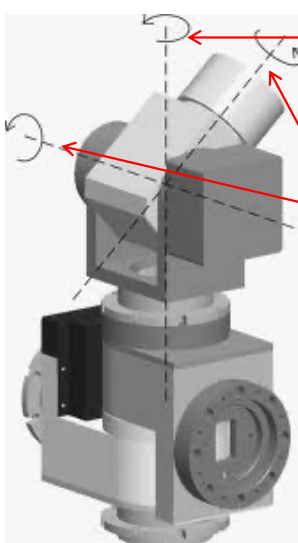


- Υλοποιεί τις τρεις απαραίτητες στροφές - βαθμούς ελευθερίας που απαιτούνται προκειμένου το χειριζόμενο στερεό σώμα να μπορεί να προσανατολισθεί αυθαίρετα στον χώρο.
- Πρόβλημα: Ο μηχανολογικός σχεδιασμός : Πως διατάσσονται τρεις αρθρώσεις και τρεις κινητήρες σε ένα όσο γίνεται μικρότερο χώρο.



Μια ευρέως διαδεδομένη λύση : Σφαιρικός καρπός (spherical wrist)



1η Περιστροφή - (Yaw)

Περιστρέφεται ολόκληρος ο καρπός

2η Περιστροφή - (Pitch or Bend)

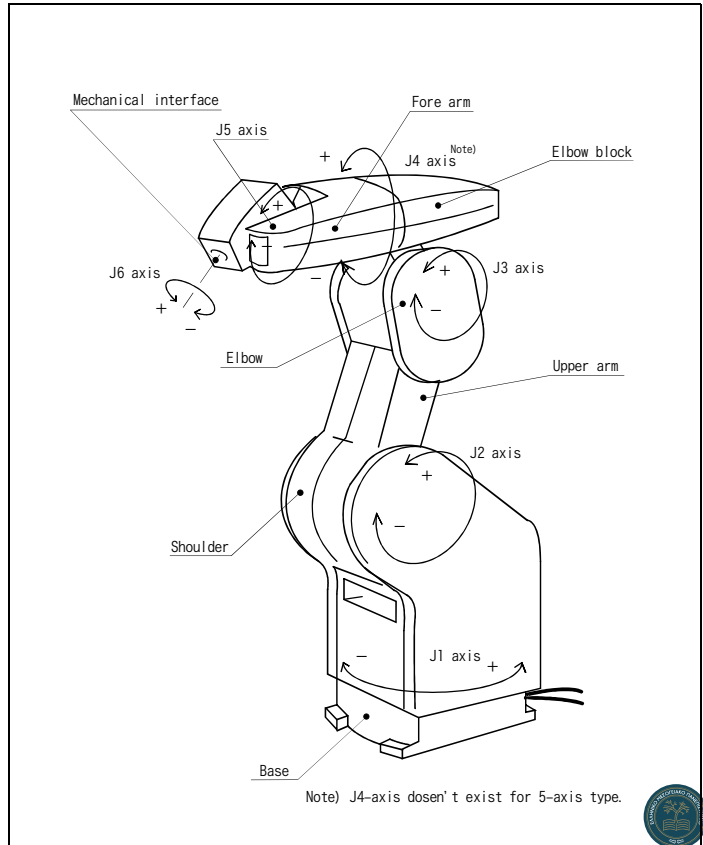
Ο καρπός «σπάει».

3η Περιστροφή - (Roll)

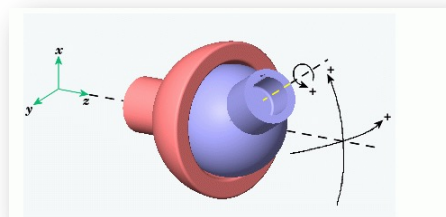
Η περιστροφή του τελικού εργαλείου μεταφέρεται με την βοήθεια ζεύγους κωνικών γραναζιών



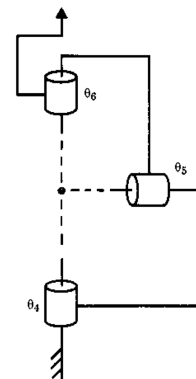
Ο Βραχίονας RV2A με το σφαιρικό του καρπό



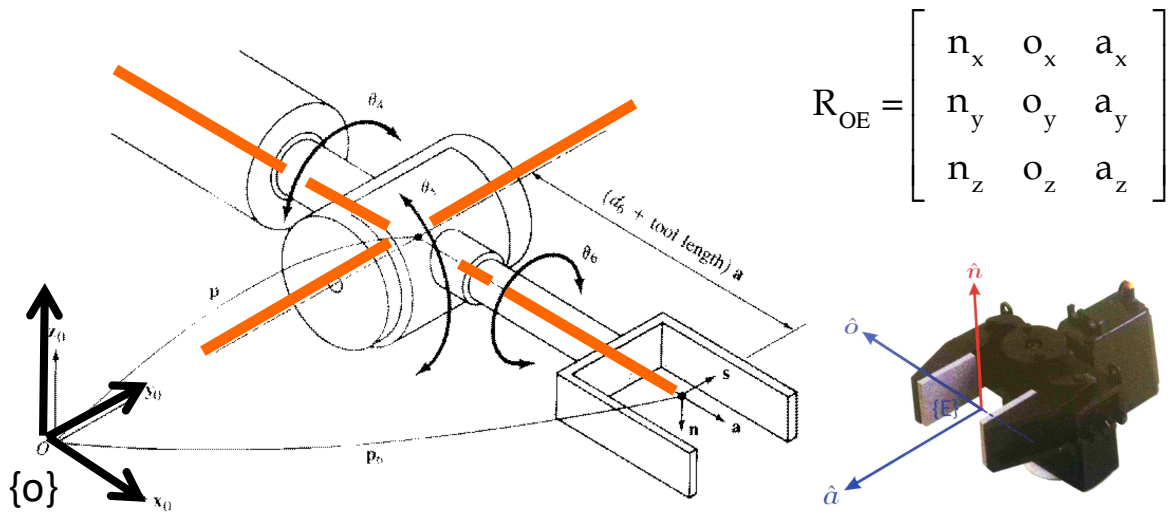
Σφαιρικός καρπός



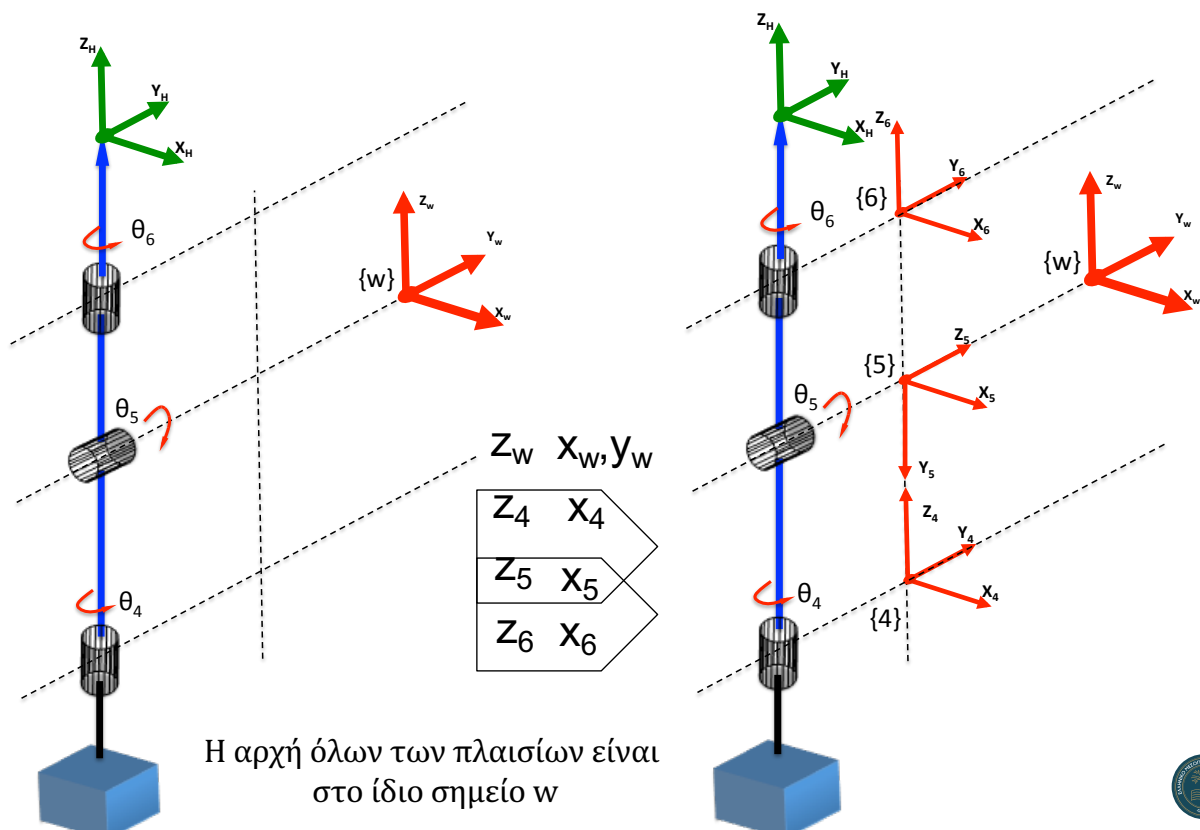
Γωνίες ZYZ Euler



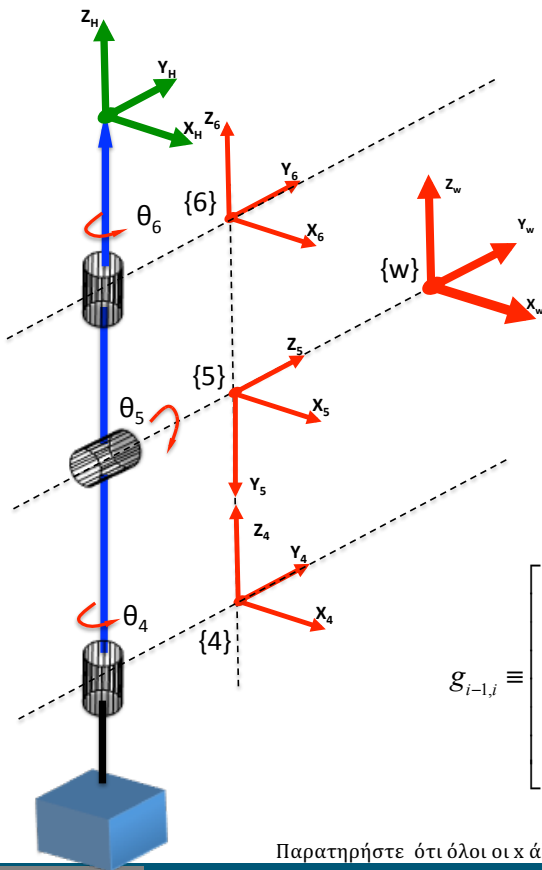
Τυπικός σφαιρικός καρπός βιομηχανικού ρομπότ



Βήμα 1^ο: Τοποθέτηση πλαισίων στους συνδέσμους



Βήμα 1^ο: Εύρεση παραμέτρων D-H (κατά Craig)



Παράμετροι σφαιρικού καρπού

	i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	ϑ_i
$\{w\} \rightarrow \{4\}$	4	0	0	0	ϑ_4
$\{4\} \rightarrow \{5\}$	5	0	-90°	0	ϑ_5
$\{5\} \rightarrow \{6\}$	6	0	$+90^\circ$	0	ϑ_6

$$g_{i-1,i} \equiv \begin{bmatrix} c_i & -s_i & 0 & 0 \\ s_i(c_{\alpha_{i-1}}) & c_i(c_{\alpha_{i-1}}) & -(s_{\alpha_{i-1}}) & 0 \\ s_i(s_{\alpha_{i-1}}) & c_i(s_{\alpha_{i-1}}) & (c_{\alpha_{i-1}}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ if } \alpha_{i-1} = 0, \text{ and } d_i = 0$$

Παρατηρήστε ότι όλοι οι x άξονες είναι παράλληλοι, δηλαδή το ρομπότ βρίσκεται στην θέση 0



Βήμα 2^ο: Υπολογισμός Ομογενών Μετασχηματισμών και επίλυση ευθύ κινηματικού προβλήματος

$$g_{w4} = \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & 0 \\ s_4 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad g_{45} = \begin{bmatrix} c_5 & -s_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_5 & -c_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad g_{56} = \begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

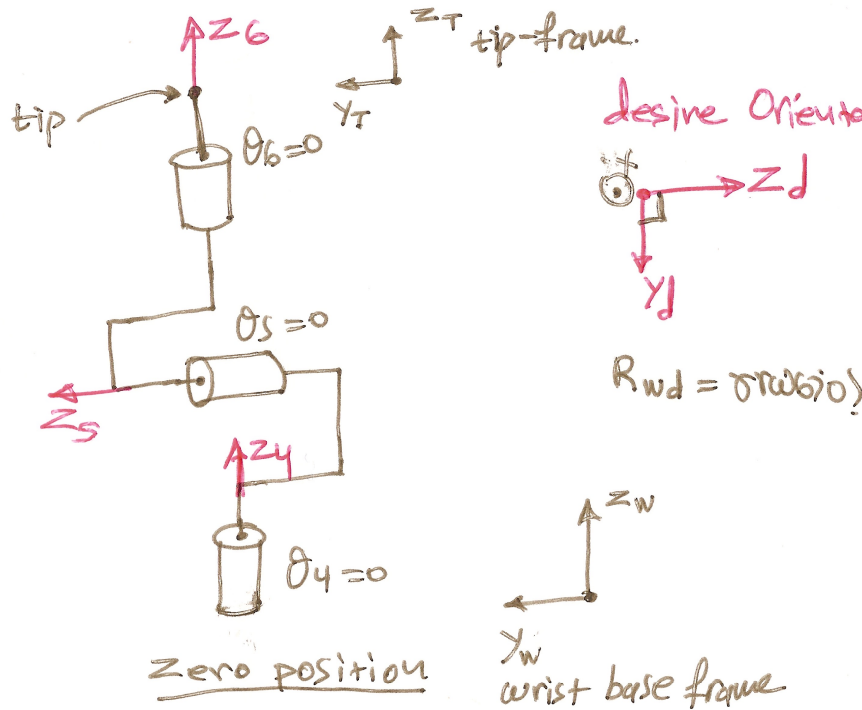
$$g_{w4}g_{45}g_{56} = \begin{bmatrix} c_4c_5c_6 - s_4s_6 & -c_4c_5s_6 - s_4c_6 & c_4s_5 & 0 \\ s_4c_5c_6 + c_4s_6 & -s_4c_5s_6 + c_4c_6 & s_4s_5 & 0 \\ -s_5c_6 & s_5s_6 & c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} \text{Αν θέσω } \theta_4 = \alpha, \theta_5 = \beta, \theta_6 = \gamma \\ \text{Τι μου θυμίζει ο πίνακας στροφής ???} \end{matrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta c_\gamma - s_\alpha s_\gamma & -c_\alpha c_\beta s_\gamma - s_\alpha c_\gamma & c_\alpha s_\beta & 0 \\ s_\alpha c_\beta c_\gamma + c_\alpha s_\gamma & -s_\alpha c_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma & s_\alpha s_\beta & 0 \\ -s_\beta c_\gamma & s_\beta s_\gamma & c_\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \leftarrow \begin{matrix} \text{Ισοδυναμεί με τον πίνακα στροφής για} \\ \text{γωνίες Euler ZYZ} \\ \text{Euler}_{ZYZ}(\alpha, \beta, \gamma) \end{matrix}$$

Δηλαδή, ο προσανατολισμός του καρπού, ως προς το πλαίσιο του καρπού, καθορίζεται από τις γωνίες $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ οι οποίες μπορούν να αντιστοιχηθούν στις γωνίες ZYZ-EULER.

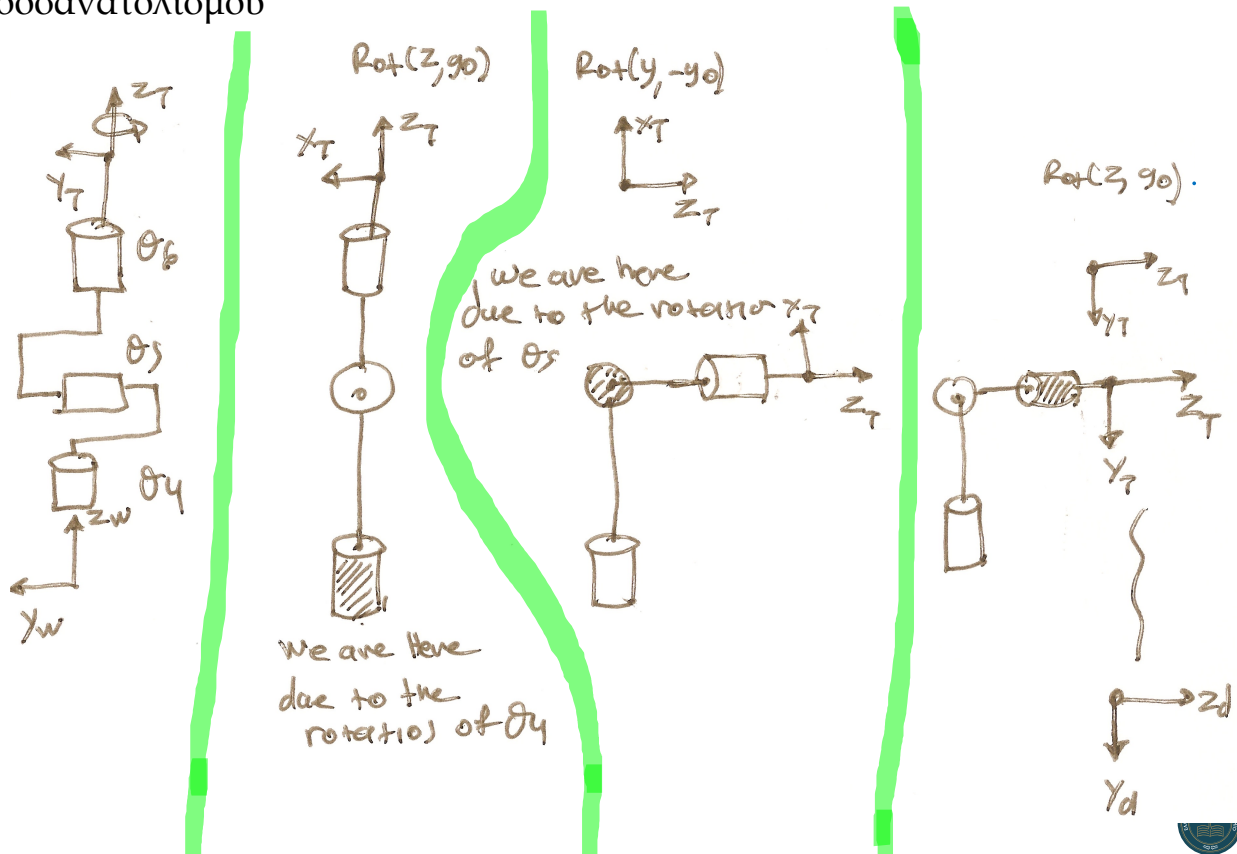
Αν είναι γνωστός ο επιθυμητός πίνακας στροφής μπορώ να βρω εύκολα τις γωνίες Euler και κατά συνέπεια να τις θέσω ως γωνίες $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ στον καρπό του ρομπότ.





Οι γωνίες ZYZ που αντιστοιχούν στον επιθυμητό προσανατολισμό R_d ισοδυναμούν με την λύση του αντίστροφου κινηματικού προβλήματος για το σφαιρικό καρπό με γωνίες αρθρώσεων $\theta_4, \theta_5, \theta_6$.

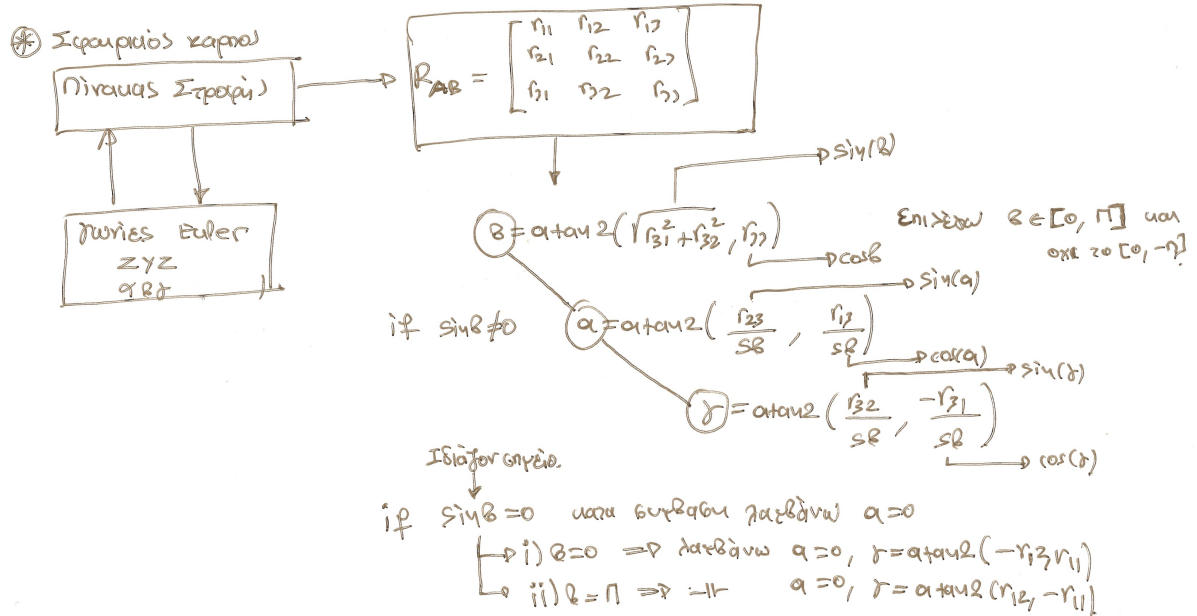
Διαδοχικές περιστροφές των αρθρώσεων για την προσέγγιση επιθυμητού προσανατολισμού



Πως υπολογίζονται οι $Z_\alpha Y_\beta Z_\gamma$ γωνίες Euler από τον πίνακα στροφής

$$\varphi = \alpha + \alpha \pi 2 \left(\frac{y}{r}, \frac{x}{r} \right) \quad \left. \begin{array}{l} \downarrow \quad \downarrow \\ x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{array} \right\} \varphi \in [-\pi, \pi]$$

#ZYZ Euler angles#

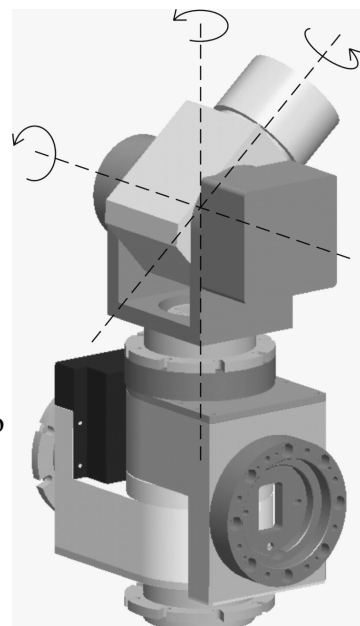


Το αντίστροφο κινηματικό πρόβλημα για το σφαιρικό καρπό

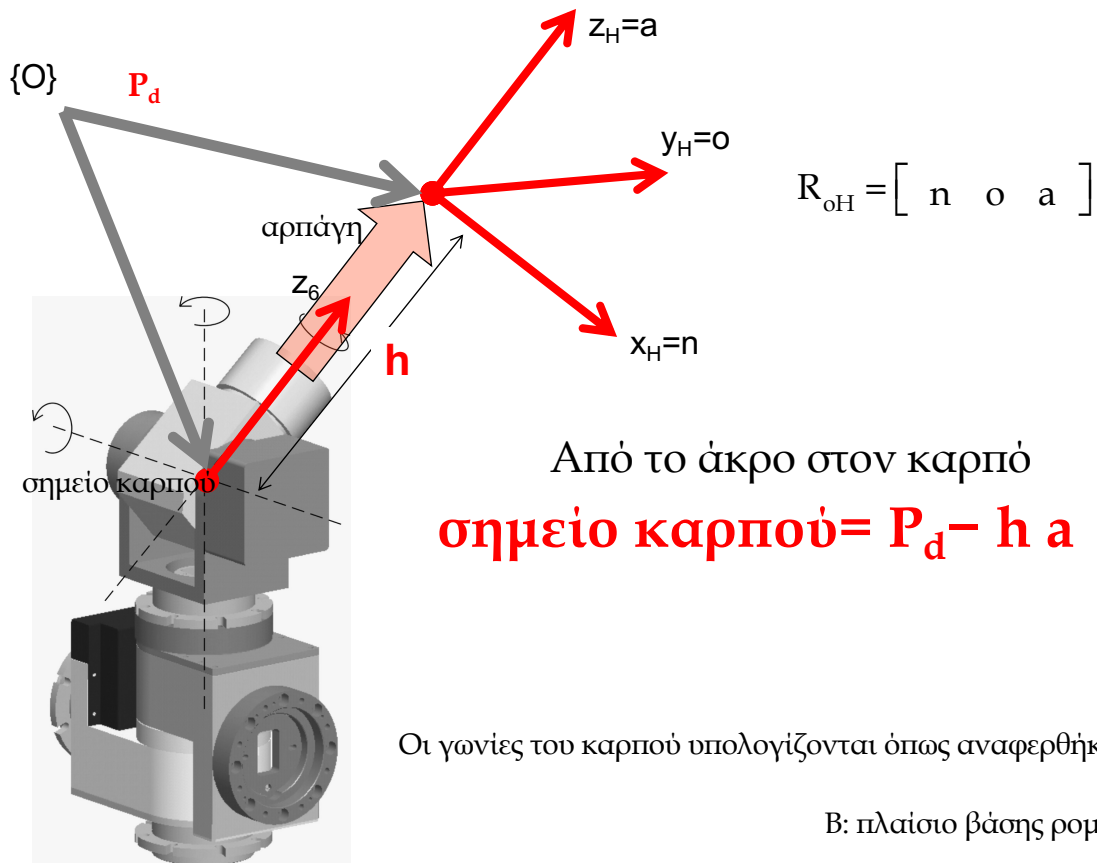
- ❑ Πολλά ρομπότ βιομηχανικού τύπου 6 βαθμών ελευθερίας έχουν ενσωματωμένο τον σφαιρικό καρπό στην κινηματική τους δομή.

- Η ιδιότητα των τριών τεμνόμενων αξόνων του καρπού μας επιτρέπει να χωρίσουμε το πρόβλημα των 6 άγνωστων μεταβλητών των αρθρώσεων σε δύο προβλήματα των 3 αγνώστων το καθένα που ονομάζονται **αντίστροφο κινηματικό πρόβλημα θέσης** και **αντίστροφο κινηματικό πρόβλημα προσανατολισμού**.

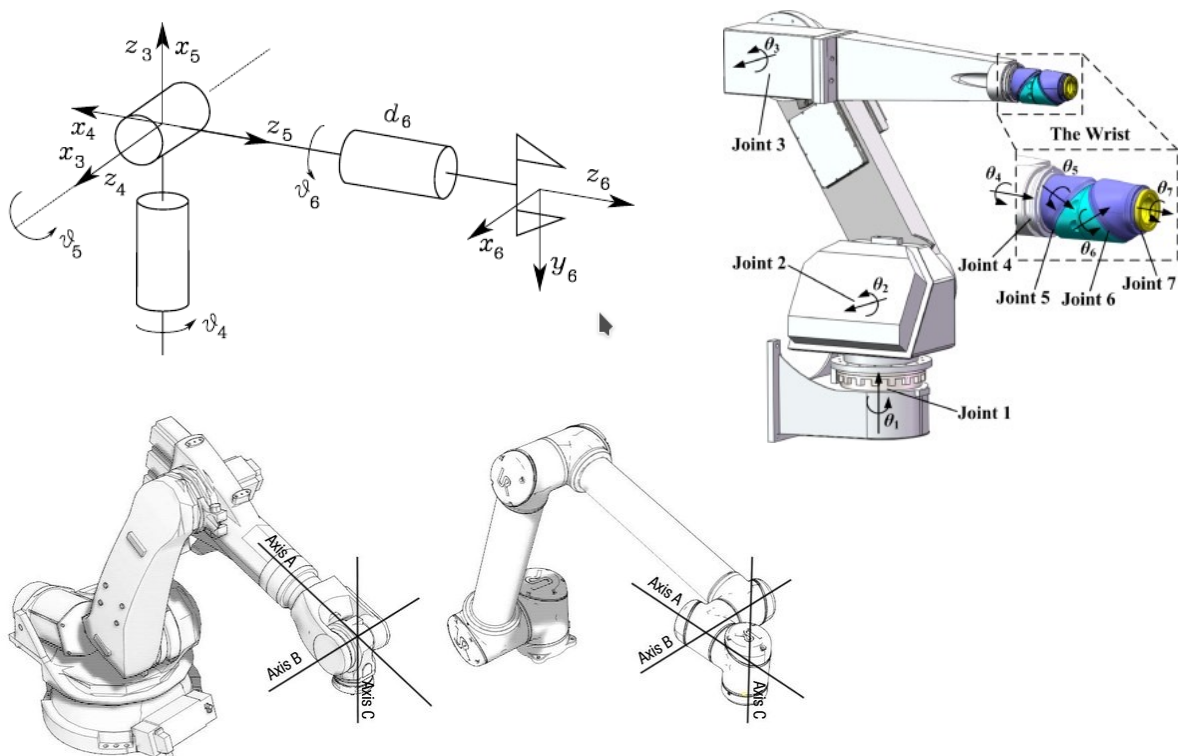
- ❑ Ακολουθεί ο υπολογισμός των αντίστοιχων συντεταγμένων του καρπού από τις επιθυμητές συντεταγμένες του άκρου όταν
- ❑ γνωρίζουμε τον επιθυμητό προσανατολισμό του άκρου

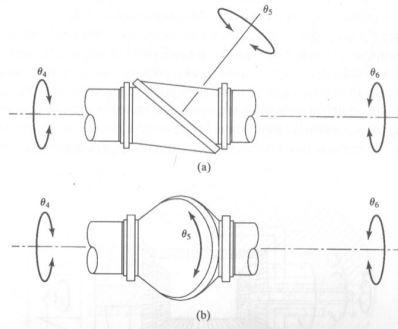


Συντεταγμένες του καρπού από τις επιθυμητές συντεταγμένες του άκρου



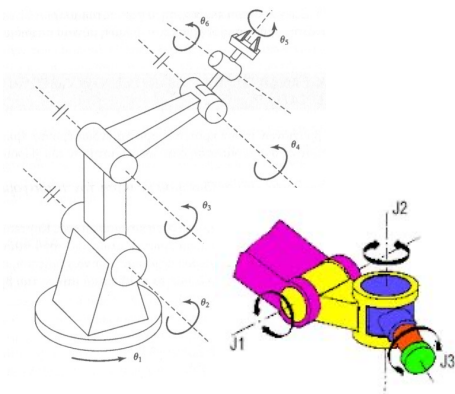
Άλλες λύσεις αντί του σφαιρικού καρπού





Ο λεγόμενος «καρπός Cincinatti - Milarcon»

Πρόκειται για παρόμοιο σχεδιασμό με τον σφαιρικό καρπό κατά το ότι οι τρεις άξονες περιστροφής τέμνονται - άρα το αντίστροφο κινηματικό πρόβλημα έχει λύση «κλειστού τύπου». Η διαφορά έγκειται στο ότι δεν είναι κάθετοι μεταξύ τους, πράγμα που επιτρέπει στον δεύτερο απεριόριστη περιστροφή.



Ο καρπός του διπλανού σχήματος έχει το χαρακτηριστικό ότι ο άξονας της «πρώτης» του περιστροφής είναι παράλληλος με τους άξονες των δύο «προηγούμενων» περιστροφών σε βραχίονα αρθρωτής μορφής. Και στην περίπτωση αυτή το αντίστροφο κινηματικό πρόβλημα έχει λύση «κλειστού τύπου».

