



# Ηλεκτρομαγνητισμός (205)

Τμήμα Ηλεκτρονικών Μηχανικών  
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

Διδάσκοντες Μαθήματος:

Αναπλ. Καθ. Κωνσταντίνος Πετρίδης ([cpetridis@hmu.gr](mailto:cpetridis@hmu.gr))

Επικ. Καθ. Γεώργιος Κακαβελάκης ([kakavelakis@hmu.gr](mailto:kakavelakis@hmu.gr))

## 6. Κυκλώματα συνεχούς ρεύματος

# Εισαγωγή

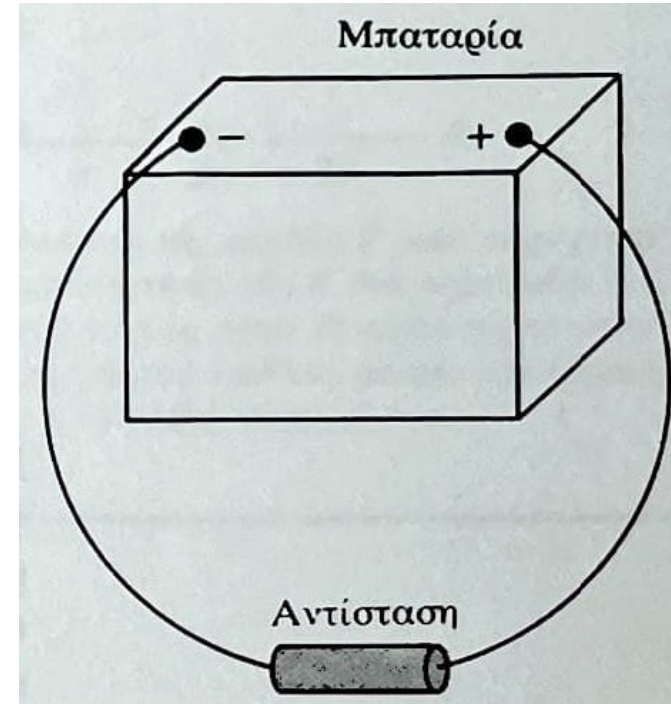
- Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλύσουμε απλά ηλ. κυκλώματα με μπαταρίες, αντιστάσεις και πυκνωτές
- Για την ανάλυση αυτών των κυκλωμάτων θα χρησιμοποιήσουμε τους κανόνες του Kirchhoff
- Οι κανόνες αυτοί απορρέουν από τους νόμους διατήρησης της ενέργειας και του φορτίου

## 6.1 Ηλεκτρεγερτική δύναμη

- Στο προηγούμενο κεφάλαιο είδαμε ότι σε ένα κύκλωμα μπορούμε να διατηρήσουμε σταθερό ρεύμα αν χρησιμοποιήσουμε πηγή ηλεκτρεγερτικής δύναμης (ΗΕΔ)
- Πηγή ΗΕΔ είναι κάθε συσκευή που αυξάνει τη δυναμική ενέργεια των φορτίων τα οποία διαρρέουν το κύκλωμα
- Άρα πηγή ΗΕΔ είναι μια αντλία φορτίου που υποχρεώνει τα ηλεκτρόνια να κινούνται αντίθετα με την κατεύθυνση του ηλεκτροστατικού πεδίου μέσα στην πηγή
- Η ΗΕΔ,  $\mathcal{E}$ , μιας πηγής περιγράφει το έργο που παράγεται ανά μονάδα φορτίου και στο SI μονάδα της είναι το Volt (V)

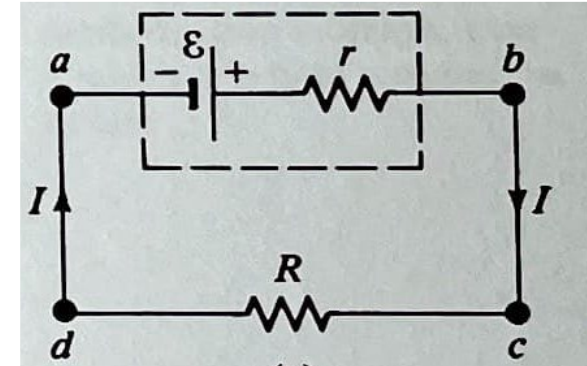
# 6.1 Ηλεκτρεγερτική δύναμη

- Το κύκλωμα αποτελείται από μια μπαταρία που είναι συνδεδεμένη με μια αντίσταση
- Υποθέτουμε ότι τα καλώδια που ενώνουν την μπαταρία και την αντίσταση έχουν μηδενικές αντιστάσεις
- Ο θετικός πόλος της μπαταρίας έχει υψηλότερο δυναμικό από τον αρνητικό
- Αν αγνοήσουμε την εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας, τότε η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους πόλους της μπαταρίας ισούται με την ΗΕΔ της μπαταρίας
- Όμως μια πραγματική μπαταρία έχει πάντοτε μια εσωτερική αντίσταση  $r$ , και έτσι η τάση της μπαταρίας (η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους πόλους της) δεν ισούται ακριβώς με την ΗΕΔ της.



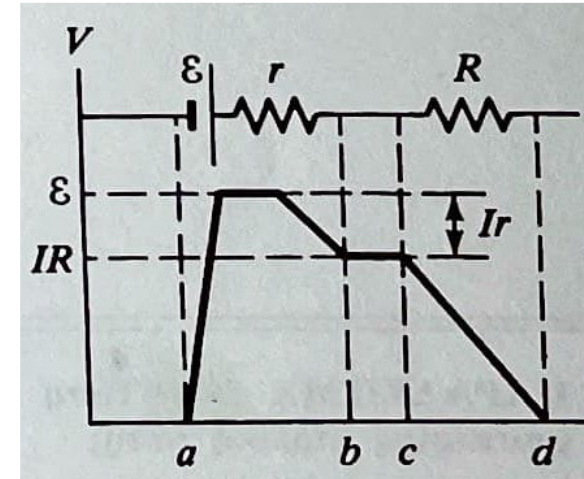
# 6.1 Ηλεκτρεγερτική δύναμη

- Έτσι το σωστό κύκλωμα λαμβάνοντας υπόψιν μια πραγματική μπαταρία φαίνεται στο σχήμα
- Η μπαταρία περιγράφεται μέσα στο πλαίσιο με τη διακεκομμένη γραμμή και αποτελείται από μια πηγή ΗΕΔ,  $\mathcal{E}$ , ενωμένη εν σειρά με την εσωτερική της αντίσταση  $r$
- Θεωρούμε ότι ένα θετικό φορτίο κινείται από το  $a$  στο  $b$  και καθώς πηγαίνει από τον αρνητικό πόλο της μπαταρίας προς τον θετικό, τότε το δυναμικό του αυξάνεται κατά  $\mathcal{E}$
- Στη συνέχεια αφού το φορτίο περνάει από την εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας, το δυναμικό του μειώνεται κατά  $Ir$ , όπου  $I$  είναι το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα
- Έτσι η διαφορά δυναμικού  $V = V_b - V_a$  ανάμεσα στους πόλους της μπαταρίας δίνεται από τη σχέση:  $V = \mathcal{E} - Ir$
- Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η ΗΕΔ  $\mathcal{E}$ , είναι ίδια με την πολική τάση όταν το κύκλωμα είναι ανοιχτό, άρα το ρεύμα είναι μηδενικό



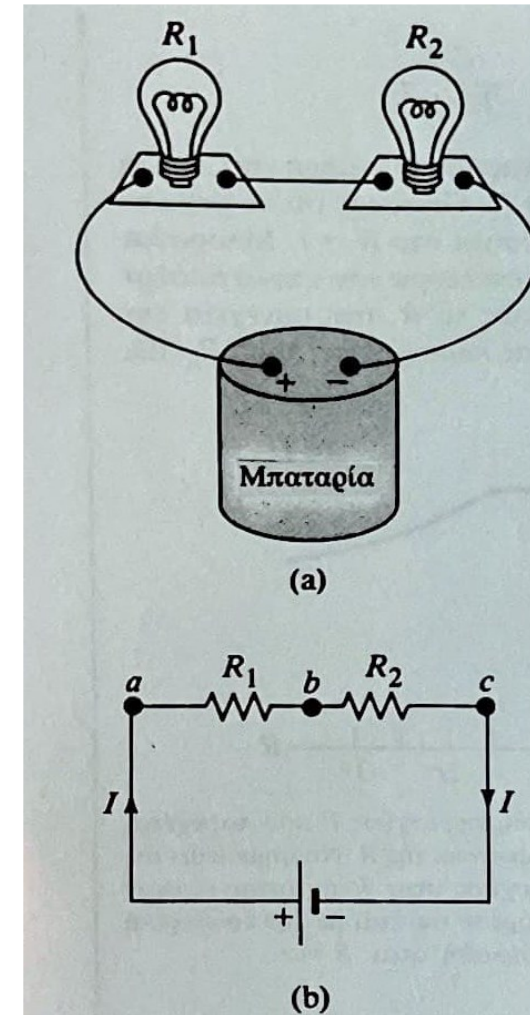
# 6.1 Ηλεκτρεγερτική δύναμη

- Στο σχήμα βλέπουμε τη γραφική παράσταση των μεταβολών δυναμικού καθώς κινούμαστε γύρω γύρω στο κύκλωμα κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού
- Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα άκρα της αντίστασης είναι  $V=IR$ , όπου  $R$  η εξωτερική αντίσταση ή αντίσταση φορτίου
- Αν συνδυάσουμε αυτή την εξίσωση με την διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους πόλους της μπαταρίας (έχουν ίδια διαφορά δυναμικού), τότε έχουμε:  $\mathcal{E} = IR + Ir$
- Λύνουμε ως προς ρεύμα:  $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$
- Βλέπουμε ότι το ρεύμα εξαρτάται και από τις δύο αντιστάσεις
- Αν η αντίσταση φορτίου  $R$  είναι πολύ μεγαλύτερη από την εσωτερική αντίσταση  $r$ , τότε αγνοούμε την  $r$
- Πολλαπλασιάζονται και τα δύο μέρη της εξίσωσης με  $I$  έχουμε:
$$I\mathcal{E} = I^2R + I^2r$$
- Η εξίσωση αυτή λέει ότι η ολική ισχύς της πηγής καταναλώνεται σε θερμική ενέργεια και για τις δύο αντιστάσεις
- Αν  $r \ll R$ , τότε η ισχύς της μπαταρίας καταναλώνεται κυρίως από την αντίσταση φορτίου



## 6.2 Συνδεσμολογία αντιστάσεων εν σειρά

- Όταν συνδέσουμε δύο ή περισσότερες αντιστάσεις έτσι ώστε κάθε ζεύγος να έχει ένα μόνο κοινό σημείο και επομένως διαρρέονται από το ρεύμα αυτό, λέμε ότι οι αντιστάσεις είναι συνδεδεμένες εν σειρά
- Όταν δύο (ή περισσότερες) αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$ , είναι συνδεδεμένες εν σειρά, τότε διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, διότι κάθε φορτίο που διαρρέει την  $R_1$  θα διέλθει και μέσα από την  $R_2$
- Η πτώση τάσης από το α στο β ισούται με  $IR_1$ , ενώ η πτώση τάσης από το β στο c ισούται με  $IR_2$
- Η ολική πτώση τάσης από το α στο c ισούται με  $V = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2)$
- Άρα μπορούμε να αντικαταστήσουμε τις δυο αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  όταν είναι συνδεδεμένες εν σειρά με μια ισοδύναμη αντίσταση  $R_{eq}$ , που ισούται με το άθροισμα των  $R_1$  και  $R_2$ :  $R_{eq} = R_1 + R_2$
- Λέμε ότι η  $R_{eq}$  είναι η ισοδύναμη αντίσταση με την εν σειρά σύνδεση των  $R_1$  και  $R_2$  γιατί το ρεύμα στο κύκλωμα δεν μεταβάλλεται όταν αντικαταστήσουμε τις  $R_1$  και  $R_2$  με την  $R_{eq}$
- Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση τριών ή περισσότερων αντιστάσεων που είναι συνδεδεμένες εν σειρά:  $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$
- Έτσι βλέπουμε ότι η ισοδύναμη αντίσταση πολλών αντιστάσεων συνδεδεμένων εν σειρά είναι πάντοτε μεγαλύτερη από κάθε αντίσταση ξεχωριστά
- Σημείωση: Αν καεί η μια λάμπα του σχήματος, το κύκλωμα ανοίγει και έτσι θα σβήσει και η άλλη λάμπα. Άρα βλέπουμε ότι είναι ο πιο εξυπηρετικός τρόπος να συνδέουμε οικιακές συσκευές με αυτόν τον τρόπο (εν σειρά)
- Σε πολλά κυκλώματα συνδέουμε εν σειρά ηλεκτρικές ασφάλειες για λόγους πρόληψης ατυχημάτων

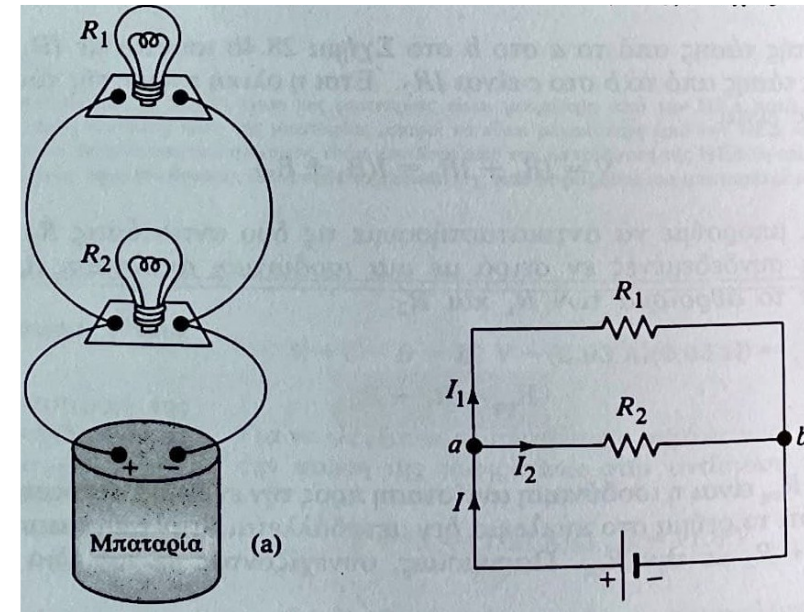


## 6.2 Συνδεσμολογία αντιστάσεων παράλληλα

- Όταν δύο ή περισσότερες αντιστάσεις είναι συνδεδεμένες παράλληλα, τότε έχουν στα άκρα τους την ίδια διαφορά δυναμικού
- Οι αντιστάσεις αυτές δεν διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα
- Όταν το ρεύμα  $I$  φτάνει στο κοινό σημείο α (κόμβος), διχάζεται σε δύο κλάδους, στο  $I_1$  που διαρρέει την  $R_1$  και στο  $I_2$  που διαρρέει την  $R_2$
- Αν η  $R_1$  είναι μεγαλύτερη από την  $R_2$ , τότε το  $I_1$  είναι μικρότερο από το  $I_2$
- Δηλαδή το φορτίο προτιμά τη διαδρομή με τη μικρότερη αντίσταση
- Γνωρίζουμε ότι το ηλεκτρικό φορτίο διατηρείται. Άρα το ρεύμα  $I$  που φτάνει στον κόμβο α πρέπει να ισούται με το άθροισμα των ρευμάτων  $I_1$  και  $I_2$  που φεύγουν από τη διακλάδωση:  $I = I_1 + I_2$
- Αλλά η τάση (διαφορά δυναμικού) στα άκρα των αντιστάσεων είναι ίδια. Άρα εφαρμόζουμε το νόμο του Ohm και έχουμε:

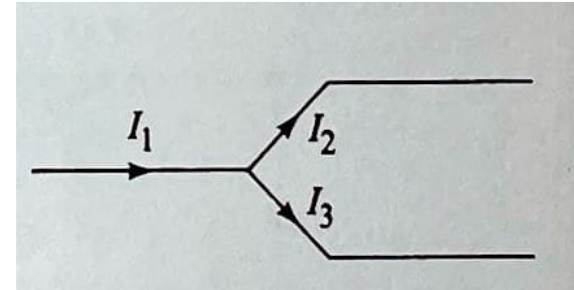
$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V}{R_{eq}}$$

- Άρα η ισοδύναμη αντίσταση των δύο άλλων αντιστάσεων που είναι συνδεδεμένες παράλληλα είναι:  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
- Άρα και για τρεις ή περισσότερες αντιστάσεις:  $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$
- Άρα η ισοδύναμη αντίσταση παράλληλα συνδεδεμένων αντιστάσεων είναι πάντα μικρότερη από την πιο μικρή αντίσταση της συνδεσμολογίας
- Οι ηλεκτρικές συσκευές είναι συνδεδεμένες παράλληλα ώστε να λειτουργούν ανεξάρτητα



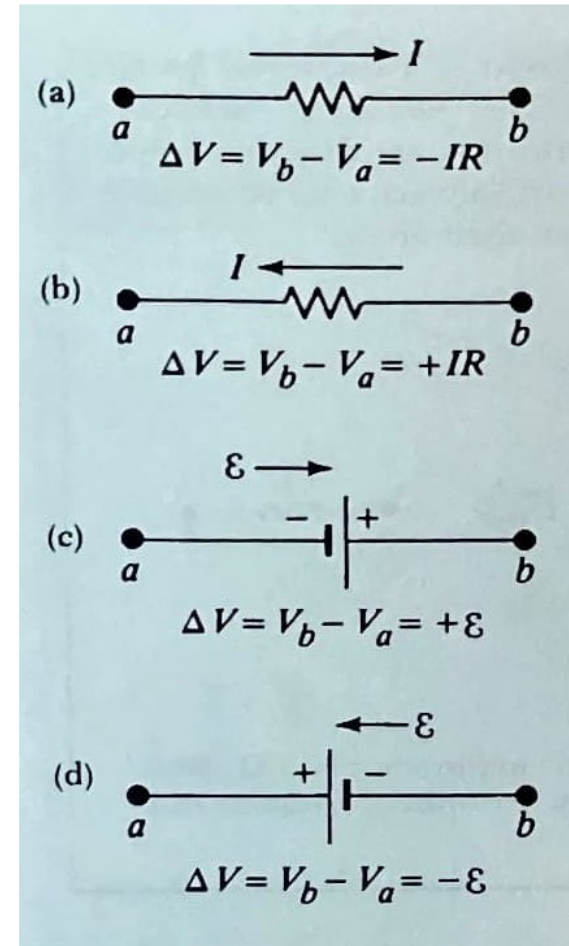
## 6.3 Κανόνες του Kirchhoff

- Για να αναλύσουμε απλά κυκλώματα χρησιμοποιούμε το νόμο του Ohm και απλούς κανόνες συνδυασμού αντιστάσεων
- Για να αναλύσουμε πιο σύνθετα κυκλώματα θα χρειαστούμε δυο ακόμα απλούς κανόνες, που ονομάζονται κανόνες του Kirchhoff:
  - 1) Κανόνας των κόμβων. Το άθροισμα των ρευμάτων που συρρέουν προς έναν κόμβο ισούται με το άθροισμα των ρευμάτων που απομακρύνονται από τον κόμβο (όπου κόμβος είναι ένα οποιοδήποτε σημείο στο οποίο το ρεύμα μπορεί να χωριστεί σε περισσότερα του ενός ρεύματα)
  - 2) Κανόνας των βρόχων. Το αλγεβρικό άθροισμα των μεταβολών δυναμικού κατά μήκος όλων των στοιχείων γύρω από ένα οποιοδήποτε κλειστό βρόχο είναι μηδενικό
- Ο πρώτος κανόνας είναι διατύπωση της διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου. Δηλαδή, όσο ρεύμα φτάσει σε ένα σημείο, άλλο τόσο ρεύμα θα απομακρυνθεί από αυτό το σημείο, διότι δεν επιτρέπεται συσσώρευση ή καταστροφή φορτίου σε ένα κύκλωμα
- Έτσι αν εφαρμόσουμε τον κανόνα αυτό στο σχήμα δεξιά, έχουμε:  $I_1 = I_2 + I_3$



## 6.3 Κανόνες του Kirchhoff

- Ο δεύτερος κανόνας του Kirchhoff είναι αποτέλεσμα της διατήρησης της ενέργειας. Δηλαδή, καθώς ένα φορτίο κινείται σε ένα κλειστό βρόγχο (το φορτίο καταλήγει εκεί από όπου ξεκίνησε), κερδίζει τόση ενέργεια όση χάνει. Άρα την ενέργεια που κερδίζει διαρρέοντας την πηγή, την χάνει όταν διαπεράσει από την αντίσταση φορτίου
- Κατά την εφαρμογή του δεύτερου κανόνα του Kirchhoff πρέπει να έχουμε υπόψιν τους παρακάτω κανόνες:
  - 1) Αν διατρέχουμε μια αντίσταση  $R$  κατά την κατεύθυνση του ρεύματος  $I$ , τότε η μεταβολή του δυναμικού είναι  $-IR$
  - 2) Αν διατρέχουμε μια αντίσταση  $R$  σε κατεύθυνση αντίθετη με την κατεύθυνση του ρεύματος  $I$ , τότε η μεταβολή του δυναμικού είναι  $+IR$
  - 3) Αν διατρέχουμε μια πηγή ΗΕΔ κατά την κατεύθυνση της ΗΕΔ (από τον αρνητικό προς το θετικό πόλο), τότε η μεταβολή του δυναμικού είναι  $+\mathcal{E}$
  - 4) Αν διατρέχουμε μια πηγή ΗΕΔ με κατεύθυνση αντίθετα προς την ΗΕΔ (από το θετικό προς τον αρνητικό πόλο), τότε η μεταβολή του δυναμικού είναι  $-\mathcal{E}$
- Για ένα κύκλωμα χρειαζόμαστε τόσες εξισώσεις (από τους κανόνες του Kirchhoff) όσοι είναι οι άγνωστοι του προβλήματος που προσπαθούμε να λύσουμε



## 6.3 Κανόνες του Kirchhoff

- Στρατηγική επίλυσης προβλημάτων με τους κανόνες του Kirchhoff

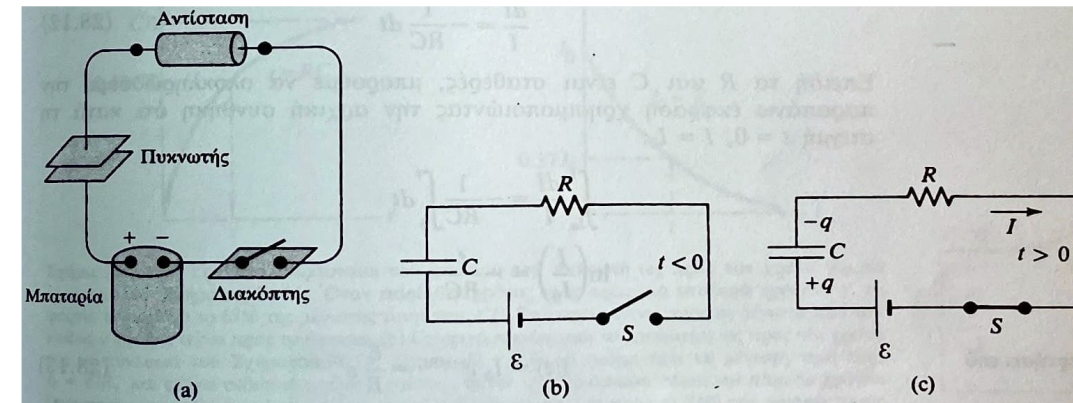
- 1) Σχεδιάστε το διάγραμμα του κυκλώματος. Σε κάθε μέρος του κυκλώματος πρέπει να ορίσετε την κατεύθυνση του ρεύματος που το διαρρέει.
- 2) Εφαρμόστε τον 1<sup>ο</sup> κανόνα του Kirchhoff σε κάθε κόμβο του κυκλώματος. Έτσι βρίσκονται διάφορες σχέσεις ανάμεσα στα ρεύματα,
- 3) Εφαρμόστε το 2<sup>ο</sup> κανόνα του Kirchhoff σε όσους βρόγχους του κυκλώματος χρειάζεται ώστε να έχετε αρκετές εξισώσεις για όλους τους αγνώστους. Προσοχή στο σωστό πρόσημο της μεταβολής του δυναμικού
- 4) Τέλος λύστε το σύστημα των ανεξάρτητων εξισώσεων που έχετε γράψει.

## 6.4 Κυκλώματα RC

- Μέχρι τώρα μελετήσαμε κυκλώματα που διαρρέονται από σταθερά ρεύματα.
- Τώρα θα δούμε κυκλώματα που έχουν και πυκνωτές και έτσι το ρεύμα πρέπει να μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου
- Αν εφαρμόσουμε διαφορά δυναμικού στους οπλισμούς ενός πυκνωτή, ο ρυθμός με τον οποίο το φορτίο θα μεταβεί στους οπλισμούς του εξαρτάται από τη χωρητικότητα και από την αντίσταση του κυκλώματος

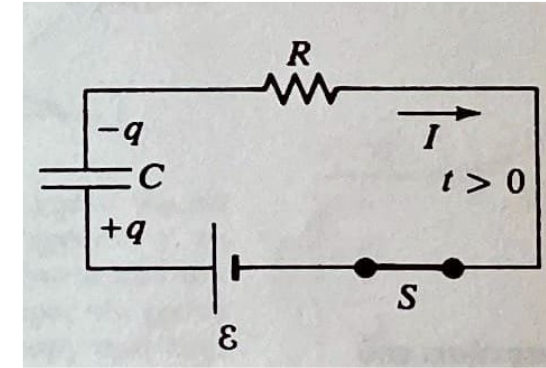
### Φόρτιση πυκνωτή

- Έστω ότι έχουμε το κύκλωμα του σχήματος και ο πυκνωτής δεν είναι φορτισμένος (δεν υπάρχει φορτίο στους οπλισμούς)
- Όταν ο διακόπτης είναι ανοιχτός, το κύκλωμα δεν διαρρέεται από ρεύμα
- Αν κλείσουμε το διακόπτη τη στιγμή  $t=0$ , τότε θα αρχίσει να ρέει ρεύμα στο κύκλωμα και ο πυκνωτής θα αρχίσει να φορτίζεται
- Η μέγιστη τιμή φόρτισης εξαρτάται από την ΗΕΔ της μπαταρίας
- Τη στιγμή που ο πυκνωτής θα φορτιστεί πλήρως (μέγιστο φορτίο), το ρεύμα στο κύκλωμα μηδενίζεται



## 6.4 Κυκλώματα RC

- Εφαρμόζουμε το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα μόλις κλείσει ο διακόπτης:  $\mathcal{E} - IR - q/C = 0$ , όπου  $IR$  είναι η πτώση τάσης στα άκρα της αντίστασης και  $q/C$  η τάση του πυκνωτή
- Σημείωση: τα  $q$  και  $I$  συμβολίζουν τις στιγμιαίες τιμές του φορτίου και του ρεύματος, καθώς φορτίζεται ο πυκνωτής
- Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την παραπάνω εξίσωση για να βρούμε την αρχική τιμή του ρεύματος στο κύκλωμα και το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή
- Κατά τη στιγμή  $t=0$  (μόλις κλείσει ο διακόπτης), το φορτίο είναι μηδενικό
- Έτσι από την εξίσωση βρίσκουμε την τιμή του αρχικού ρεύματος  $I_0$ , που τότε έχει τη μέγιστη τιμή του και ισούται με  $I_0 = \mathcal{E}/R$ . Εκείνη τη στιγμή η πτώση τάσης οφείλεται αποκλειστικά στην αντίσταση
- Κατόπιν, όταν ο πυκνωτής φορτιστεί με το μέγιστο φορτίο  $Q$ , τότε δεν μεταφέρεται άλλο φορτίο και το ρεύμα γίνεται μηδενικό, με την πτώση τάσης να οφείλεται μόνο στον πυκνωτή
- Θέτουμε  $I=0$  στην παραπάνω εξίσωση και βρίσκουμε:  $Q = C\mathcal{E}$  (μέγιστο φορτίο)



## 6.4 Κυκλώματα RC

- Για να βρούμε την εξάρτηση του φορτίου και του ρεύματος ως προς το χρόνο, ας παραγωγίσουμε την προηγούμενη σχέση ως προς το χρόνο:

$$\frac{d}{dt}\left(\varepsilon - \frac{q}{C} - IR\right) = 0 \Rightarrow 0 - \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} - R \frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{I}{C} + R \frac{dI}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC} dt$$

- Επειδή R και C είναι σταθερές, μπορούμε να ολοκληρώσουμε την παραπάνω εξίσωση χρησιμοποιώντας την αρχική συνθήκη ότι για  $t=0$  το  $I=I_0$ , έτσι έχουμε:

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \Rightarrow \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow I(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

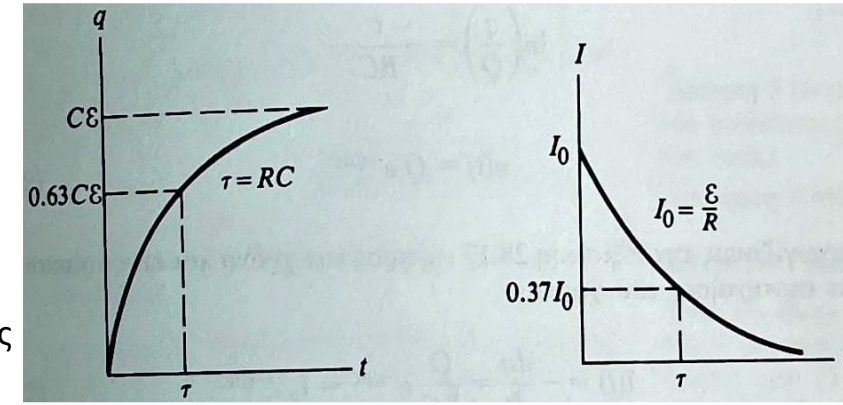
- Για να βρούμε το φορτίο του πυκνωτή συναρτήσει του χρόνου, θέτουμε  $I=dq/dt$  στην παραπάνω εξίσωση:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \Rightarrow dq = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} dt \Rightarrow \int_0^q dq = \frac{\varepsilon}{R} \int_0^t e^{-\frac{t}{RC}} dt \Rightarrow q(t) = C\varepsilon[1 - e^{-\frac{t}{RC}}] \Rightarrow q(t) = Q[1 - e^{-\frac{t}{RC}}]$$

- Όπου  $Q=C\varepsilon$  (το μέγιστο φορτίο του πυκνωτή)
- Χρησιμοποιήσαμε το ολοκλήρωμα:  $\int e^{-ax} dx = -\frac{1}{a} e^{-ax}$

## 6.4 Κυκλώματα RC

- Στις γραφικές παραστάσεις φαίνεται η εξάρτηση των  $q$  και  $I$  με βάση τις εξισώσεις που βρήκαμε
- Κατά τη στιγμή  $t=0$  το φορτίο είναι μηδενικό και τείνει προς τη μέγιστη τιμή του  $Q=CE$  για  $t \rightarrow \infty$
- Το ρεύμα έχει τη μέγιστη τιμή του  $I_0 = E/R$  κατά τη στιγμή  $t=0$  και φθίνει εκθετικά προς το μηδέν για  $t \rightarrow \infty$
- Ονομάζουμε την ποσότητα  $RC$  που υπάρχει στους εκθέτες των εξισώσεων, σταθερά χρόνου  $\tau$  του κυκλώματος
- Η σταθερά αυτή αντιστοιχεί στο χρόνο που απαιτείται ώστε το ρεύμα να μειωθεί στο  $1/e$  της αρχικής τιμής του
- Δηλαδή σε χρόνο  $\tau=RC$ , το  $I = e^{-1}I_0 = 0.37I_0$
- Σε χρόνο  $2\tau$ , το  $I = e^{-2}I_0 = 0.135I_0$
- Παρομοίως σε χρόνο  $\tau$ , το φορτίο θα αυξηθεί από το 0 στην τιμή:  
$$q = Q[1 - e^{-1}] = Q[1 - 0.37] = 0.63Q = 0.63CE$$
- Για να βεβαιωθούμε ότι το  $\tau=RC$  έχει διαστάσεις χρόνου:  
$$[\tau] = [RC] = \left[ \frac{V}{I} \times \frac{Q}{V} \right] = \left[ \frac{Q}{I} \right] = [T]$$
- Το έργο που παράγει η μπαταρία κατά τη διάρκεια της φόρτισης της είναι  $QE = QE^2$
- Αφού φορτιστεί ο πυκνωτής η ενέργεια που είναι αποθηκευμένη μέσα του είναι  $\frac{1}{2}QE = \frac{1}{2}CE^2$ , ποσότητα ίση με το μισό του έργου που παράγει η μπαταρία
- Το άλλο μισό του έργου που παράγει η μπαταρία καταναλώνεται ως θερμότητα στην αντίσταση



# 6.4 Κυκλώματα RC

## Εκφόρτιση πυκνωτή

- Τώρα έχουμε ένα πυκνωτή φορτισμένο με αρχικό φορτίο  $Q$ , μια αντίσταση  $R$  και ένα διακόπτη  $S$
- Όταν ο διακόπτης είναι ανοιχτός υπάρχει διαφορά δυναμικού  $Q/C$  ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή και μηδενική διαφορά δυναμικού στα άκρα της αντίστασης αφού το κύκλωμα είναι ανοιχτό και έτσι  $I=0$
- Όταν κλείσει ο διακόπτης τη στιγμή  $t=0$ , ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται δια μέσου της αντίστασης
- Κάποια στιγμή  $t$  κατά τη διάρκεια της εκφόρτισης, το ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα είναι  $I$  και το φορτίο στον πυκνωτή είναι  $q$
- Σε αυτή την περίπτωση, με βάση το 2<sup>ο</sup> κανόνα του Kirchhoff γι' αυτό το κύκλωμα έχουμε:  $q/C - IR=0 \Rightarrow q/C = IR$
- Άρα η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα άκρα της αντίστασης ισούται με τη διαφορά δυναμικού ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή

- Το ρεύμα του κυκλώματος πρέπει να είναι ίσο με το ρυθμό μείωσης του φορτίου του πυκνωτή:  $I = -dq/dt$

- Άρα η προηγούμενη εξίσωση γίνεται  $-R \frac{dq}{dt} = \frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt$

- Ολοκληρώνεται τη σχέση αυτή και παίρνουμε ότι για  $t=0$  το  $q=Q$ , έτσι γίνεται:

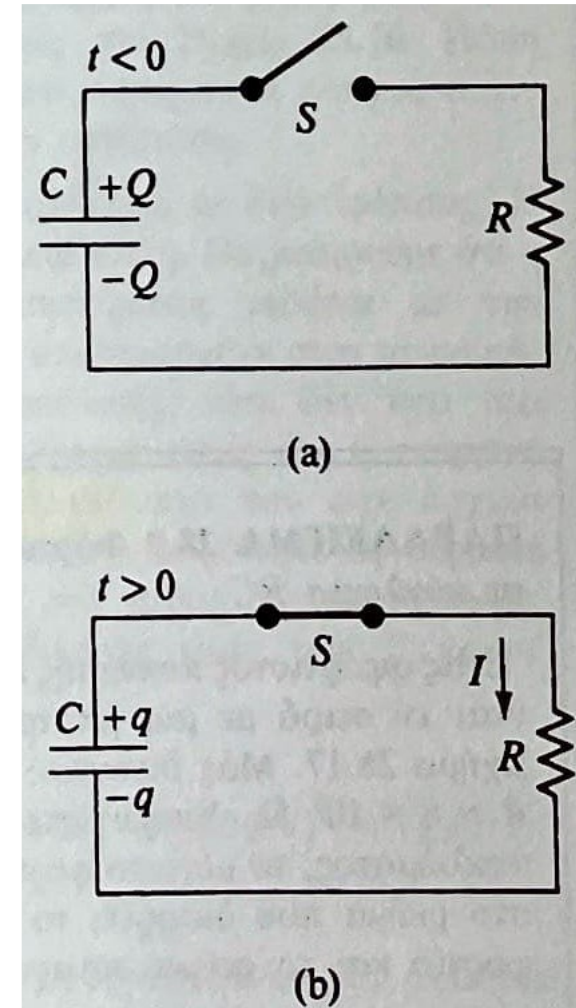
$$\int_Q^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \Rightarrow \ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow q(t) = Q e^{-\frac{t}{RC}}$$

- Παραγωγίζοντας την παραπάνω σχέση ως προς το χρόνο βρίσκουμε το ρεύμα συναρτήσει του χρόνου:

$$I(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{Q}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

- Όπου  $I_0=Q/RC$  είναι το αρχικό ρεύμα

- Βλέπουμε ότι το φορτίο του πυκνωτή και το ρεύμα του κυκλώματος φθίνουν εκθετικά με ρυθμό που χαρακτηρίζεται από τη σταθερά χρόνου  $\tau=RC$



# Συνοψίζοντας τι είδαμε στο Κεφάλαιο 6

- ✓ Ηλεκτρεγερτική δύναμη
- ✓ Συνδεσμολογία αντιστάσεων εν σειρά
- ✓ Συνδεσμολογία αντιστάσεων παράλληλα
- ✓ Κανόνες του Kirchhoff
- ✓ Κυκλώματα RC

Ερωτήσεις;