

Αυτόνομα Κινούμενα Ρομπότ

Αριθμητικό Παράδειγμα EKF-SLAM

Σε αυτό το παράδειγμα εξετάζουμε ένα απλό EKF-SLAM σενάριο με ρομπότ τύπου unicycle, ένα landmark και αισθητήρα range-bearing. Παρουσιάζουμε ένα πλήρες βήμα πρόβλεψης και διόρθωσης.

Αρχικές συνθήκες

$$\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_0 = \text{diag}(0.1, 0.1, 0.01, 0.5, 0.5)$$

Prediction

Unicycle μοντέλο:

$$v = 1, \quad \omega = 0.1, \quad \Delta t = 1$$

$$\hat{x}_{1|0} = 1, \quad \hat{y}_{1|0} = 0, \quad \hat{\theta}_{1|0} = 0.1$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{1|0} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0.1 \\ 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Αναμενόμενη μέτρηση

$$\Delta x = 4, \quad \Delta y = 5$$

$$r = \sqrt{41} = 6.40, \quad \phi = \text{atan2}(5, 4) - 0.1 = 0.796$$

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} 6.50 \\ 0.85 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0.10 \\ 0.054 \end{bmatrix}$$

Jacobian

$$\mathbf{H}_{x_R} = \begin{bmatrix} -0.625 & -0.781 & 0 \\ 0.122 & -0.098 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} 0.625 & 0.781 \\ -0.122 & 0.098 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} -0.625 & -0.781 & 0 & 0.625 & 0.781 \\ 0.122 & -0.098 & -1 & -0.122 & 0.098 \end{bmatrix}$$

Update

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 \\ 0 & 0.02 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} \approx \begin{bmatrix} 1.18 & -0.012 \\ -0.012 & 1.03 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} \approx \begin{bmatrix} -0.52 & 0.12 \\ -0.65 & -0.10 \\ 0.01 & -0.98 \\ 0.51 & -0.12 \\ 0.65 & 0.10 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}\mathbf{y} = \begin{bmatrix} -0.044 \\ -0.074 \\ -0.053 \\ 0.041 \\ 0.054 \end{bmatrix}$$

Τελική Εκτίμηση

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0.956 \\ -0.074 \\ 0.047 \\ 5.041 \\ 5.054 \end{bmatrix}$$

Συμπεράσματα:

- Η θέση του ρομπότ διορθώθηκε ελαφρώς.
- Η γωνία διορθώθηκε από 0.1 σε 0.047 rad.
- Το landmark μετακινήθηκε λίγο ώστε να ταιριάζει με τη μέτρηση.
- Η αβεβαιότητα μειώνεται (covariance update).

Σχόλιο

Το συγκεκριμένο παράδειγμα EKF-SLAM δείχνει ξεκάθαρα τον τρόπο με τον οποίο το φίλτρο συνδυάζει το μοντέλο κίνησης και τη μέτρηση του αισθητήρα. Η πρόβλεψη (prediction) μετακινεί το ρομπότ σύμφωνα με τα κινηματικά του και αυξάνει την αβεβαιότητα, ενώ η μέτρηση προσφέρει πληροφορία που διορθώνει τόσο τη θέση του ρομπότ όσο και τη θέση του landmark. Το *innovation* προκύπτει ως η διαφορά της πραγματικής μέτρησης από την αναμενόμενη, και

αντιπροσωπεύει το πόσο «λάθος» ήταν η τρέχουσα εκτίμηση. Μικρό innovation σημαίνει συνέπεια μεταξύ μοντέλου και αισθητήρα, ενώ μεγαλύτερο innovation οδηγεί σε ισχυρότερη διόρθωση μέσω του Kalman gain. Με αυτόν τον τρόπο, το SLAM παράγει μια συνεκτική και στατιστικά βέλτιστη εκτίμηση τόσο για τη θέση του ρομπότ όσο και για τον χάρτη του περιβάλλοντος.