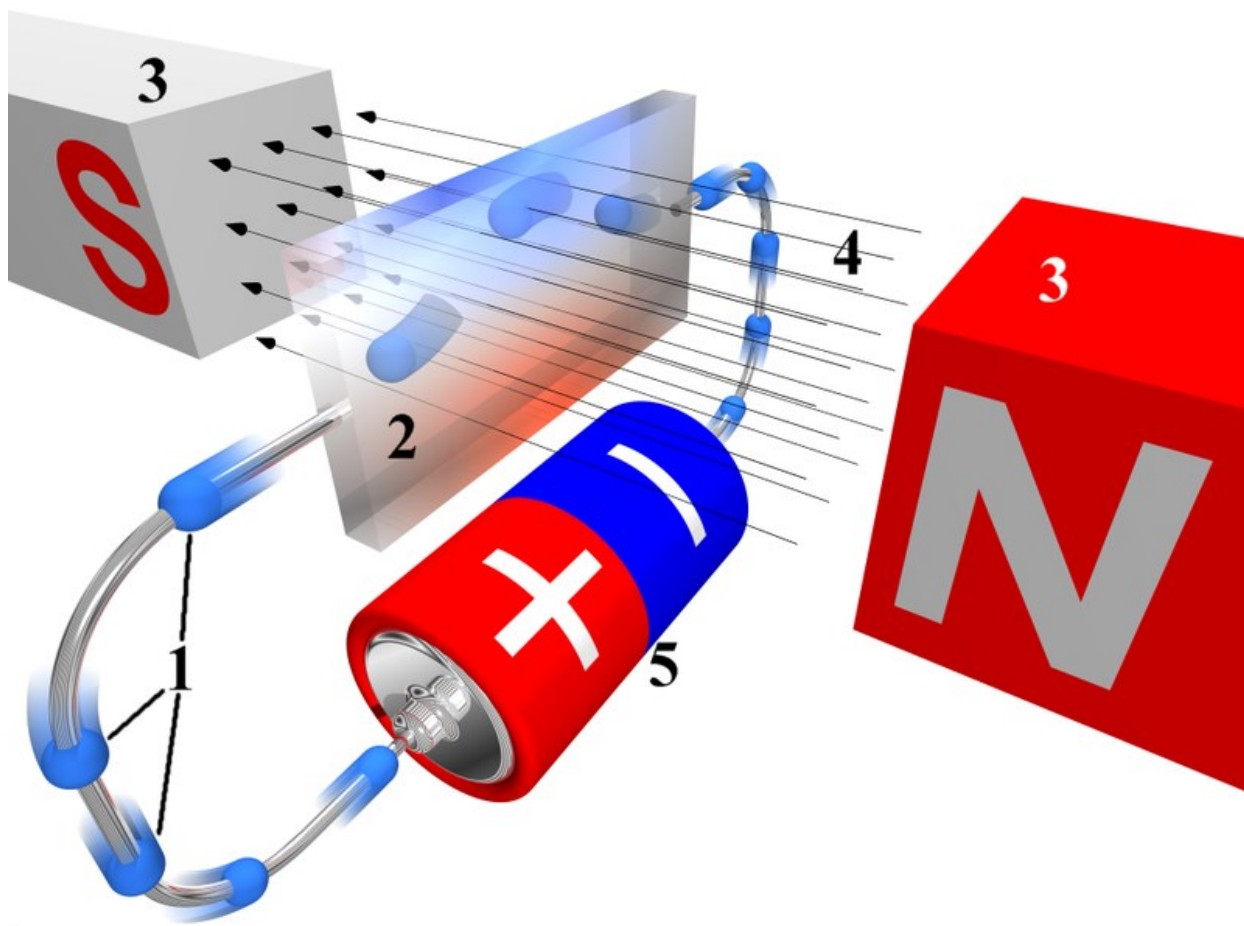




ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Εργαστήριο Ηλεκτρομαγνητισμού

Εργαστηριακή Άσκηση 4

ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ HALL



1. Σκοπός της άσκησης

Στην παρούσα εργαστηριακή άσκηση διενεργούνται λεπτομερείς ηλεκτρικές μετρήσεις με σκοπό τη μελέτη του Φαινομένου Hall, ενός εξαιρετικά ενδιαφέροντος ηλεκτρομαγνητικού φαινομένου που πέραν των άλλων εφαρμογών συνιστά την αρχή λειτουργίας μίας μεγάλης γκάμας αισθητήρων (Hall effect sensors) που χρησιμοποιούνται στην παρατήρηση ρευστών, σε transducers πίεσης, στον έλεγχο DC κινητήρων, στην ανίχνευση ρεύματος, στη μέτρηση μαγνητικού πεδίου, στην αυτοκινητοβιομηχανία κλπ.

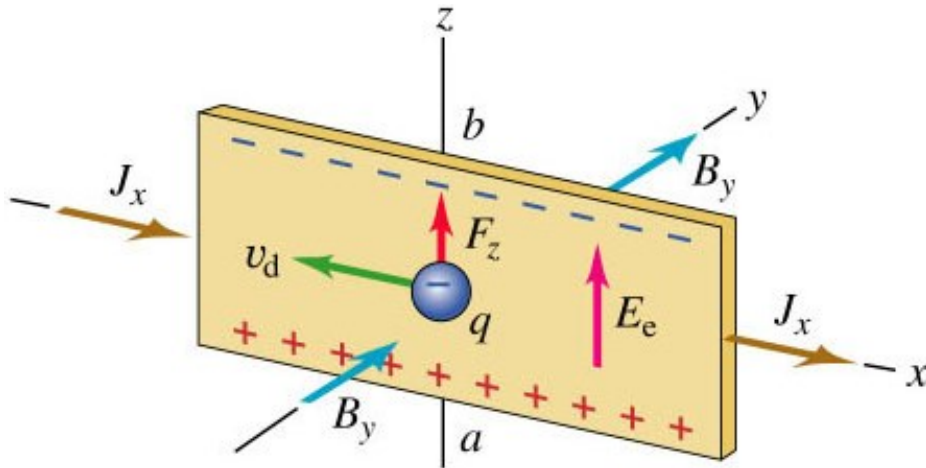
2. Συνοπτική Θεωρία

Κλασσικό φαινόμενο Hall

Ας θεωρήσουμε ένα σώμα (αγωγό ή ημιαγωγό) σε σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου όπως φαίνεται στο Σχ. 1. Δύο απέναντι πλευρές του συνδέονται με πηγή διαφοράς δυναμικού V_x και το δείγμα διαρρέεται από ρεύμα I_x . Κάθετα στη φορά του ρεύματος και παράλληλα προς τον άξονα y εφαρμόζεται μαγνητικό πεδίο μέτρου B_y . Στους φορείς του ρεύματος (ηλεκτρόνια – οπές), λόγω της κίνησής τους κάθετα προς το μαγνητικό πεδίο, εξασκείται μαγνητική δύναμη (δύναμη Laplace):

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v}_d \times \vec{B}$$

όπου v_d , η μέση ταχύτητα ολίσθησης των φορέων και $q = \pm e$, το φορτίο κάθε φορέα.



Σχήμα 1

Η δύναμη F_m είναι κατά τον άξονα z και έχει την ίδια φορά και για τα δύο είδη φορέων γιατί εξαρτάται από το γινόμενο $q \cdot v_d$. Λόγω της δύναμης F_L , οι φορείς εκτρέπονται κατά τον άξονα z και τείνουν (το σώμα έχει πεπερασμένες διαστάσεις) να συσσωρευτούν στην ίδια πλευρά. Έτσι δημιουργείται ένα ηλεκτρικό πεδίο E_H (πεδίο Hall) το οποίο εμποδίζει την παραπέρα συσσώρευση του φορτίου. Μεταξύ των ακροδεκτών a και b εμφανίζεται διαφορά δυναμικού V_H , η λεγόμενη τάση Hall, η οποία είναι ανάλογη του μέτρου του μαγνητικού πεδίου και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το δείγμα. Ο συντελεστής αναλογίας ονομάζεται συντελεστής Hall. Η μέτρηση της τάσης Hall δίνει συμπεράσματα για το είδος, την πυκνότητα και την ευκινησία των φορέων του δείγματος.



Edwin Herbert Hall
(1855-1938)

Για να εκφράσουμε την τάση Hall, σημειώνουμε πρώτα ότι η μαγνητική δύναμη που ασκείται πάνω στους φορείς φορτίου έχει μέτρο:

$$F_m = q \cdot v_d \cdot B \cdot \sin\theta$$

(επειδή $v_d \perp B$, $\sin\theta=1$). Στην πραγματικότητα, οι φορείς υπόκεινται σε μια δύναμη Lorentz, F_L , κατά τον άξονα z , που αποτελείται από δυο αντίθετες δυνάμεις, μια μαγνητική και μια ηλεκτρική (που οφείλεται στο αναπτυσσόμενο ηλεκτρικό πεδίο Hall). Καθώς σταδιακά αυξάνεται το ηλεκτρικό πεδίο Hall, κάποια χρονική στιγμή επέρχεται ισορροπία, δηλ., η ηλεκτρική δύναμη γίνεται ίση και αντίθετη της μαγνητικής, οπότε ισχύει:

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{E}_H + q \cdot \vec{v}_d \times \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{E}_H = -(\vec{v}_d \times \vec{B}) \Rightarrow E_H = v_d \cdot B \quad (1)$$

καθώς η μέση ταχύτητα ολίσθησης των φορέων είναι κάθετη στο μαγνητικό πεδίο.

Κατά την κίνησή τους στο υλικό (κατά τον άξονα x), οι φορείς υπόκεινται και στην επίδραση του περιοδικού του πεδίου και σκεδάζονται από τα ιόντα και τις προσμίξεις του. Η μέση ταχύτητα ολίσθησης των φορέων είναι αυτή που αποκτούν κατά το μέσο χρόνο «ελεύθερης διαδρομής», τ και δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{v}_d = \frac{\tau}{2m^*} \cdot \vec{F}_E \Rightarrow v_d = \pm \frac{e\tau}{2m^*} \cdot E = \pm \mu \cdot E \quad (2)$$

όπου μ , η ευκινησία των φορέων (μ_e για ηλεκτρόνια και μ_h για οπές).

Έστω αγωγίμο στερεό πλάτους l και πάχους d (βλ. Σχ. 2). Εάν η πυκνότητα των κινούμενων φορέων (π.χ., ελεύθερων ηλεκτρονίων) είναι n , τότε το μέτρο της πυκνότητας ρεύματος στον ρευματοφόρο αγωγό είναι:

$$J = -nev_e \Rightarrow \frac{I}{l \cdot d} = -nev_e \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{I}{l \cdot d} = -ne \frac{E_H}{B} \quad (3)$$

Εάν μετρήσουμε την τάση Hall, V_H , με ένα βολτόμετρο, και τη θεωρήσουμε ως:

$$V_H = E_H \cdot l \quad (4)$$

τότε, συνδυάζοντας τις σχέσεις (3) και (4), προκύπτει:

$$V_H = -\frac{I \cdot B}{n \cdot e \cdot d} = R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d} \quad (5)$$

όπου R_H , ο συντελεστής Hall:

$$R_H = -\frac{1}{n \cdot e} = \frac{V_H \cdot d}{I \cdot B} \quad (6)$$

Σχήμα 2

Από τη σχέση (5) υπολογίζεται η πυκνότητα των κινούμενων φορέων, n , από μετρούμενα ή γνωστά μεγέθη:

$$n = \frac{I \cdot B}{V_H \cdot e \cdot d} \quad (7)$$

συνεπώς το φαινόμενο Hall είναι εξαιρετικά χρήσιμο στην κατανόηση της ηλεκτρικής αγωγιμότητας, τόσο στους αγωγούς, όσο και στους ημιαγωγούς. Για κάποια μονοατομικά μέταλλα όπως Na, K, Cu, Ag κ.α., το φαινόμενο Hall υποδεικνύει ότι κάθε άτομο του υλικού συνεισφέρει ένα ηλεκτρόνιο στην αγωγιμότητα. Για κάποια άλλα μέταλλα, ο αριθμός των συνεισφερόμενων ηλεκτρονίων ανά άτομο, μπορεί να είναι μεγαλύτερος ή και μικρότερος της μονάδας. Επίσης για μερικά μέταλλα, όπως το Be και ο Zn, η τάση Hall δείχνει ότι οι φορείς φορτίου έχουν θετικό πρόσημο, δηλ. στην αγωγιμότητα συνεισφέρουν περισσότερο οι ηλεκτρικές οπές παρά τα ηλεκτρόνια.

Επιπλέον, στην αγωγιμότητα κάποιων υλικών αλλά και στους ημιαγωγούς, συνεισφέρουν τόσο τα ηλεκτρόνια όσο και οι οπές. Στις περιπτώσεις αυτές, ο συντελεστής Hall αποδεικνύεται ότι παρέχεται από σχέση της μορφής:

$$R_H = \frac{n_h \cdot \mu_h^2 - n_e \cdot \mu_e^2}{e \cdot (n_h \cdot \mu_h + n_e \cdot \mu_e)^2} \quad (8)$$

όπου n_h , n_e οι συγκεντρώσεις (πυκνότητες) οπών και ηλεκτρονίων αντίστοιχα και μ_h , μ_e οι ευκινήσεις οπών και ηλεκτρονίων αντίστοιχα.

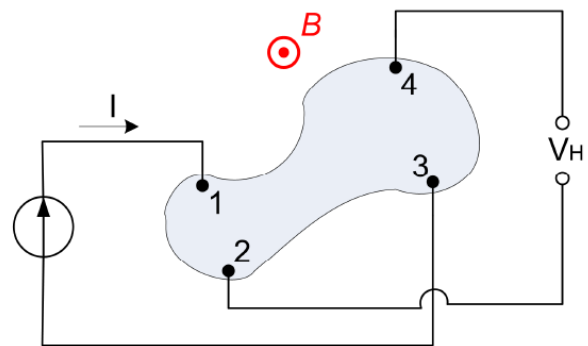
3. Πειραματική Διαδικασία

Ο σκοπός του πειράματος είναι η παρατήρηση του φαινομένου Hall σε θερμοκρασία δωματίου σε ένα λεπτό υμένιο εξωγενή ημιαγωγού GaAs και η χρήση του φαινομένου για τη μέτρηση των χαρακτηριστικών ιδιοτήτων του όπως το είδος και η πυκνότητα των φορέων του. Θα επαληθεύσετε τη θεωρητική σχέση που περιγράφει το φαινόμενο Hall και θα υπολογίσετε τον συντελεστή Hall και άλλα χαρακτηριστικά μεγέθη του ημιαγωγικού δείγματος.

Όργανα:

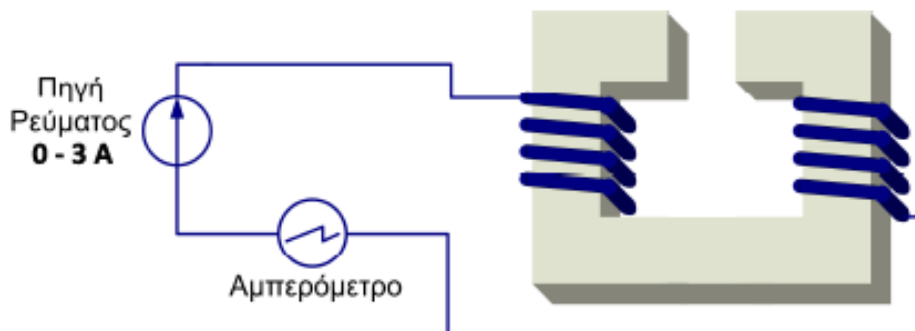
- Ηλεκτρομαγνήτες (πηνία) PHYWE 0680.00 (per coil: 2.66Ω/842turns max current: 4A)
- Τροφοδοτικό DC ρεύματος πηνίων
- Τροφοδοτικό DC ρεύματος δοκιμίου
- Καθετήρας Hall
- Δοκίμιο ημιαγωγού (GaAs)
- Αμπερόμετρο
- Μιλιαμπερόμετρο
- Μιλιβολτόμετρο

Ο καθετήρας Hall με το δοκίμιο GaAs συνδέεται για τις μετρήσεις Hall εφαρμόζοντας τη μέθοδο μετρήσεων του van der Pauw που βασίζεται στους υπολογισμούς του για το ηλεκτροστατικό δυναμικό σε ένα λεπτό στρώμα αυθαίρετου σχήματος (βλ. Σχ. 3), που στην πράξη συνήθως προσεγγίζει το σχήμα ενός τετραγώνου.



Σχήμα 3

Το ομογενές μαγνητικό πεδίο B που θα χρειαστείτε θα το δημιουργήσετε με τη διάταξη ηλεκτρομαγνητών (που συνδέονται σε σειρά) της άσκησης, με βάση το κύκλωμα:



Το διάκενο μεταξύ των πόλων του ηλεκτρομαγνήτη είναι ακριβώς τόσο, όσο χρειάζεται για να χωράει το δείγμα που θα μετρήσετε.

Προσοχή:

- ✓ Να μην περάσει ρεύμα μεγαλύτερο από 3A από τα πηνία.
 - ✓ Να μην περάσει ρεύμα μεγαλύτερο από 1.5mA από το δοκίμιο γιατί θα το καταστρέψει.
 - ✓ Πριν από κάθε set μετρήσεων απομαγνητίζετε τον πυρήνα των πηνίων αυξάνοντας και μειώνοντας το πεδίο και αλλάζοντας τη φορά του, δηλ. εφαρμόζοντας ρεύμα $0 \rightarrow 3A \rightarrow 0 \rightarrow -3A \rightarrow 0$.
1. Μετρήστε την τάση Hall ως συνάρτηση του μαγνητικού πεδίου B (δηλ. του I_π) για σταθερό ρεύμα δοκιμίου (I_δ), θεωρώντας γνωστά το συντελεστή Hall και το πάχος του δοκιμίου:

$I_\delta = 1 \text{ mA}$		
$I_\pi \text{ (A)}$	$V_H \text{ (mV)}$	$B \text{ (mT)}$
0.20		
0.40		
0.60		
0.80		
1.00		
1.20		
1.40		
1.60		
1.80		
2.00		
2.20		
2.40		
2.60		
2.80		
3.00		

2. Υπολογίστε την ένταση του μαγνητικού πεδίου και συμπληρώστε τον πίνακα στο πειραματικό βήμα (1). Για το σκοπό αυτό παρέχονται:

$$\text{συντελεστής Hall: } R_H = 16.4 \text{ cm}^3\text{C}^{-1}$$

$$\text{πάχος δοκιμίου: } d = 0.8 \text{ }\mu\text{m}$$

3. Να αποδώσετε την καμπύλη βαθμονόμησης του μαγνητικού πεδίου B (mT) vs I_π (A). Να προσδιορίσετε την ιδανική ευθεία με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (υποχρεώνοντάς την να διέλθει από το σημείο (0,0)). Προσδιορίστε την κλίση της ιδανικής ευθείας. Τί πληροφορία παρέχει;
4. Μετρήστε την τάση Hall ως συνάρτηση του ρεύματος του δοκιμίου (I_δ) για σταθερό μαγνητικό πεδίο (δηλαδή σταθερό I_π):

$I_\pi = 2.60 \text{ A}$	
$I_\delta \text{ (mA)}$	$V_H \text{ (mV)}$
0.15	
0.20	
0.30	
0.40	
0.50	
0.60	
0.70	
0.80	
0.90	
1.00	
1.10	
1.20	
1.30	
1.40	
1.50	

5. Αποδώστε την καμπύλη V_H (mV) vs I_δ (mA). Να προσδιορίσετε την ιδανική ευθεία με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (υποχρεώνοντάς την να διέλθει από το σημείο (0,0)). Με χρήση της κλίσης της ιδανικής ευθείας υπολογίστε το συντελεστή Hall και συγκρίνετέ τον με εκείνον του βήματος 2.
6. Από το συντελεστή Hall του προηγούμενου βήματος, προσδιορίστε τη συγκέντρωση των φορέων του ημιαγωγού GaAs του δοκιμίου. Συγκρίνετε τη τιμή που βρήκατε με αυτή που δίνει ο κατασκευαστής ($n = 3.81 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) υπολογίζοντας την επί τοις εκατό απόκλιση των δύο τιμών.

Βιβλιογραφία

- Δ.Σ. Βλάχος, 2015, “Βασικά Στοιχεία Ηλεκτρομαγνητισμού”, www.kallipos.gr.
- Ε. Ηλιόπουλος, 2014, “Προχωρημένα Εργαστήρια Φυσικής Ι”, Πανεπιστήμιο Κρήτης, <https://opencourses.uoc.gr>.
- L.J. van der Pauw, 1958, “A Method of Measuring Specific Resistivity and Hall Effect of Discs of Arbitrary Shape,” Philips Research Reports, 13, pp. 1–9.
- American Society for Testing and Materials, 1996, “Standard Test Methods for Measuring Resistivity and Hall Coefficient and Determining Hall Mobility in Single-Crystal Semiconductors”, Standard F76-86.

- Ν.Βακάκης Κ.Μπινιέρης, 2006, Εργαστηριακές Ασκήσεις Εφαρμοσμένου Ηλεκτρομαγνητισμού, Τμήμα Ηλεκτρονικής Τ.Ε.Ι. Κρήτης, Χανιά.