



Ηλεκτροτεχνία-Ηλεκτρονική

Σχολή Μηχανικών
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

Μελέτη κυκλωμάτων εναλλασσόμενου ρεύματος (AC)



jfasoulas@hmu.gr

Δρ. Φασουλάς Ιωάννης



Ημιτονοειδές σήμα

Η κυματομορφή ενός ημιτονοειδούς μεταβαλλόμενου μεγέθους (π.χ. τάσης $v(t)$ ή ρεύματος $i(t)$) σταθερής κυκλικής συχνότητας ω , και αρχικής φάσης φ_o , μπορεί να περιγραφεί από την ακόλουθη σχέση:

$$v(t) = v_o \cos(\omega t + \varphi_o)$$

Πλάτος: v_o

Γωνία φάσης: $(\omega t + \varphi_o)$

Αρχική φάση: φ_o

Για $t = 0$ η γωνία φάσης ταυτίζεται με την αρχική φάση φ_o

Ενεργό τιμή: $v_{rms} = \frac{v_o}{\sqrt{2}}$

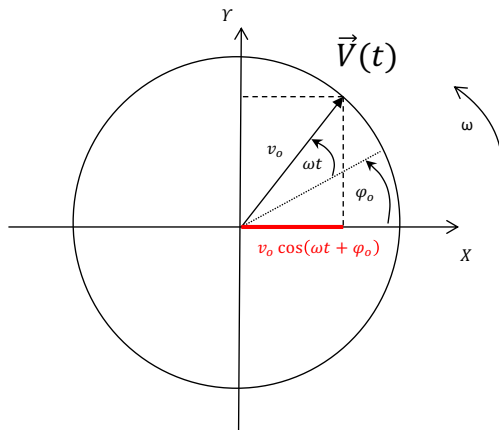
Αποτελεί ένα μέτρο της ισχύος που μεταφέρει το σήμα



Διανυσματική παράσταση ημιτονοειδούς σήματος

$$v(t) = v_o \cos(\omega t + \varphi_o)$$

Η τιμή $v(t)$ μπορεί να περιγραφεί με την **προβολή ενός στρεφόμενου διανύσματος** $\vec{V}(t)$ πλάτους v_o , αρχικής φάσης φ_o και κυκλικής συχνότητας ω πάνω στον άξονα των X ενός καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων $X - Y$



Παρατηρήστε ότι στην περίπτωση που η αρχική φάση είναι μηδέν τότε το περιστρεφόμενο διάνυσμα ξεκινάει την κίνησή του από τον οριζόντιο άξονα των X , σε κάθε άλλη περίπτωση ξεκινάει από την γωνία φ_o .

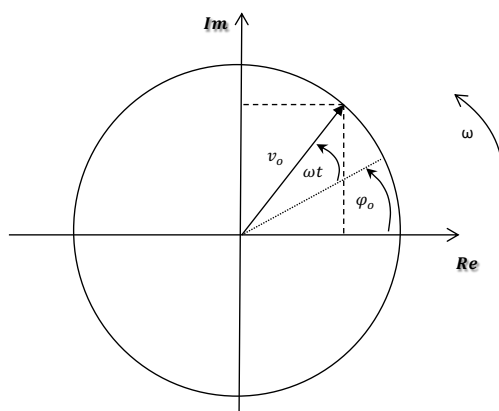
το ημιτονοειδές μεταβαλλόμενο μεγέθους $v(t)$ το αντιστοιχίζουμε στο στρεφόμενο διάνυσμα $\vec{V}(t)$

3



Μιγαδική παράσταση ημιτονοειδούς σήματος

Αν αντικαταστήσουμε τον άξονα των X με τον **άξονα των πραγματικών αριθμών Re** και τον άξονα των Y με τον **άξονα των φανταστικών αριθμών Im** τότε, το στρεφόμενο διάνυσμα μπορεί να περιγραφεί και σαν ένας **μιγαδικός αριθμός** με μέτρο v_o και φάση $(\omega t + \varphi_o)$.



Παρατηρείστε, ότι το μέτρο του μιγαδικού είναι σταθερό και η φάση του μεταβάλλεται συνεχώς ως συνάρτηση του χρόνου t .

$$z = v_o \cos(\omega t + \varphi_o) + j v_o \sin(\omega t + \varphi_o)$$

Τα ημιτονοειδή σήματα μπορούν να παρασταθούν με τις προβολές στρεφόμενων διανυσμάτων στον πραγματικό ή τον φανταστικό άξονα ενός μιγαδικού επιπέδου.

4



Τρόποι παράστασης μιγαδικών αριθμών

Υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να γράψει κάποιος τον παραπάνω μιγαδικό αριθμό, όπου $r = v_o$ $\theta = \omega t + \varphi_o$

- A) Καρτεσιανή μορφή $z = a + jb$, όπου j αποτελεί τη φανταστική μονάδα με $j^2 = -1$
- B) Τριγωνομετρική μορφή $z = r(\cos \theta + j \sin \theta)$
- Γ) Πολική μορφή $z = r \angle \theta$
- Δ) Εκθετική μορφή $z = re^{j\theta}$

Με r, θ συμβολίζουμε αντίστοιχα το μέτρο και την φάση του μιγαδικού μας αριθμού

$$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{b}{a} \right)$$

Συζυγής μιγαδικός αριθμός

$$\bar{z} = a - jb = r \angle -\theta = r(\cos \theta - j \sin \theta) = z = re^{-j\theta} \quad z\bar{z} = |z|^2 = a^2 + b^2$$

5

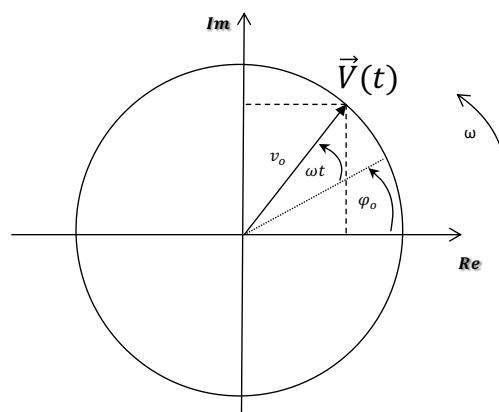


Τρόποι αναπαράστασης εναλλασσόμενων μεγεθών με μιγαδικούς αριθμούς (Παράδειγμα)

$$v(t) = v_o \cos(\omega t + \varphi_o)$$

Πολική μορφή: $\vec{V}(t) = v_o \angle (\omega t + \varphi_o)$

Εκθετική μορφή: $\vec{V}(t) = v_o e^{j(\omega t + \varphi_o)}$



Τριγωνομετρική μορφή: $\vec{V}(t) = v_o \cos(\omega t + \varphi_o) + jv_o \sin(\omega t + \varphi_o)$

Το πραγματικό μέρος αντιστοιχεί στο ημιτονοειδές μεγέθους $v(t)$ που μελετάμε. Αν είχαμε $\sin()$ αντί $\cos()$ θα παίρναμε το φανταστικό μέρος γιατί η προβολή στον φανταστικό άξονα αντιστοιχεί σε $\sin()$.

ΠΡΟΣΟΧΗ!!!!

Το σύμβολο ($\angle$) στους παραπάνω συμβολισμούς της πολικής μορφής του μιγαδικού αριθμού σημαίνει «σε γωνία» ή όρισμα και ουδεμία σχέση έχει με τον τελεστή «του μικρότερου» ή «μεγαλύτερου» που χρησιμοποιούμε στα μαθηματικά και για το λόγο αυτό δεν πρέπει να συγχέεται.

6



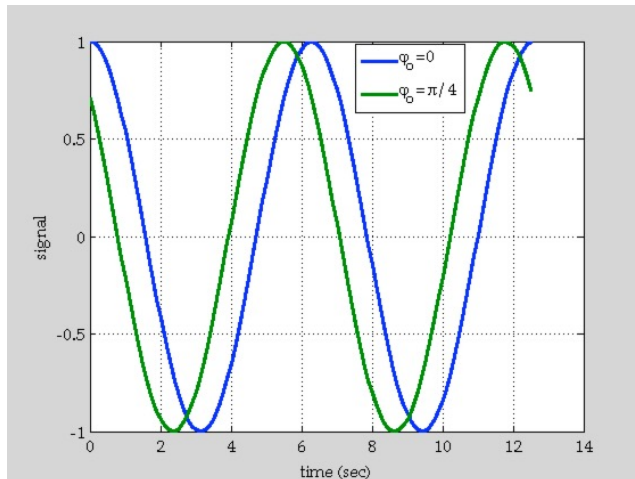
Διαφορά φάσης δύο σημάτων

Γενικά στα κυκλώματα εναλλασσομένου ρεύματος η τάση και το ρεύμα είναι μη συμφασικά μεγέθη, αυτό συμβαίνει λόγω της ύπαρξης πυκνωτών ή/και πηνίων.

Έστω η τάση και το ρεύμα:

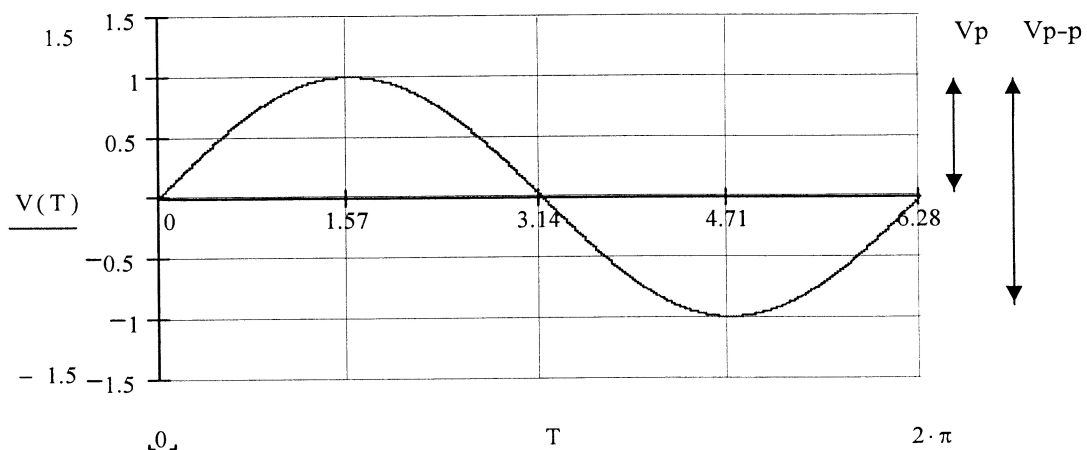
$$v(t) = v_o \cos(\omega t)$$

$$i(t) = I_o \cos(\omega t + \varphi_o)$$



Παράδειγμα: διαφορά φάσης δύο σημάτων. Η πράσινη κυματομορφή προηγείται της μπλε κατά γωνία $\phi_o = \pi/4$ ή $T/8$ της περιόδου $T = 2\pi$ του σήματος

7

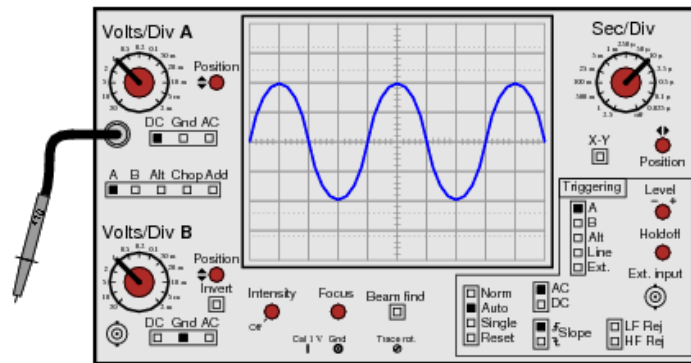


$$V_{p-p} = 2V_p$$

$$\text{Ενεργό τιμή: } v_{rms} = \frac{V_p}{\sqrt{2}} = \frac{V_{p-p}}{2\sqrt{2}}$$



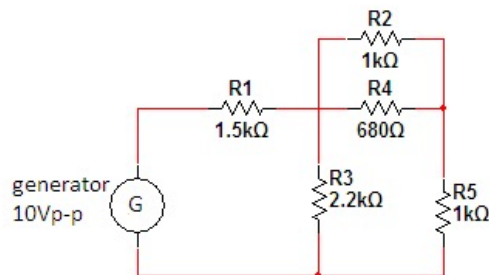
Μέτρηση εναλλασσόμενης τάσης με τον παλμογράφο



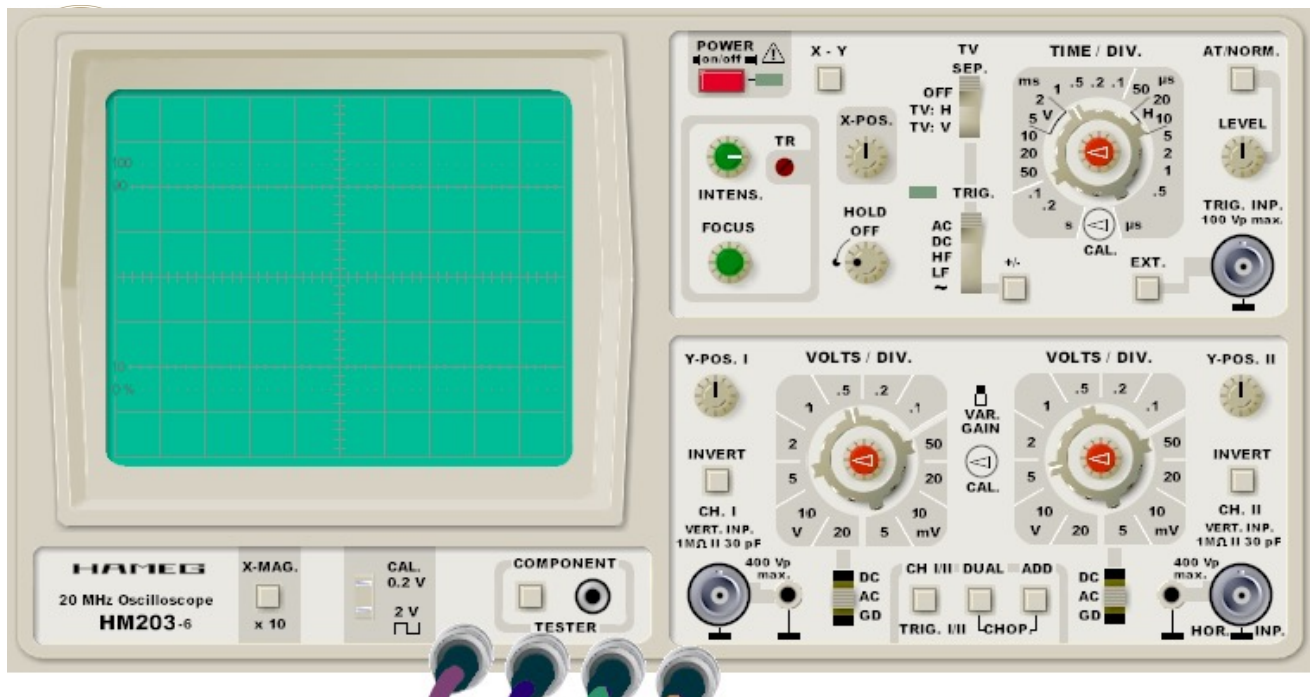
$$V_{Rip-p} = ;$$

$$V_{Riev} = ;$$

$$I_{Riev} = ;$$



10



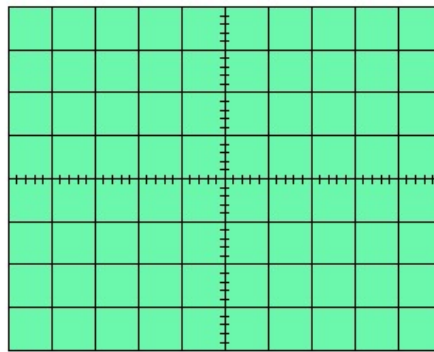
probe



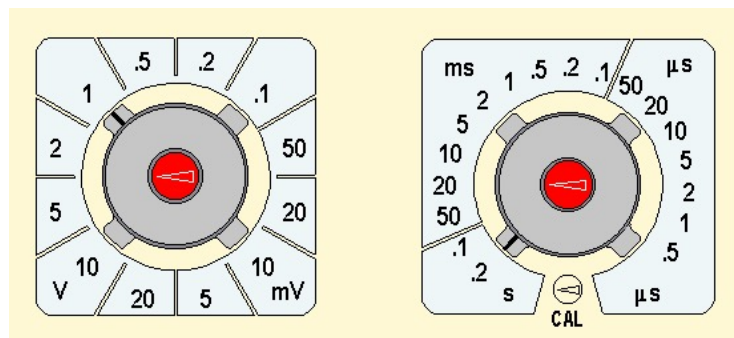
11



VOLTS
vertical axis
Y-axis

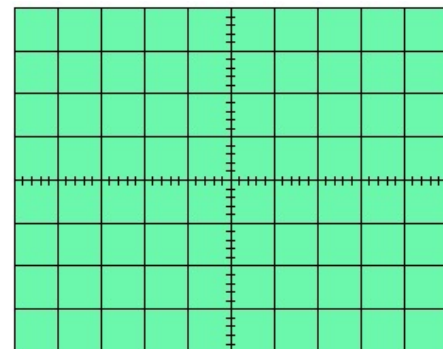


TIME
horizontal axis
X-axis

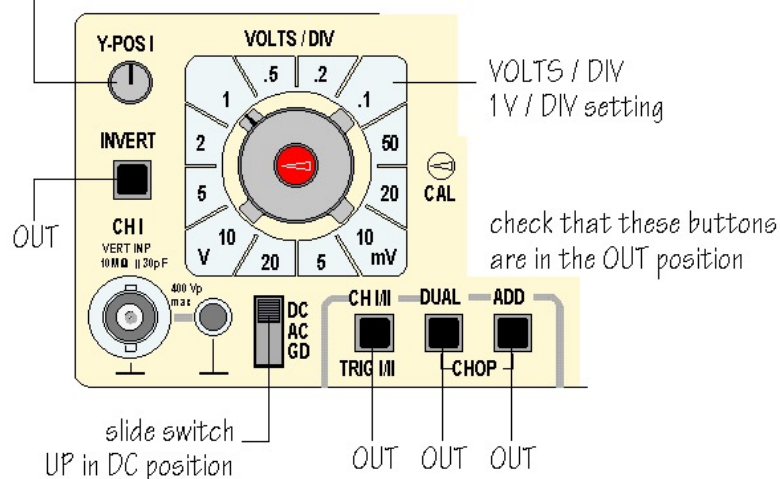


Δρ. Φασουλός Γιάννης, TEICrete 2011

12

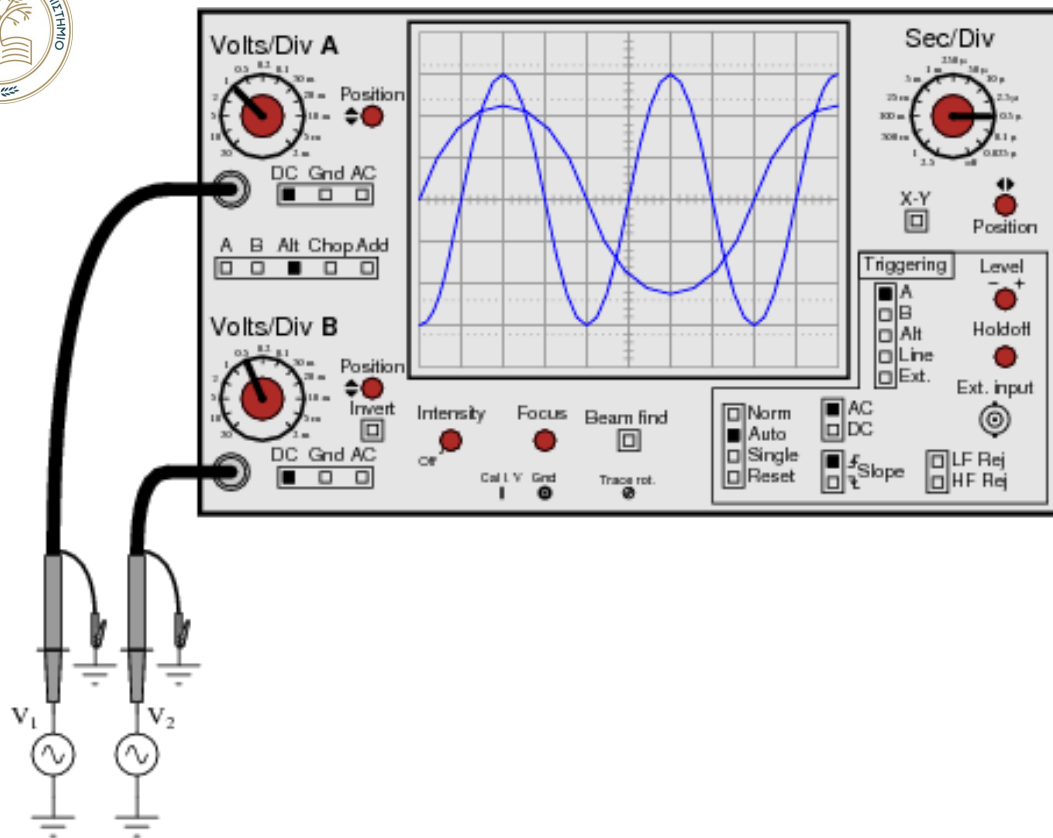


Y-POS centred:
Y-axis along horizontal centre of screen

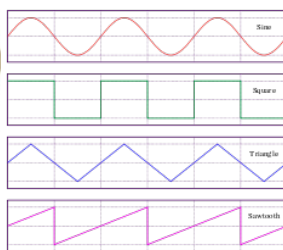


Δρ. Φασουλός Γιάννης, TEICrete 2011

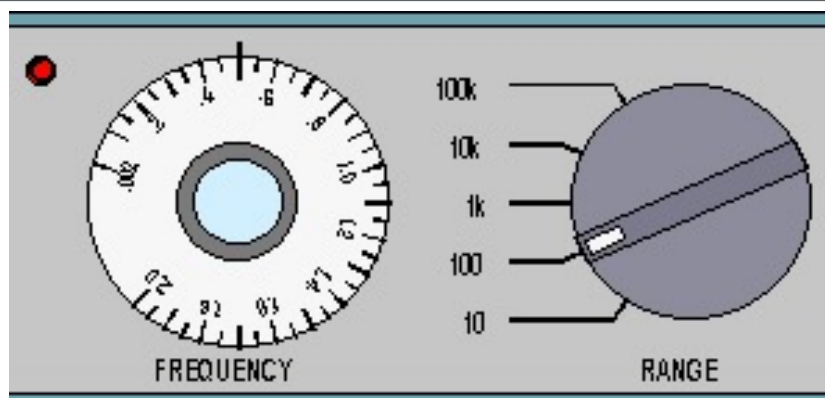
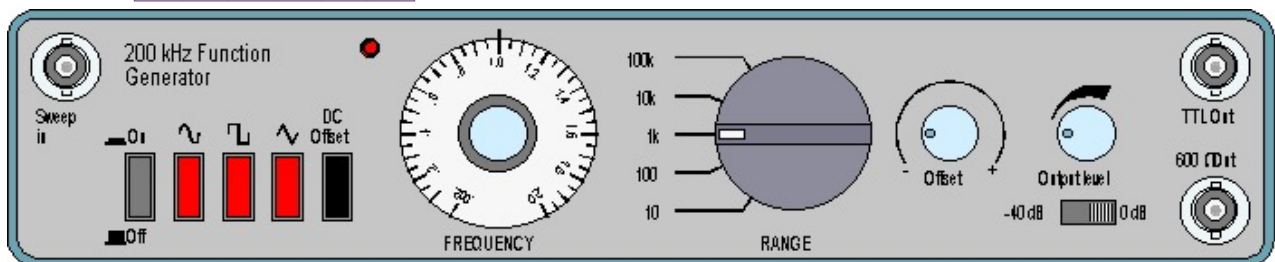
13



14



function generator



15

