές τιμές, όπως και ο λόγος τους, όμως πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη η αποφυγή δημιουργίας υπέρμετρου ρεύματος από την πηγή.

Όταν η γέφυρα Wheatstone ισορροπεί, δεν έχει σημασία εάν η τάση τροφοδοσίας ολισθαίνει ή μεταβάλλεται. Το γεγονός αυτό καθιστά τη γέφυρα Wheatstone κατάλληλη για εφαρμογές ευπαθείς σε μεταβολές της πηγής, διακυμάνσεις τάσης, μεταβολές θερμοκρασίας, μη-γραμμική συμπεριφορά.

3. Γέφυρα Wheatstone με χορδή {Slide-wire (Metre) Bridge}

Το σχήμα 2 απεικονίζει την απλή μορφή της γέφυρας Wheatstone, που υλοποιείται και στα πλαίσια αυτής της άσκησης. Αποκαλείται συνήθως γέφυρα Wheatstone με χορδή (Slide-wire Bridge) ή και Metre Bridge καθώς το μήκος του αγωγού AC έχει μήκος συνήθως 1m. Ο συρμάτινος αγωγός είναι ομογενής και διατρέχεται από ολισθαίνουσα επαφή (slider). Η άγνωστη αντίσταση R_x και η γνωστή (επιλεγόμενη) αντίσταση R_k συνδέονται με τη χορδή AC με μεταλλικά (χάλκινα) ελάσματα (βλ. σχήμα 2) των οποίων η αντίσταση είναι εν γένει αμελητέα. Ο slider π.χ., στη θέση D, διαιρεί τη χορδή σε δύο μέρη με αντιστάσεις R_{AD} και R_{DC} αντίστοιχα, οι οποίες μαζί με τις X και R δομούν τη γέφυρα Wheatstone.



Σχήμα 2

Οι συνδέσεις ελέγχονται θέτοντας τον slider πρώτα στη θέση A και μετά στη θέση C. Προσοχή: Το σημείο ισορροπίας της γέφυρας ανευρίσκεται με διαδικασία *trial and error* και όχι σύροντας τον slider κατά μήκος της χορδής. Στη θέση ισορροπίας θα ικανοποιείται η αντίστοιχη συνθήκη ισορροπίας της γέφυρας Wheatstone με χορδή, όπως αποδείχθηκε προηγουμένως, ήτοι:

$$\frac{R_x}{R_k} = \frac{R_{DC}}{R_{AD}}$$

Η ομογενής μεταλλική χορδή μήκους $l=100\text{cm}$, εμβαδού διατομής S και υλικού ειδικής αγωγιμότητας σ , έχει ωμική αντίσταση:

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S}$$

συνεπώς, οι αντιστάσεις R_{AD} και R_{DC} είναι ανάλογες (βλ. σχήμα 5) των μηκών l και $(100-l)$, άρα η συνθήκη ισορροπίας της γέφυρας Wheatstone με χορδή γράφεται:

$$\frac{R_x}{R_k} = \frac{100-l}{l} \quad (8)$$

Όπως έδειξε η μελέτη της ευαισθησίας της μέτρησης, η αντίσταση επιλέγεται ώστε το σημείο ισορροπίας, D, να εντοπίζεται περίπου στο μέσον της χορδής και σε κάθε περίπτωση εντός του μεσαίου $1/3$ της χορδής. Εάν οποιοδήποτε των μηκών l ή $(100-l)$ είναι μικρό, οι αντιστάσεις των μεταλλικών ελασμάτων A ή C αντίστοιχα παύει να θεωρείται αμελητέα. Η ορθότητα της μέτρησης δύναται να επιβεβαιωθεί εάν εναλλαχθούν οι θέσεις των αντιστάσεων R και X και επιτευχθεί εκ νέου η ισορροπία της γέφυρας. Εάν η σχετική διαφορά του νέου λόγου των μηκών της χορδής ως προς τον προηγούμενο είναι εντός $\pm 1\%$, τότε λαμβάνεται ο μέσος όρος των προσδιοριζόμενων τιμών της X . Στη συνδεσμολογία της γέφυρας Wheatstone είναι δυνατή η αμοιβαία αναδιάταξη των θέσεων πηγής τροφοδοσίας και ανιχνευτή ισορροπίας, λόγω της συμμετρίας του κυκλώματος και πραγματοποιείται όταν με αυτό τον τρόπο περιορίζονται τα σφάλματα που προέρχονται από ατελείς

επαφές. Αυτή η αναδιάταξη επιλέγεται ιδιαίτερα στη γέφυρα Wheatstone με χορδή (Slide–wire Bridge).

4. Πειραματική Διαδικασία

Στο πειραματικό μέρος της άσκησης: 1) θα επαληθεύσετε τη ορθότητα της συνθήκης ισορροπίας και 2) θα μετρήσετε μια άγνωστη αντίσταση R_x εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία της γέφυρας Wheatstone με χορδή (βλ. σχήμα 2).

Όργανα:

- γέφυρα Wheatstone με μεταλλική χορδή και μέτρο
- άγνωστη αντίσταση και ρυθμιστική αντίσταση
- Πολύμετρο
- DC τροφοδοτικό

- 1) Εντοπίστε την αντίσταση $1k\Omega$ και θέστε την στο κύκλωμα ως την γνωστή αντίσταση (R_k)
- 2) Εντοπίστε την αντίσταση $10k\Omega$ και θέστε την στο κύκλωμα ως την άγνωστη αντίσταση (R_x)
- 3) Πραγματοποιήστε το κύκλωμα μέτρησης άγνωστης αντίστασης με γέφυρα Wheatstone με χορδή.
- 4) Ρυθμίστε το DC τροφοδοτικό για τάση 6V και βρείτε το σημείο ισορροπίας της γέφυρας (παρατηρώντας το γαλβανόμετρο) στον βαθμονομημένο χάρακα
- 5) Στην ισορροπία καταγράψτε τα μήκη ℓ και $(100-\ell)$
- 6) Επαληθεύστε την ορθότητα της συνθήκης ισορροπίας της γέφυρας Wheatstone: $\frac{R_x}{R_k} = \frac{100-\ell}{\ell}$
- 7) Στη συνέχεια αφαιρέστε την αντίσταση $10k\Omega$ από το κύκλωμα και θέστε μια άγνωστη αντίσταση ως την R_x στο κύκλωμα σας
- 8) Ρυθμίστε το DC τροφοδοτικό για τάση 3V και βρείτε το σημείο ισορροπίας της γέφυρας (παρατηρώντας το γαλβανόμετρο) στον βαθμονομημένο χάρακα
- 9) Στην ισορροπία καταγράψτε τα μήκη ℓ και $(100-\ell)$
- 10) Χρησιμοποιώντας τον τύπο της συνθήκης ισορροπίας της γέφυρας Wheatstone, υπολογίστε την άγνωστη αντίσταση R_x . Στη συνέχεια μετρήστε με πολύμετρο την αντίσταση και επαληθεύστε την ορθότητα της συνθήκης ισορροπίας της γέφυρας Wheatstone. Υπολογίστε και την % απόκλιση της τιμής που μετρήσατε μέσω της γέφυρας και μέσω του πολυμέτρου.