Πλήρες Παράδειγμα: UAV Path Planning & Control με Potential Fields

Διατύπωση Προβλήματος

Θεωρούμε ένα UAV που κινείται σε επίπεδο (x, y) (σταθερό ύψος). Στόχος είναι η μετάβαση από αρχική θέση σε στόχο με αποφυγή στατικών και κινούμενων εμποδίων, λαμβάνοντας υπόψη άνεμο και κορεσμό ταχύτητας.

Κατάσταση UAV$_1$

$$q(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$$

Κινηματικό μοντέλο

$$\dot{q} = u + w$$

όπου u είναι ο έλεγχος (commanded velocity) και w ο άνεμος.

Αρχική και τελική θέση

$$q(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad q_g = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Στατικά εμπόδια Δύο κυκλικά εμπόδια:

$$q_{o1} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}, \qquad q_{o2} = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \end{bmatrix}, \qquad R = 1$$

Κινούμενο εμπόδιο (UAV$_2$)

$$q_2(t) = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 + t \end{bmatrix}, \qquad v_2 = \dot{q}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \qquad R_2 = 1$$

Άνεμος

$$w = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Περιορισμός ελέγχου

$$\|u\| \le u_{\max} = 2$$

Δυναμικά Πεδία

Ορίζουμε συνολικό δυναμικό:

$$U(q, t) = U_{att}(q) + U_{rep}^{static}(q) + U_{rep}^{dyn}(q, t)$$

Ελκτικό δυναμικό

$$U_{att}(q) = \frac{1}{2}\|q - q_g\|^2, \qquad \nabla U_{att}(q) = q - q_g$$

Απωστικό δυναμικό στατικών εμποδίων

Για κάθε εμπόδιο i:

$$d_i(q) = \|q - q_{oi}\| - R$$

$$U_{rep,i}(q) = \begin{cases} \frac{1}{2}k_{rep}\left(\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_0}\right)^2, & d_i \le d_0 \\ 0, & d_i > d_0 \end{cases}$$

με $k_{rep} = 4$, $d_0 = 3$.

Gradient απωστικού δυναμικού Για $d_i \le d_0$ ισχύει:

$$\nabla U_{rep,i}(q) = -k_{rep}\left(\frac{1}{d_i} - \frac{1}{d_0}\right)\frac{1}{d_i^2}\frac{q - q_{oi}}{\|q - q_{oi}\|}$$

Το αρνητικό πρόσημο διασφαλίζει ότι το απωστικό πεδίο αυξάνει το δυναμικό όταν το UAV πλησιάζει το εμπόδιο και οδηγεί σε δύναμη απομάκρυνσης.

Απωστικό δυναμικό κινούμενου UAV

$$d_{dyn}(q,t) = \|q - q_2(t)\| - R_2$$

$$U_{rep}^{dyn}(q,t) = \begin{cases} \frac{1}{2}k_{dyn}\left(\frac{1}{d_{dyn}} - \frac{1}{d_0}\right)^2, & d_{dyn} \le d_0 \\ 0, & d_{dyn} > d_0 \end{cases}$$

με $k_{dyn} = 6$.

$$\nabla U_{rep}^{dyn}(q,t) = -k_{dyn}\left(\frac{1}{d_{dyn}} - \frac{1}{d_0}\right)\frac{1}{d_{dyn}^2}\frac{q - q_2(t)}{\|q - q_2(t)\|}$$

Νόμος Ελέγχου

$$u^* = -\nabla U(q,t)$$

$$u = \begin{cases} u^*, & \|u^*\| \le u_{\max} \\ \frac{u_{\max}}{\|u^*\|}u^*, & \|u^*\| > u_{\max} \end{cases}$$

Αριθμητικό Παράδειγμα

Θεωρούμε:

$$q = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad t = 2$$

Υπολογισμός gradients

$$\nabla U_{att} = \begin{bmatrix} -7 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Όλα τα εμπόδια έχουν:

$$\|q - q_o\| = \sqrt{8}, \qquad d = \sqrt{8} - 1 \approx 1.83 \leq d_0$$

Συνολικό απωστικό gradient:

$$\nabla U_{rep}^{static} + \nabla U_{rep}^{dyn} \approx \begin{bmatrix} 0.63 \\ -0.27 \end{bmatrix}$$

Συνολικό gradient

$$\nabla U(q,t) \approx \begin{bmatrix} -6.37 \\ -0.27 \end{bmatrix}$$

Μη-κορεσμένος έλεγχος

$$u^* = -\nabla U \approx \begin{bmatrix} 6.37 \\ 0.27 \end{bmatrix}$$

Έλεγχος μετά κορεσμού

$$u \approx \begin{bmatrix} 2 \\ 0.09 \end{bmatrix}$$

Τελική ταχύτητα με άνεμο

$$\dot{q} = u + w = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 0.09 \end{bmatrix}$$

Σχόλιο

Το κινούμενο UAV σπάει τη συμμετρία του πεδίου και μειώνει την πιθανότητα εμφάνισης τοπικών ελαχίστων. Ο κορεσμός περιορίζει το μέτρο της ταχύτητας χωρίς να αλλοιώνει σημαντικά τη διεύθυνση, ενώ ο άνεμος εισάγει σταθερή μετατόπιση στην κίνηση.