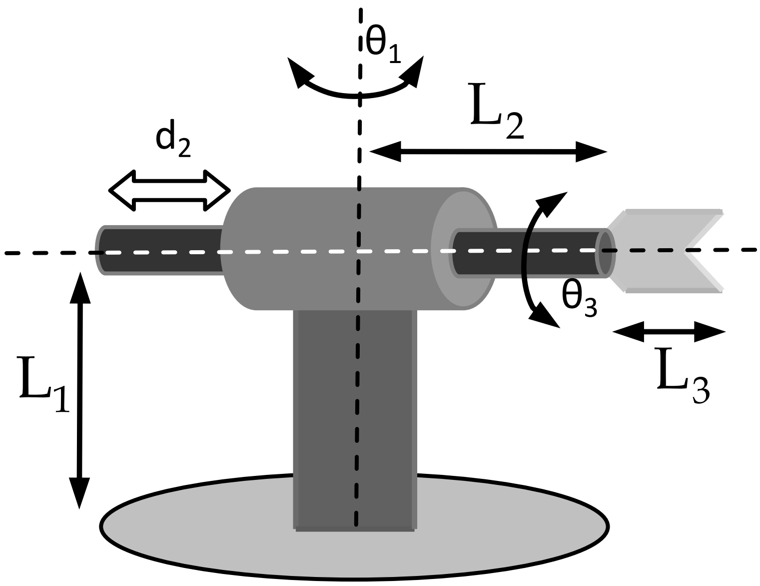
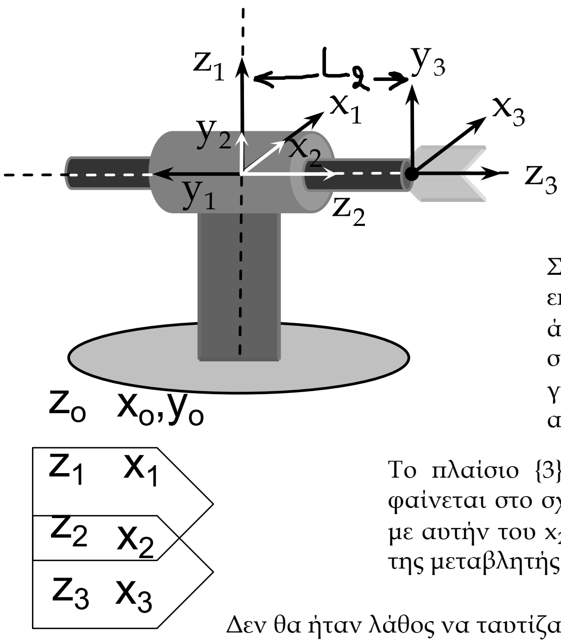
Ο βραχίονας έχει τρεις βαθμούς ελευθερίας και βρίσκεται στην θέση μηδέν (οι μεταβλητές όλων των αρθρώσεων είναι 0)



Παρατηρήσεις για την τοποθέτηση των πλαισίων



Το πλαίσιο {0} συμπίπτει με το {1} μια και ο βραχίονας είναι σχεδιασμένος για την θέση θ_1=0

Το πλαίσιο {2} τοποθετείται στον κινούμενο πρισματικό σύνδεσμο. Στο σχήμα, η αρχή του {2} συμπίπτει με την αρχή του {1} διότι ο βραχίονας βρίσκεται στο σχήμα στη θέση που η μεταβλητή d_2 είναι μηδέν.

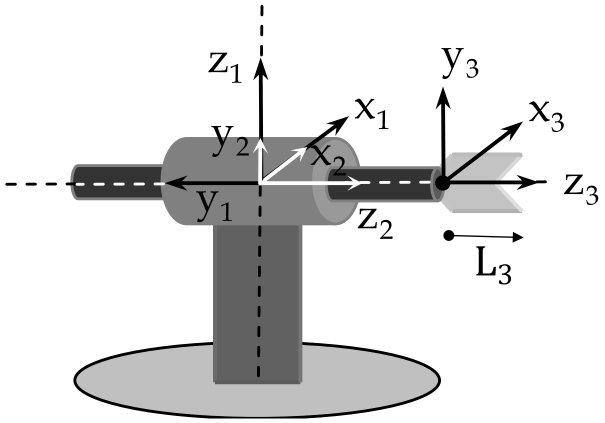
Στον βραχίονα αυτό οι άξονες 2 και 3 ταυτίζονται και επομένως μπορούμε να τοποθετήσουμε αυθαίρετα τον άξονα x_2. Επιλέγουμε την θέση αυτή για την οποία η σταθερή γωνία θ_2 είναι ίση με 0 (γωνία στροφής του x_1 γύρω από τον z_2 ώστε να ευθυγραμμιστεί με τον x_2) (ή πιο απλά το x_2 πρέπει να είναι παράλληλο με το x_1).

Το πλαίσιο {3} τοποθετείται αυθαίρετα στο σημείο του άξονα 3 που φαίνεται στο σχήμα και ο άξονας x_3 έχει στο σχήμα την ίδια διεύθυνση με αυτήν του x_2 διότι ο βραχίονας είναι σχεδιασμένος για τη θέση μηδέν της μεταβλητής θ_3. **(Παρατηρήστε οτι όλα τα x_i είναι παράλληλα.)**

Δεν θα ήταν λάθος να ταυτίζαμε την αρχή του πλαισίου {3} με αυτές των πλαισίων {1} και {2}

Πάμε να υπολογίσουμε τώρα τις παραμέτρους DH κατά craig

Παράδειγμα: Υπολογισμός των παραμέτρων D-H για τον πολικό βραχίονα με περιστρεφόμενο καρπό



$$g_{i-1,i} = g_r(x,\alpha_{i-1})g_p(x,a_{i-1})g_r(z,\theta_i)g_p(z,d_i)$$

$$g_{i-1,i} = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1}d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = g_{i-1,i}(q_i)$$

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	ϑ_i
1				
2				
3				

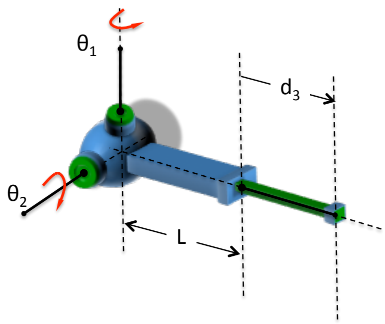
$$g_{01} = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad g_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g_{23} = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Με μετατόπιση πάνω στον z_3 κατά L_3 μπορούμε να ορίσουμε και τον μετασχηματισμό του άκρου του βραχίονα σε σχέση με το πλαίσιο {3} και κατόπιν τον σύνθετο μετασχηματισμό ο οποίος σχετίζει τη θέση και τον προσανατολισμό του άκρου του βραχίονα με την βάση σαν συνάρτηση των μεταβλητών των αρθρώσεων.

Παράδειγμα: Σφαιρικός βραχίονας

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται ένας ρομποτικός βραχίονας με τρεις βαθμούς ελευθερίας (μία πρισματική και δύο περιστροφικές αρθρώσεις). Το ρομπότ αποτελεί ένα «σφαιρικό» βραχίονα με την έννοια ότι οι τρεις μεταβλητές των αρθρώσεων μπορούν να αντιστοιχηθούν στις σφαιρικές συντεταγμένες του άκρου. Οι μεταβλητές των αρθρώσεων θ_1, θ_2, d_3 επιδεικνύονται στο παρακάτω σχήμα ενώ θεωρούμε ότι το ρομπότ βρίσκεται στην θέση όπου $\theta_1 = 0$



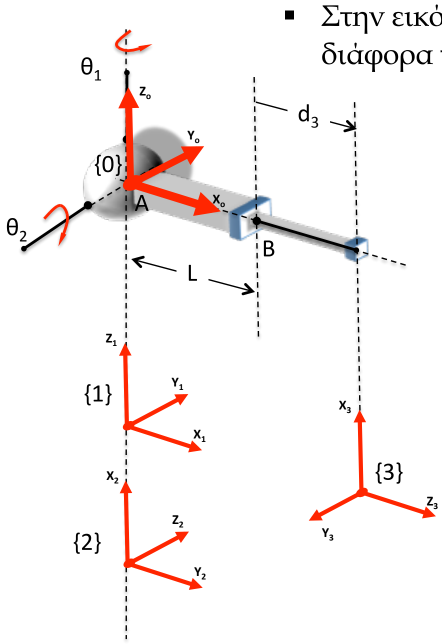
σχήμα 1

i. Βρείτε τις παραμέτρους των συνδέσμων του ρομπότ.
ii. Χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους υπολογίστε τους Ο.Μ. κάθε συνδέσμου g_{01}, g_{12}, g_{23}
iii. Ποια είναι η τιμή της γωνίας θ_2 όταν το ρομπότ βρίσκεται στην θέση που απεικονίζει το παραπάνω σχήμα;
iv. Βρείτε την γεωμετρική διαμόρφωση του ρομπότ για γωνίες αρθρώσεων $\theta_1 = \theta_2 = 0$ και απομάκρυνσης $d_3 = 0$.

I. Βρείτε τον Ο.Μ g_{03} του ρομπότ και επαληθεύστε ότι για την θέση του άκρου του ρομπότ $\begin{bmatrix} p_x & p_y & p_z \end{bmatrix}^T$ ισχύει ότι $p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 = (L + d_3)^2$.

Παράδειγμα: Σφαιρικός βραχίονας

- Τα πλαίσια {0}, {1}, {2} έχουν κοινή αρχή στο A ενώ το πλαίσιο {3} τοποθετείται στο άκρο B
(βέβαια αν θέλαμε, το {3} θα μπορούσε να τοποθετηθεί και αυτό στο A)

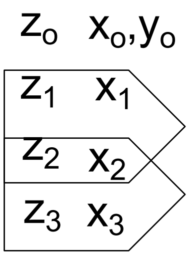


σχήμα 2

- Στην εικόνα το ρομπότ βρίσκεται στη θέση που θ_1=0, ενώ τα θ_2, d_3 είναι διάφορα του μηδενός.

ΠΙΝΑΚΑΣ 1: ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΣΥΝΔΕΣΜΩΝ

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	-90	0	0	θ_2
3	-90	0	$L+d_3$	0



- **Προσοχή:** Τα x_i δεν είναι όλα παράλληλα. ΕΠΟΜΕΝΩΣ στην εικόνα **ο βραχίονας δεν είναι στην θέση ΜΗΔΕΝ**.

- Μετά την τοποθέτηση των πλαισίων παρατηρώ στο σχήμα οτι ο βραχίονα είναι στραμμένος από την αρχική θέση κατά γωνία θ_2 = - 90° (βλέπω στο σχήμα ότι γωνία που πρέπει να στραφεί το x_1 γύρω από το z_2 για να ταυτιστεί με το x_2 είναι -90°)

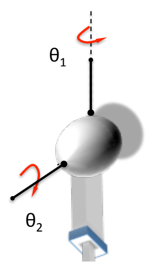
Παράδειγμα: Σφαιρικός βραχίονας

II) Με την χρήση του γενικού τύποι $g_{i-1,i}$: $\begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} & 0 & \alpha_{i-1} \\ s_{\theta_i}c_{\alpha_{i-1}} & c_{\theta_i}c_{\alpha_{i-1}} & -s_{\alpha_{i-1}} & -s_{\alpha_{i-1}}d_i \\ s_{\theta_i}s_{\alpha_{i-1}} & c_{\theta_i}s_{\alpha_{i-1}} & c_{\alpha_{i-1}} & c_{\alpha_{i-1}}d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ μπορούμε να υπολογίσουμε τους Ο.Μ. g_{01}, g_{12}, g_{23} $g_{01} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $g_{12} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,

$$g_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (L+d_3) \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

III) Η τιμή της άρθρωσης θ_2 όπως αυτή παρουσιάζεται στο σχήμα και με βάση την τοποθέτηση των πλαισίων είναι $\theta_2 = -90^o$ αφού ο x_1-άξονας πρέπει να στραφεί γύρω από το z_2 άξονα κατά γωνία -90^o έτσι ώστε να ταυτιστεί με τον x_2-άξονα.

IV) Η γεωμετρική διαμόρφωση του ρομπότ για $\theta_1 = \theta_2 = d_3 = 0$ παρουσιάζεται στο σχήμα 3



Σχήμα 3

Παράδειγμα: Σφαιρικός βραχίονας

V) Ο Ο.Μ. g_{03} του ρομπότ μπορεί να υπολογιστεί από το γινόμενο:

$$g_{03} = g_{01}\, g_{12}\, g_{23} = \begin{bmatrix} c_1c_2 & s_1 & -c_1s_2 & -c_1s_2(L+d_3) \\ s_1c_2 & -c_1 & -s_1s_2 & -s_1s_2(L+d_3) \\ -s_2 & 0 & -c_2 & -c_2(L+d_3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την τελευταία στήλη του παραπάνω πίνακα για να αποδείξουμε οτι:

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 = (L+d_3)^2$$

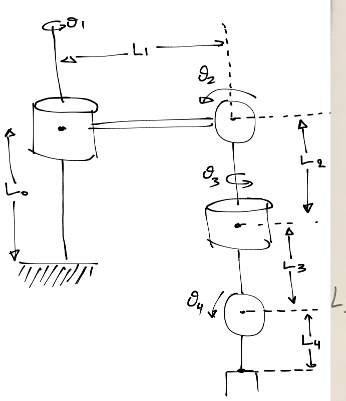
αφού $p_x = -c_1s_2(L+d_3)$, $p_y = -s_1s_2(L+d_3)$ and $p_z = -c_2(L+d_3)$.

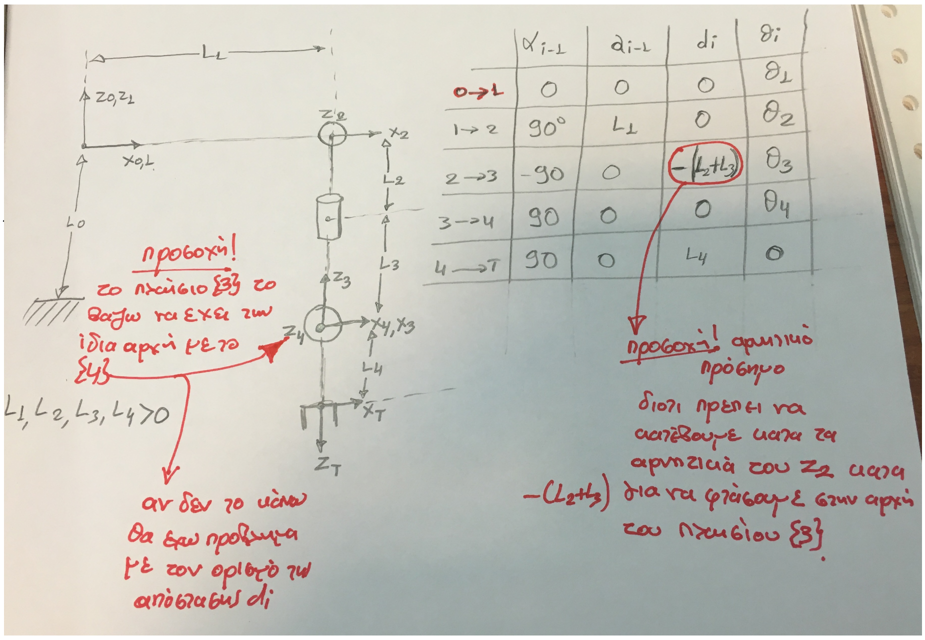
Πράγματι

$$\begin{aligned} p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 = & \\ &= \left(-c_1s_2(L+d_3)\right)^2 + \left(-s_1s_2(L+d_3)\right)^2 + \left(-c_2(L+d_3)\right)^2 = \\ &= s_2^2(L+d_3)^2\left(c_1^2+s_1^2\right) + c_2^2(L+d_3)^2 = \\ &= s_2^2(L+d_3)^2 + c_2^2(L+d_3)^2 = \\ &= (L+d_3)^2 \end{aligned}$$

Να υπολογιστούν οι παράμετροι DH κατά Craig

- Επίλυση στον πίνακα





	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
$0\to1$	0	0	0	θ_1
$1\to2$	90°	L_1	0	θ_2
$2\to3$	−90	0	$-(L_2+L_3)$	θ_3
$3\to4$	90	0	0	θ_4
$4\to T$	90	0	L_4	0

Παρατήρηση: Όταν τέμνονται οι άξονες z_{i-1}, z_i θα πρέπει να ορίζω τα αντίστοιχα πλαίσια **στο ίδιο σημείο** ώστε, να εξαλείψω πιθανό πρόβλημα με τον ορισμό της απόστασης d_i στον πίνακα των παραμέτρων, π.χ. δες πως ορίστηκαν τα Πλαίσια {3} και {4} στο ίδιο σημείο. Θα μπορούσε βέβαια το {3} να οριστεί στο ίδιο σημείο με το {2} αντί με το{4}.

- Επίλυση στον πίνακα

Λύση από το κεφ 2

#Παράδειγμα # $\boxed{5}$ 1 ώρα $\boxed{\text{κιλλεπτή}}$

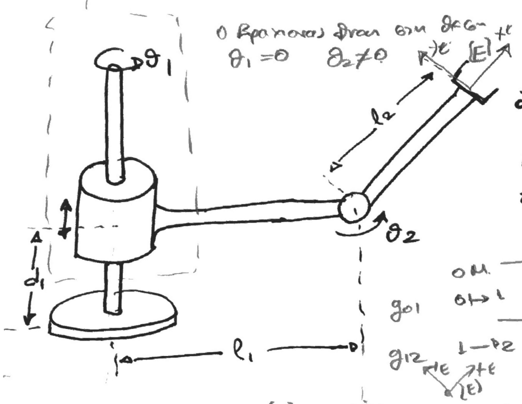
παλιού βιβλίου Ρομπ. Δουλγέρη

ο 1ος σύνδεσμος έχει 2 Β.Ε.

ο Βραχίονας έχει 3 Β.Ε.

ο πρώτος σύνδεσμος έχει 2 Β.Ε. καθώς μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα και ταυτόχρονα να ολισθαίνει πάνω σ'αυτόν. Να βρεθεί ο πίνακας των κινηματικών παραμέτρων και οι πίνακες ομογ. μετασχ. μεταξύ των συστημάτων συντεταγμένων των συνδέσμων.

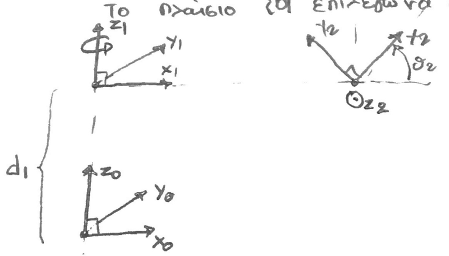
ο Βραχίονας βρίσκεται στη θέση $\theta_1 = 0$ $\theta_2 \neq 0$



	i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
g_{01}: 0→1	1	0	0	d_1	θ_1
g_{12}: 1→2	2	90°	l_1	0	θ_2

μπορώ να το κάνω αυτό διότι η πρισματική και η περιστ. άρθρωση έχουν ίδιο άξονα

Το πλαίσιο {0} επιλέγω να το τοποθετήσω στη βάση του ρομπότ. Έπειτα τοποθετώ τα υπόλοιπα πλαίσια στους συνδέσμους.



$$g_{01} = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$g_{12} = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$