Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

Δρ. Φασουλάς Ιωάννης

jfasoulas@hmu.gr

Ρομποτική Ι

«Ευθεία Κινηματική Ανάλυση Ρομποτικών Βραχιόνων»

Εργαστήριο Συστημάτων Ελέγχου & Ρομποτικής

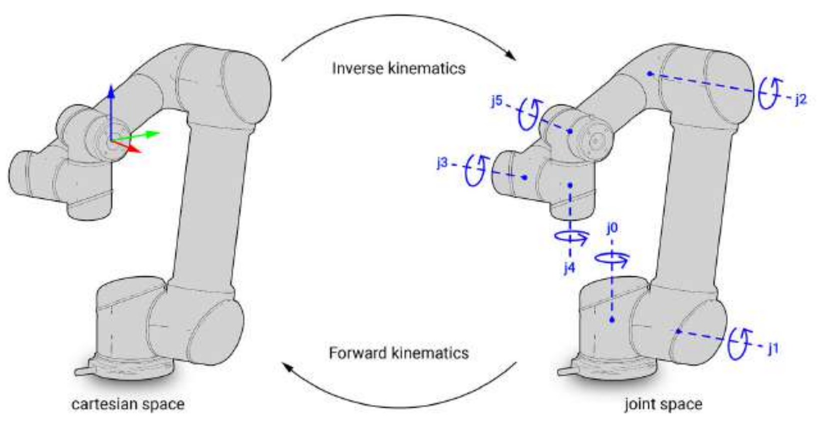
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Σχολή Μηχανικών

Ηράκλειο Κρήτης, Ελλάς

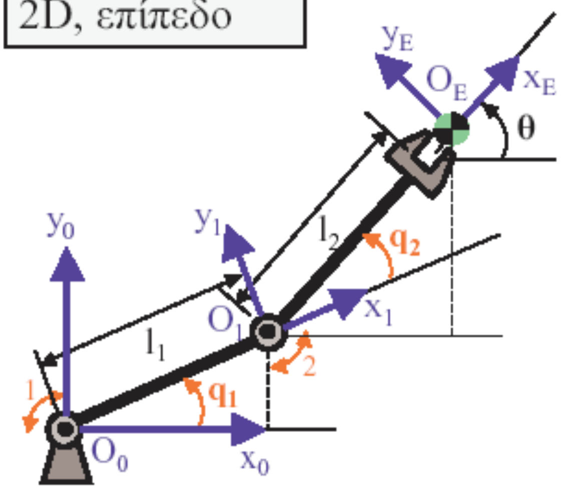
Κινηματική ανάλυση ρομποτικών βραχιόνων

- Περιγραφή της διάταξης του ρομπότ στον χώρο
- Ευθεία κινηματική ανάλυση
  - Ποια είναι η θέση και ο προσανατολισμός του άκρου (εργαλείου, αρπάγης) όταν ξέρω τις γωνίες των αρθρώσεων;
- Αντίστροφη κινηματική ανάλυση.
  - Ποιες γωνίες αρθρώσεων επιτυγχάνουν μία επιθυμητή θέση και ένα επιθυμητό προσανατολισμό του άκρου;



Ορθή κινηματική ανάλυση: Παράδειγμα (1)

2 βαθμοί ελευθ.
2D, επίπεδο



<u>Κινηματική μοντέλο:</u>

(2 ανεξ. μεταβλητές: q_1 και q_2)

Θέση : $\underline{\mathbf{p}}_E = [(p_E)_x, (p_E)_y]^T$

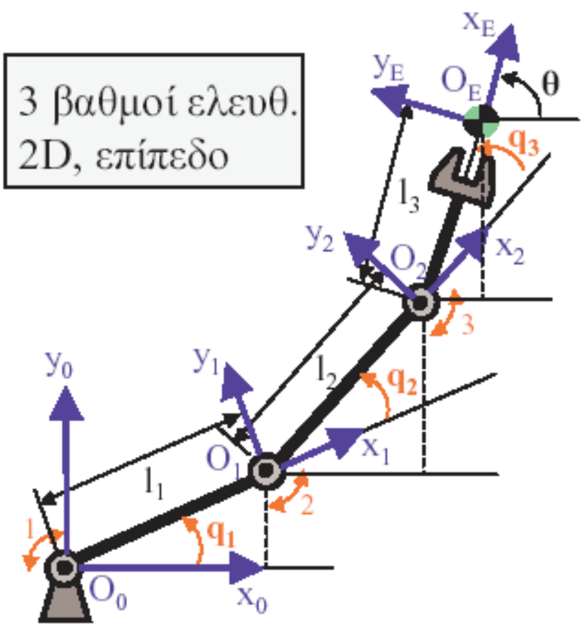
Προσανατολισμός : θ

(ως προς q_1 και q_2)

$$(p_E)_x = l_1 \cdot \cos(q_1) + l_2 \cdot \cos(q_1 + q_2)$$
$$(p_E)_y = l_1 \cdot \sin(q_1) + l_2 \cdot \sin(q_1 + q_2)$$
$$\theta = q_1 + q_2$$

Ορθή κινηματική ανάλυση: Παράδειγμα (2)

3 βαθμοί ελευθ.
2D, επίπεδο



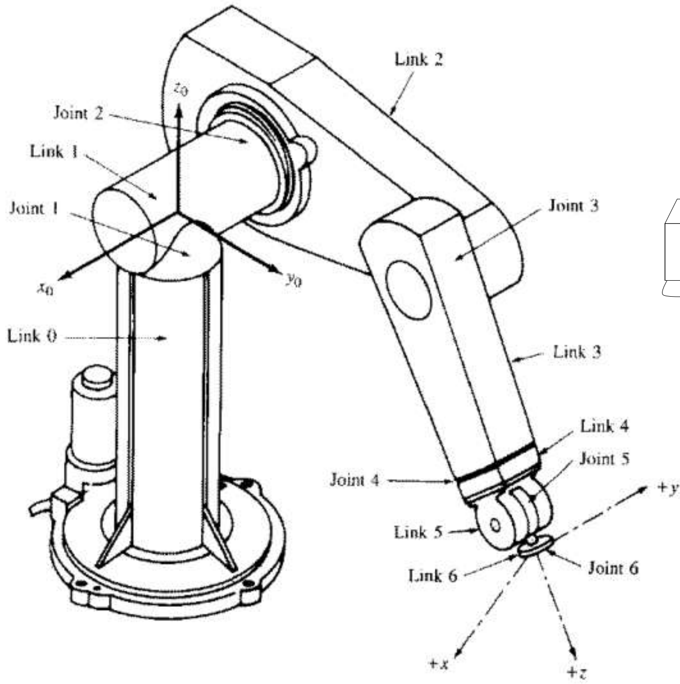
Κινηματική μοντέλο:

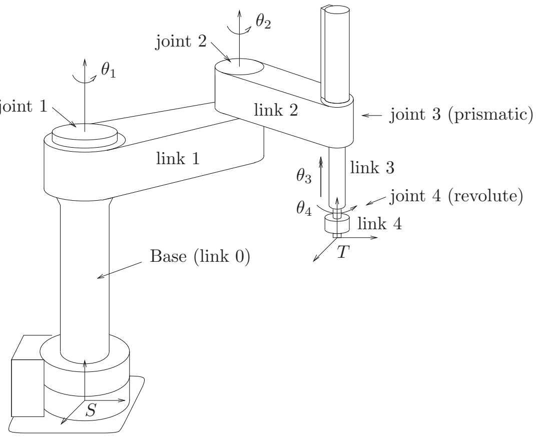
$$(p_E)_x = l_1 \cdot c_1 + l_2 \cdot c_{12} + l_3 \cdot c_{123}$$
$$(p_E)_y = l_1 \cdot s_1 + l_2 \cdot s_{12} + l_3 \cdot s_{123}$$
$$\theta = q_1 + q_2 + q_3$$

όπου :

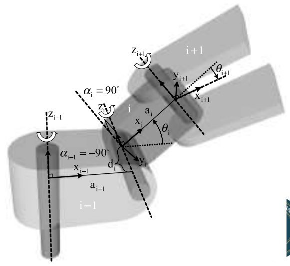
c1 = $\cos(q_1)$
c12 = $\cos(q_1 + q_2)$
c123 = $\cos(q_1 + q_2 + q_3)$
s1 = $\sin(q_1)$
s12 = $\sin(q_1 + q_2)$
s123 = $\sin(q_1 + q_2 + q_3)$

Σχέση συνδέσμων και αρθρώσεων ρομποτικών μηχανισμών

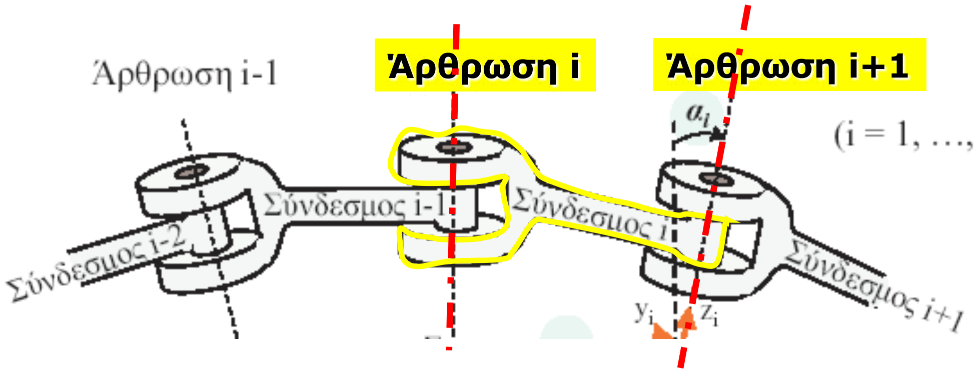




wrl frames



Μαθηματική μοντελοποίηση συνδέσων



Σύνδεσμος :Θεωρείται ένα σώμα που συνδέει δύο γειτονικές αρθρώσεις

Βασική αρχή (ιδέα): Να βρούμε <u>παραμέτρους</u> που να περιγράφουν τον σύνδεσμο αλλά και πώς αυτός τοποθετείται στο χώρο αναφορικά με τους γειτονικούς του

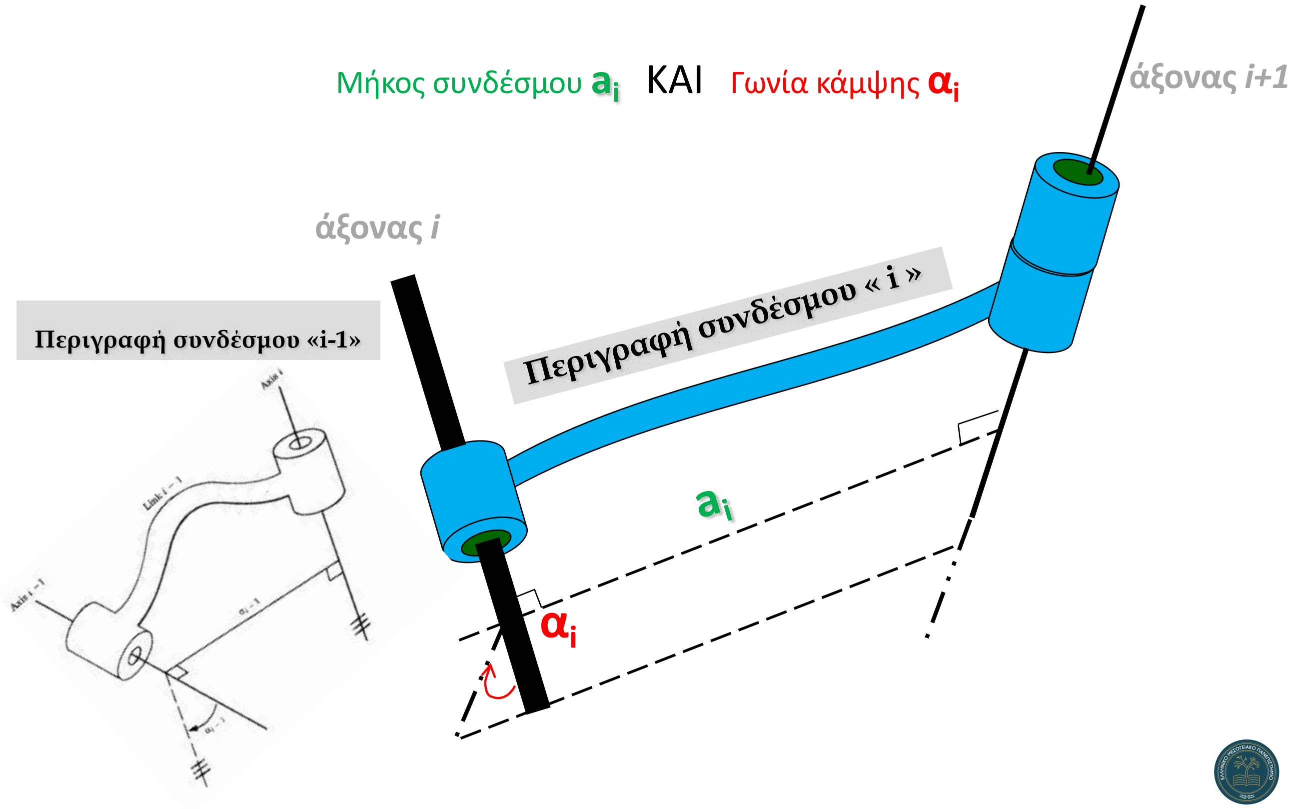
Ένας σύνδεσμος μπορεί να οριστεί κινηματικά από την σχετική θέση των 2 αξόνων που περιγράφουν τις γειτονικές αρθρώσεις

Μήκος συνδέσμου $\mathbf{a_i}$ Γωνία κάμψης $\boldsymbol{\alpha_i}$

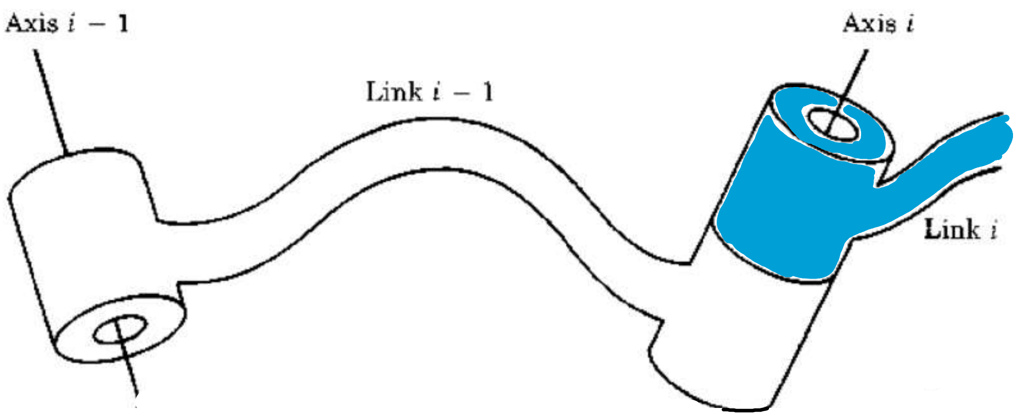
Παράμετροι που καθορίζονται αποκλειστικά από την γεωμετρία του συνδέσμου

Περιγραφή συνδέσμου «i»

Ο σύνδεσμος i συνδέει τους άξονες των αρθρώσεων i και i+1



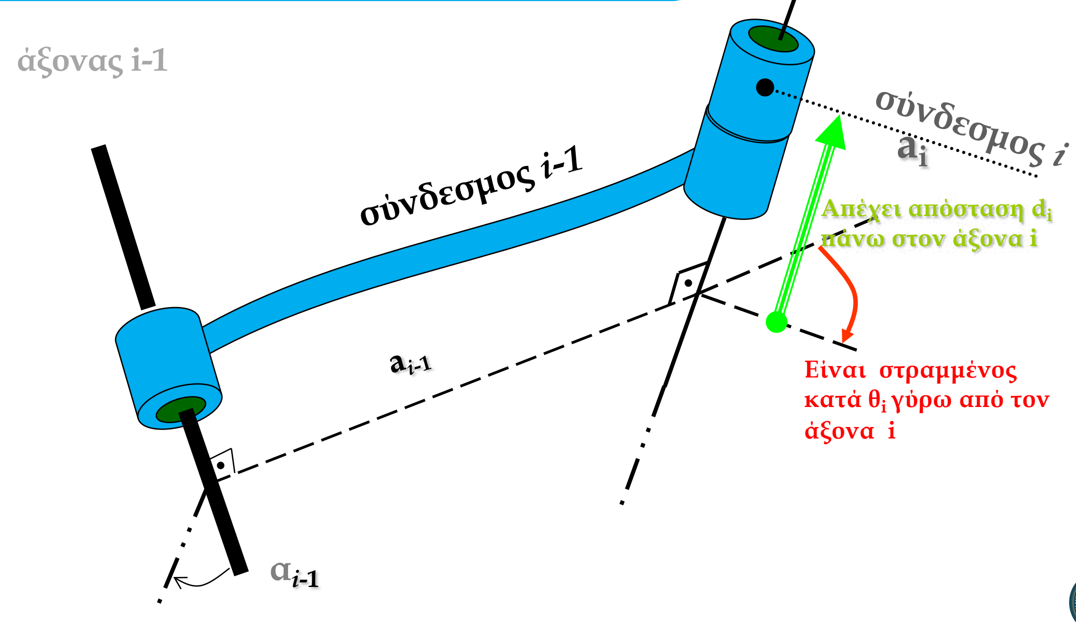
Σχετική μετατόπιση και προσανατολισμός του συνδέσμου «i» ως προς τον «i-1»



Σχετική θέση συνδέσμου «i» από τον προηγούμενο του «i-1»

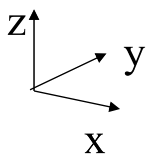
Απομάκρυνση d_i και γωνία άρθρωσης θ_i

λαμβάνουν αλγεβρικές τιμές



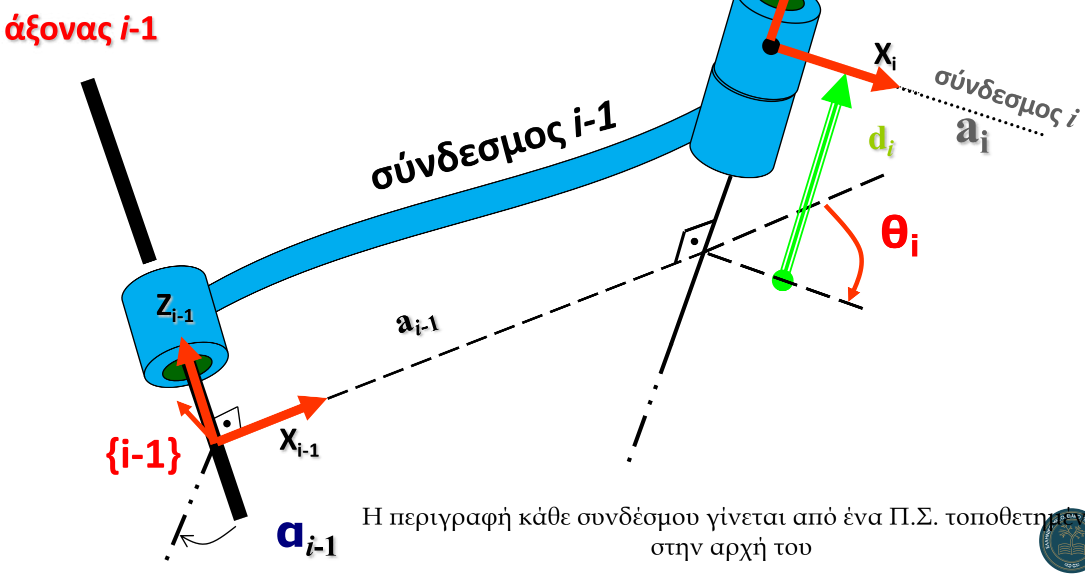
Τοποθέτηση πλαισίων στους συνδέσμους

Δεξιόστροφα
Πλαίσια Συντεταγμένων



d_i = απόσταση του X_i από τον X_{i-1} σε κατά μήκος του Z_i

θ_i = γωνία του X_i από τον X_{i-1} γύρω από τον Z_i



Η περιγραφή κάθε συνδέσμου γίνεται από ένα Π.Σ. τοποθετημένο στην αρχή του

Τοποθέτηση πλαισίων στο σύνδεσμο της βάσης και του άκρου του ρομπότ

Τοποθέτηση πλαισίου στο σύνδεσμο της σταθερής βάσης (Πλαίσιο βάσης {0}):

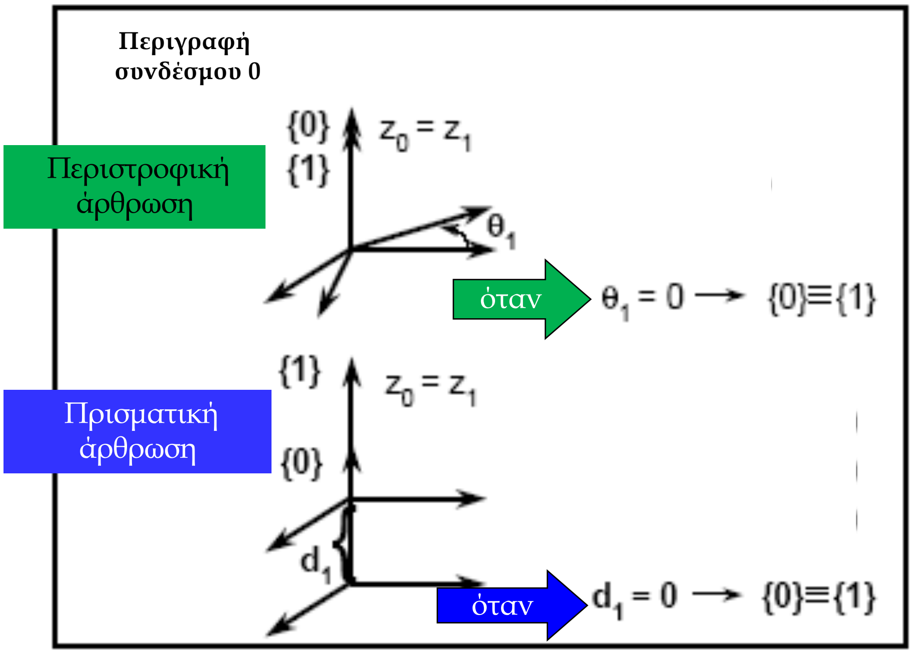
Όταν η μεταβλητή της άρθρωσης 1 είναι 0 το πλαίσιο βάσης **{0}** συμπίπτει με το πλαίσιο **{1}** του πρώτου συνδέσμου

Τοποθέτηση πλαισίου στον τελευταίο σύνδεσμο

Όταν η μεταβλητή της άρθρωσης n είναι 0 ο x_n στο πλαίσιο **{n}** συμπίπτει με τον x_{n-1} του πλαισίου **{n-1}**

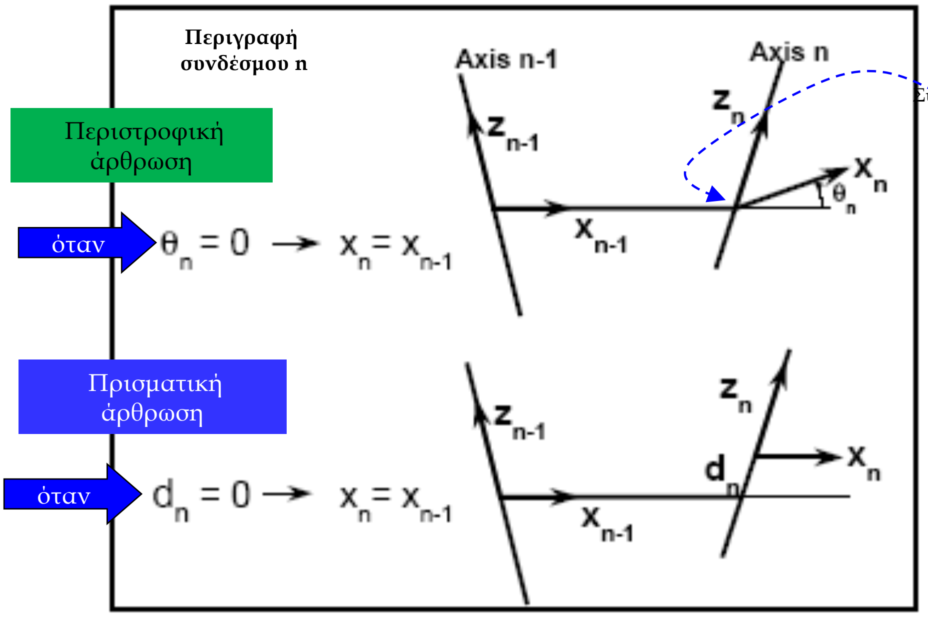
Τοποθέτηση πλαισίου στο σύνδεσμο της σταθερής βάσης (Πλαίσιο βάσης {0})

Όταν η μεταβλητή της άρθρωσης 1 είναι 0 το πλαίσιο βάσης **{0}** συμπίπτει με το πλαίσιο **{1}** του πρώτου συνδέσμου



Τοποθέτηση πλαισίου στον τελευταίο σύνδεσμο {n}

Όταν η μεταβλητή της άρθρωσης n είναι 0 ο x_n στο πλαίσιο **{n}** συμπίπτει με τον x_{n-1} του πλαισίου **{n-1}**



Αρχή του {n} στην Σύμβολή της κοινής καθέτου και του άξονα n

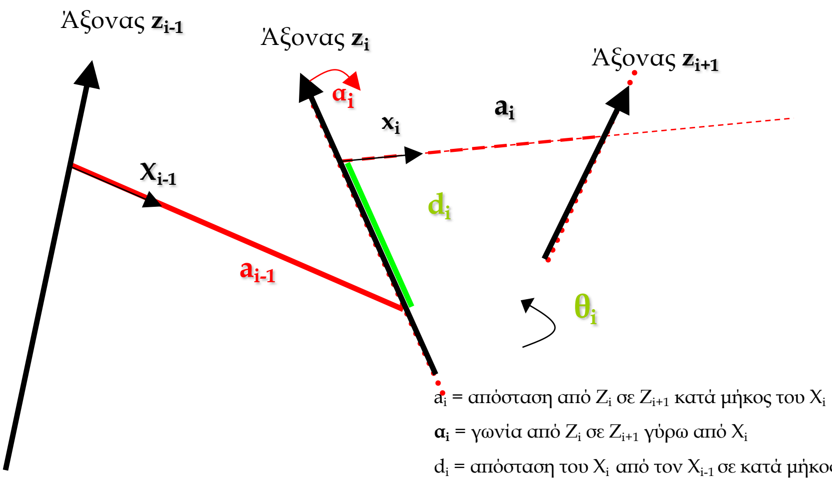
Σύνοψη

Ο Σύνδεσμος i και οι παράμετροι του

Μήκος συνδέσμου a_i Γωνία κάμψης α_i

Οι δύο πρώτοι παράμετροι του συνδέσμου " i " περιγράφουν την γεωμετρία του συνδέσμου και οι δύο επόμενοι την σχετική του τοποθέτηση από τον προηγούμενο σύνδεσμο " i-1 "

Απομάκρυνση d_i	Γωνία άρθρωσης θ_i
Μετρούνται πάνω, και γύρω από τον z_i	



a_i = απόσταση από Z_i σε Z_{i+1} κατά μήκος του X_i

α_i = γωνία από Z_i σε Z_{i+1} γύρω από X_i

d_i = απόσταση του X_i από τον X_{i-1} σε κατά μήκος του Z_i

θ_i = γωνία του X_i από τον X_{i-1} γύρω από τον Z_i

Παρατηρήσεις σχετικά με την τοποθέτηση των πλαισίων

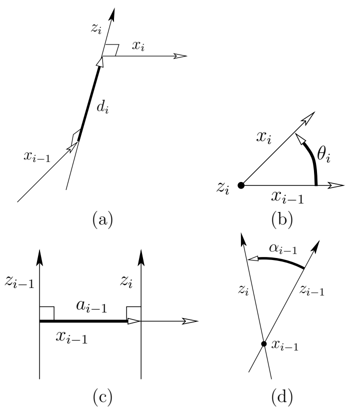
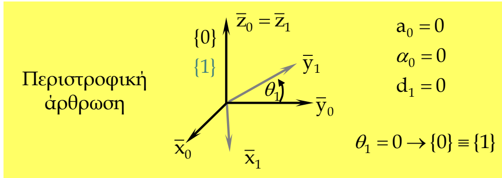
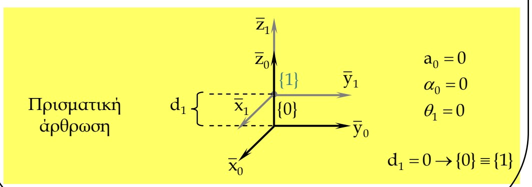


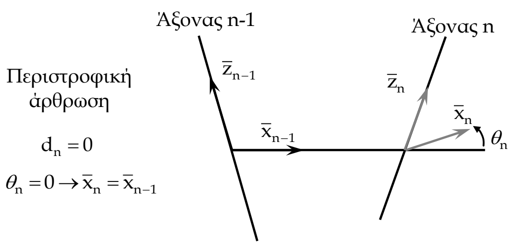
Figure 3.15: Definitions of the four DH parameters: d_i, θ_i, a_{i-1}, α_{i-1}. The z_i- and x_{i-1}-axes in (b) and (d), respectively, are pointing outward. Any parameter may be positive, zero, or negative.

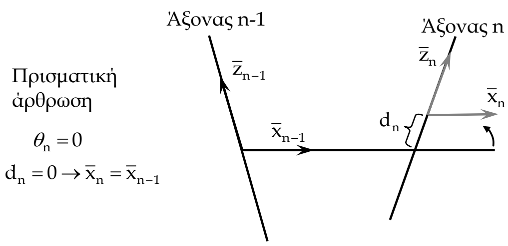
Τοποθέτηση πλαισίου στο σύνδεσμο της σταθερής βάσης (Πλαίσιο βάσης {0})





Παρατηρήσεις σχετικά με την τοποθέτηση των πλαισίων

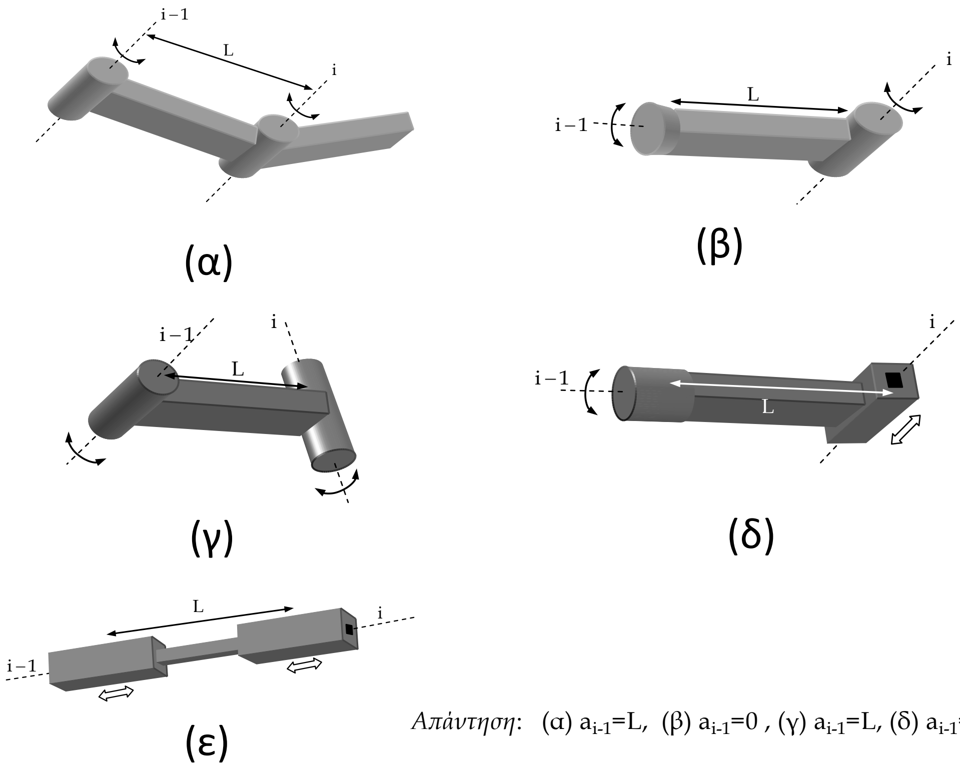




$$g_{i-1,i} = g_r(x,\alpha_{i-1})g_p(x,a_{i-1})g_r(z,\theta_i)g_p(z,d_i)$$

Παραδείγματα:

Να βρεθεί το μήκος του συνδέσμου a_{i-1} στους συνδέσμους του σχήματος



Απάντηση: (α) a_{i-1}=L, (β) a_{i-1}=0 , (γ) a_{i-1}=L, (δ) a_{i-1}=0, (ε) a_{i-1}=0

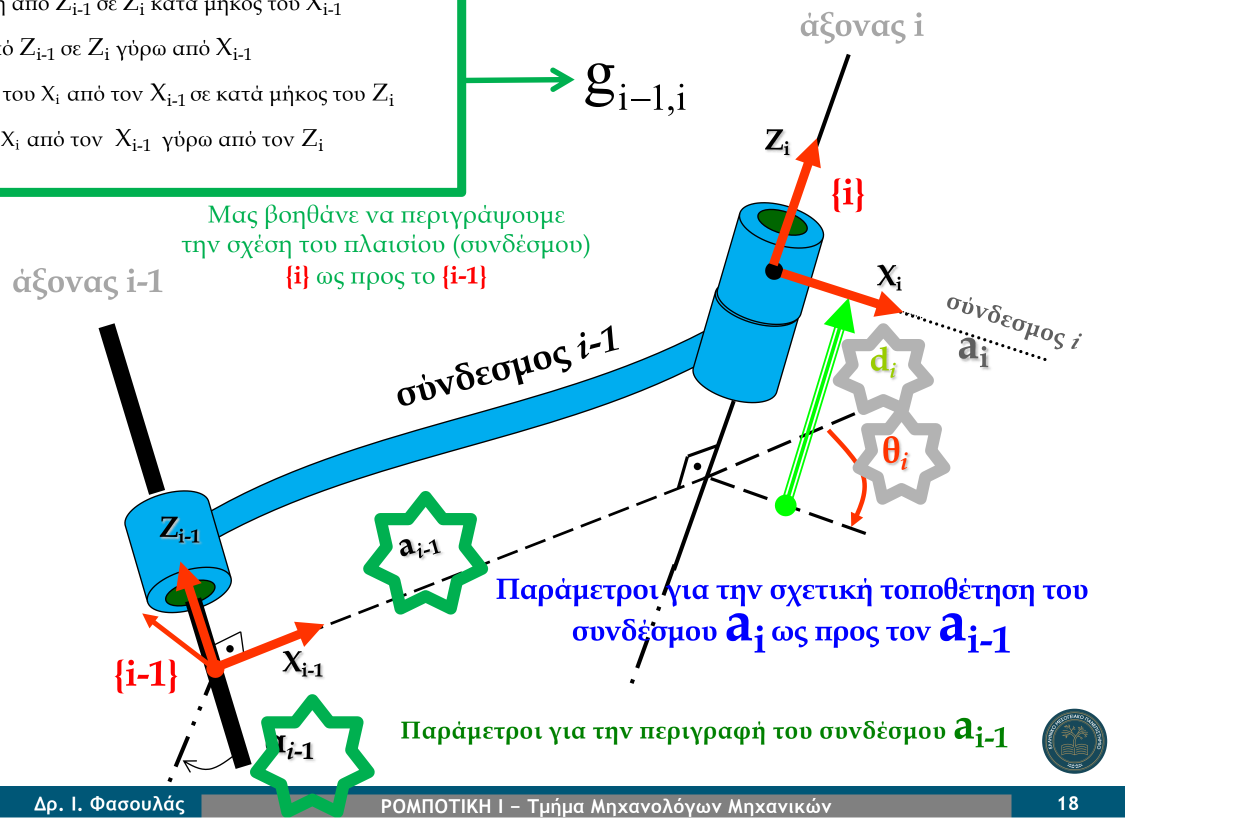
Από τα πλαίσια των συνδέσμων στις παραμέτρους D-H

a_{i-1} = απόσταση από Z_{i-1} σε Z_i κατά μήκος του X_{i-1}

α_{i-1} = γωνία από Z_{i-1} σε Z_i γύρω από X_{i-1}

d_i = απόσταση του X_i από τον X_{i-1} σε κατά μήκος του Z_i

θ_i = γωνία του X_i από τον X_{i-1} γύρω από τον Z_i



Μετασχηματισμός πλαισίων

$$\{i-1\} \rightarrow g_r(x_{i-1},\alpha_{i-1}) \rightarrow \{R\}$$

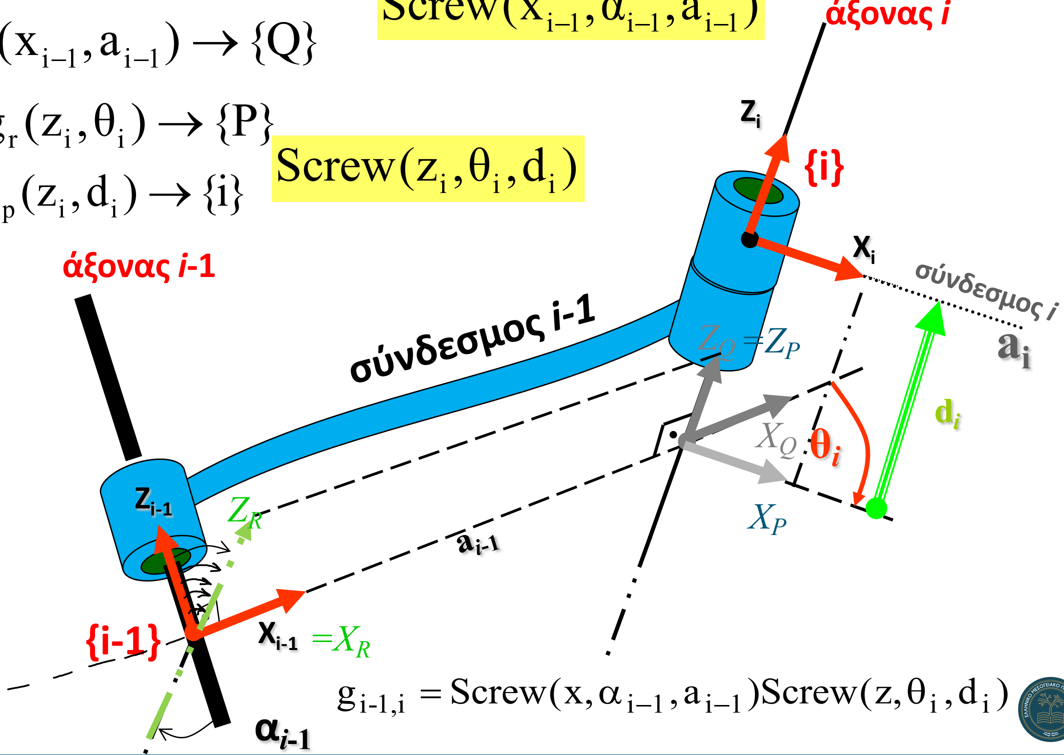
$$\{R\} \rightarrow g_p(x_{i-1},a_{i-1}) \rightarrow \{Q\}$$

$$\mathrm{Screw}(x_{i-1},\alpha_{i-1},a_{i-1})$$

$$\{Q\} \rightarrow g_r(z_i,\theta_i) \rightarrow \{P\}$$

$$\{P\} \rightarrow g_p(z_i,d_i) \rightarrow \{i\}$$

$$\mathrm{Screw}(z_i,\theta_i,d_i)$$



$$g_{i-1,i} = \mathrm{Screw}(x,\alpha_{i-1},a_{i-1})\mathrm{Screw}(z,\theta_i,d_i)$$

Ομογενής μετασχηματισμός συνδέσμου

$$g_{i-1,i} = \mathrm{Screw}(x_{i-1},\alpha_{i-1},a_{i-1})\cdot \mathrm{Screw}(z_i,\theta_i,d_i)$$
$$= \Big(g_r(x_{i-1},\alpha_{i-1})g_p(x_{i-1},a_{i-1})\Big)\Big(g_r(z_i,\theta_i)g_p(z_i,d_i)\Big)$$

$$g_{i-1,i} =$$
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ s\theta_i & c\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Κινηματικές εξισώσεις για την περιγραφή των πλαισίων (συνδέσμων) {i-1} και {i}

$$g_{i-1,i}=\begin{bmatrix} c_i & -s_i & 0 & a_{i-1} \\ s_i\left(c_{\alpha_{i-1}}\right) & c_i c_{\alpha_{i-1}} & -\left(s_{\alpha_{i-1}}\right) & -\left(s_{\alpha_{i-1}}\right)d_i \\ s_i\left(s_{\alpha_{i-1}}\right) & c_i\left(s_{\alpha_{i-1}}\right) & \left(c_{\alpha_{i-1}}\right) & \left(c_{\alpha_{i-1}}\right)d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=g_{i-1,i}(q_i)$$

Για περιστροφική άρθρωση

$$q_i \equiv \theta_i$$

Για πρισματική άρθρωση

$$q_i \equiv d_i$$

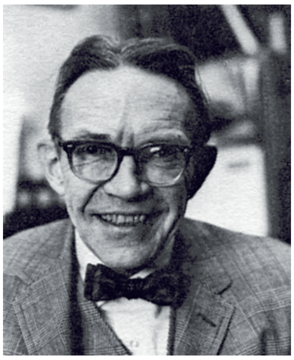
Παράμετροι που απαιτούνται για τον υπολογισμό του παραπάνω Ο.Μ.

$$a_{i-1} \qquad \alpha_{i-1} \qquad d_i \qquad \vartheta_i$$

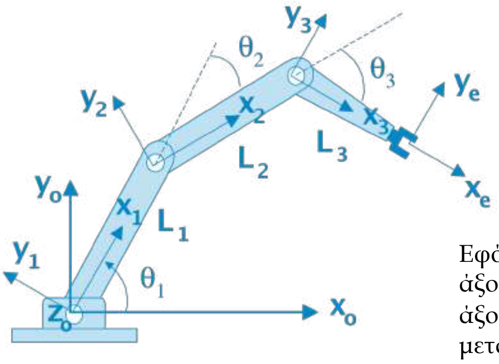
Η Λύση για το ευθύ κινηματικό πρόβλημα προκύπτει πολύ εύκολα από την παρακάτω σχέση ανάμεσα στους ΟΜ μεταξύ των συνδέσμων

$$g_{0n}(q_1,..,q_n)=g_{01}g_{12}\cdots g_{n-1,n}$$

Richard Hartenberg (1907–1997) was born in Chicago and studied for his degrees at the University of Wisconsin, Madison. He served in the merchant marine and studied aeronautics for two years at the University of Goettingen with space-flight pioneer Theodor von Karman. He was Professor of mechanical engineering at Northwestern University where he taught for 56 years. His research in kinematics led to a revival of interest in this field in the 1960s, and his efforts helped put kinematics on a scientific basis for use in computer applications in the analysis and design of complex mechanisms. His also wrote extensively on the history of mechanical engineering.



Παράδειγμα: Το ευθύ κινηματικό πρόβλημα για Επίπεδο βραχίονας 3 περιστροφικών αρθρώσεων



Το πλαίσιο κάθε συνδέσμου μπαίνει στην αρχή του

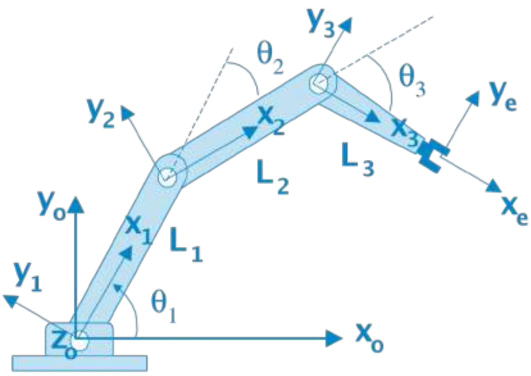
Το πλαίσιο {0} τοποθετείται σταθερά στην βάση έτσι ώστε να ταυτίζεται με το πλαίσιο {1} όταν η πρώτη μεταβλητή περιστροφής θ_1 είναι 0.

Εφόσον ο βραχίονας κείται σε ένα επίπεδο με όλους τους άξονες των αρθρώσεων παράλληλους και άρα και τους άξονες z_i οι σύνδεσμοι αποτελούν τις κοινές καθέτους μεταξύ τους και πάνω τους τοποθετούνται οι άξονες x.

Τα πλαίσια τοποθετημένα στον βραχίονα φαίνονται στο ίδιο σχήμα. Όλες οι αρθρώσεις είναι περιστροφικές και επομένως **όταν θα βρίσκονται στις 0 μοίρες όλοι οι x άξονες θα ευθυγραμμίζοντα**ι. Οι άξονες z είναι παράλληλοι και επομένως οι γωνίες κάμψης a_i είναι 0.

Η απομάκρυνση των συνδέσμων d_i είναι 0 εφόσον ο βραχίονας κείται σε ένα επίπεδο με τους άξονες z παράλληλους. Οι παράμετροι των συνδέσμων του βραχίονα δίνονται στο παρακάτω πίνακα.

Παράδειγμα: Το ευθύ κινηματικό πρόβλημα για Επίπεδο Βραχίονα 3 περιστροφικών αρθρώσεων

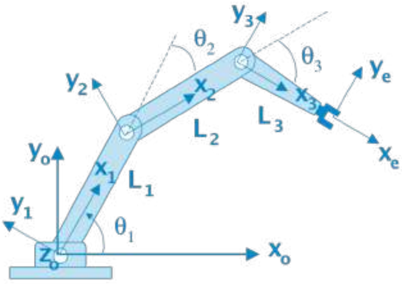


Στον πίνακα των παραμέτρων κάθε σειρά περιέχει όλες τις απαραίτητες παραμέτρους για την δημιουργία των ομογενών μετασχηματισμών μεταξύ των πλαισίων {i-1}, {i} των γειτονικών συνδέσμων.

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	ϑ_i
1	0	0	0	ϑ_1
2	0	L_1	0	ϑ_2
3	0	L_2	0	ϑ_3

$$g_{i-1,i} = g_r(x_{i-1},\alpha_{i-1})g_p(x_{i-1},a_{i-1})g_r(z_i,\theta_i)g_p(z_i,d_i)$$

$$g_{i-1,i} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = g_{i-1,i}(q_i)$$



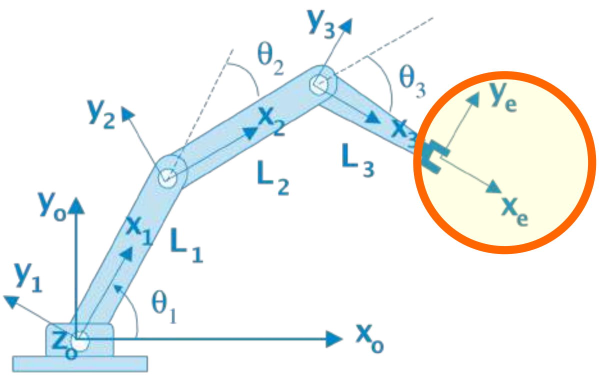
i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	ϑ_i
1	0	0	0	ϑ_1
2	0	L_1	0	ϑ_2
3	0	L_2	0	ϑ_3

$$g_{01} = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad g_{12} = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & L_1 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad g_{23} = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & L_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Από τους πίνακες μετασχηματισμών των συνδέσμων του επίπεδου βραχίονα και με την χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων του αθροίσματος γωνιών βρίσκουμε τον $\mathbf{g_{03}}$

$$g_{03} = g_{01}g_{12}g_{23} = \begin{bmatrix} c_{123} & -s_{123} & 0 & l_1c_1 + l_2c_{12} \\ s_{123} & c_{123} & 0 & l_1s_1 + l_2s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Τέλος αν θεωρήσουμε ένα σύστημα συντεταγμένων στο άκρο του βραχίονα και **με προσανατολισμό ίδιο με αυτόν του πλαισίου {3}** τότε ο πίνακας μετασχηματισμού του άκρου του βραχίονα Ε είναι



$$g_{3e} = \begin{bmatrix} & L_3 \\ [I_{3\times3}] & 0 \\ & 0 \\ 0_{1\times3} & 1 \end{bmatrix}$$

Ο σύνθετος μετασχηματισμός $\mathbf{g_{0e}=g_{03}g_{3e}}$ μας δίνει τη θέση και τον προσανατολισμό του άκρου του βραχίονα ως προς το ακίνητο σύστημα της βάσης.