



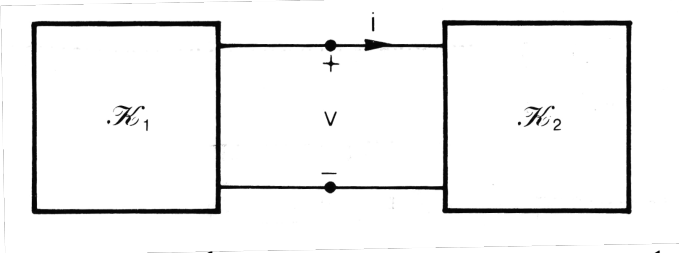
Στιγμιαία Ισχύς στο AC

Έστω το κύκλωμα K1 περιέχει μόνο πηγές και το K2 μόνο στοιχεία R,L,C

Έστω η τάση και το ρεύμα στο παρακάτω κύκλωμα είναι: $v(t) = v_o \cos(\omega t)$

$$i(t) = I_o \cos(\omega t - \varphi)$$

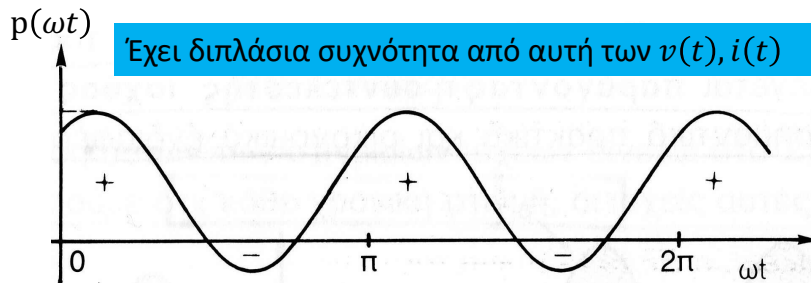
$$-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$$



Στιγμιαία ισχύς
 $p(t) = v(t)i(t)$

$$p(t) = \frac{1}{2} v_o I_o \cos \varphi (1 + \cos 2\omega t) + \frac{1}{2} v_o I_o \sin \varphi \sin 2\omega t$$

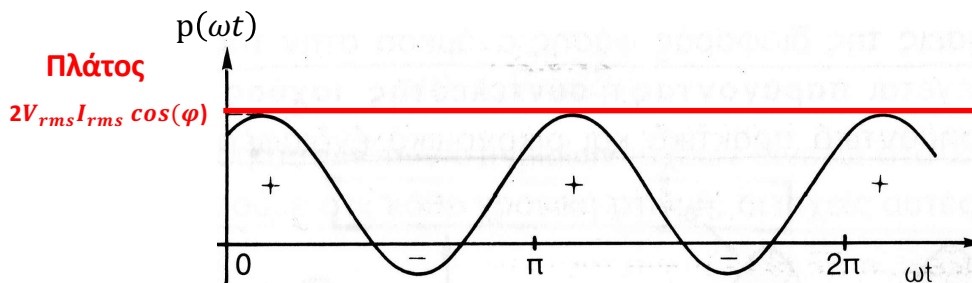
$$= V_{rms} I_{rms} \cos \varphi (1 + \cos 2\omega t) + V_{rms} I_{rms} \sin \varphi \sin 2\omega t$$



Στιγμιαία Ισχύς στο AC

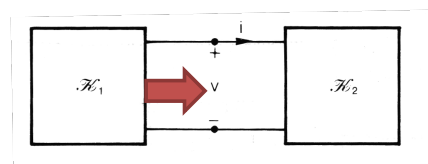
$$p(t) = \frac{1}{2} v_o I_o \cos \varphi (1 + \cos 2\omega t) + \frac{1}{2} v_o I_o \sin \varphi \sin 2\omega t$$

$$= V_{rms} I_{rms} \cos \varphi (1 + \cos 2\omega t) + V_{rms} I_{rms} \sin \varphi \sin 2\omega t$$



Η στιγμιαία ισχύς γίνεται θετική και αρνητική.

Αν $p(t) > 0$ τότε ρέει ισχύς από το K1 στο K2
Αν $p(t) < 0$ τότε ρέει ισχύς από το K2 στο K1



Κατά μέσο όρο, υπάρχει μία καθαρή ροή ισχύος από το K1 στο K2



Ενεργός και Άεργος συνιστώσα της στιγμιαίας Ισχύς

Ενεργός ή δρώσα Ισχύς ≥ 0

Άεργο Ισχύς

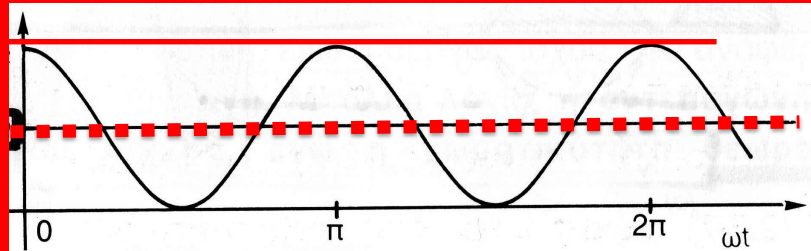
$$p(t) = V_{rms} I_{rms} \cos \varphi (1 + \cos 2\omega t) + V_{rms} I_{rms} \sin \varphi \sin 2\omega t$$

Max τιμή: $2V_{rms} I_{rms} \cos \varphi$

Μέτρο της Ενεργού Ισχύος
θεωρείται η μέση τιμή:

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos \varphi$$

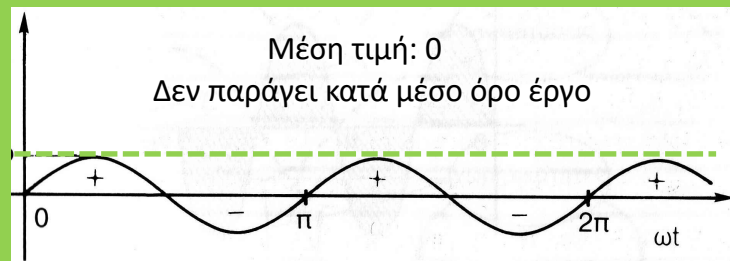
Ενεργός Ισχύς (t), $V_{rms} I_{rms} \cos \varphi (1 + \cos 2\omega t)$



Μέτρο της Άεργου Ισχύος
Θεωρείται το πλάτος της

$$\text{Πλάτος: } Q = V_{rms} I_{rms} \sin \varphi$$

Άεργος Ισχύς (t), $V_{rms} I_{rms} \sin \varphi \sin 2\omega t$



Από τη στιγμιαία Ισχύ στην Ενεργό και Άεργο Ισχύ

Συνηθίζεται το πλάτος της άεργου ισχύος ν' αναφέρεται με τον όρο **ΑΕΡΓΟΣ ΙΣΧΥ**, ενώ η μέση ισχύς ν' αναφέρεται με τον όρο **ΕΝΕΡΓΟΣ ΙΣΧΥ**. Έτσι από εδώ και πέρα θα γράφουμε:

ΕΝΕΡΓΟ (Πραγματική ή Δρώσα) **ΙΣΧΥ** $P = V_{rms} I_{rms} \cos(\varphi)$ **W** (Watt)

ΑΕΡΓΟΣ (Φανταστική) **ΙΣΧΥ** $Q = V_{rms} I_{rms} \sin(\varphi)$ **VAR** (Volt-Ampere-Reactive)

Για να διακρίνουμε μεταξύ τους τις δύο παραπάνω ποσότητες, χρησιμοποιούμε διαφορετικές μονάδες μέτρησης παρόλο που η φυσική ποσότητα και για τις δύο εκφράσεις είναι πάντα ισχύς.

Ο όρος **$\cos(\varphi)$** λέγεται **παράγοντας** ή **συντελεστής ισχύος** και παρουσιάζει σημαντικό πρακτικό και οικονομικό ενδιαφέρον. **Η γωνία φ εκφράζει κατά πόσο η τάση προηγείται η καθυστερεί από το ρεύμα.**

Αν $\varphi > 0$ τότε η τάση προηγείται από το ρεύμα (επαγωγική συμπεριφορά)

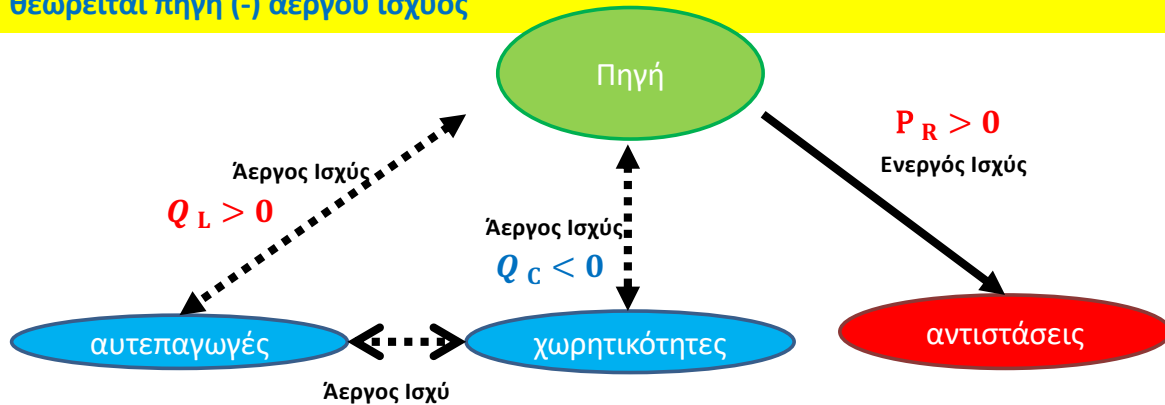
Αν $\varphi < 0$ τότε η τάση καθυστερεί από το ρεύμα (χωρητική συμπεριφορά)

$$v(t) = v_o \cos(\omega t) \quad i(t) = I_o \cos(\omega t - \varphi) \quad -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$$



Άεργος Ισχύ

Κατά σύμβαση, η άεργος ισχύ Q_L που αναφέρεται σε μία αυτεπαγωγή θεωρείται θετική, ενώ η άεργος ισχύς Q_C που αναφέρεται σε μία χωρητικότητα θεωρείται αρνητική. Δηλαδή, **η αυτεπαγωγή θεωρείται κατανάλωση (+) άεργου ισχύος**, ενώ **η χωρητικότητα θεωρείται πηγή (-) άεργου ισχύος**



Η **ροή της στιγμιαίας ισχύος** σ' ένα κύκλωμα με στοιχεία R, L, C και με ημιτονοειδή διέγερση δεν είναι μονόδρομη, αλλά **αμφίδρομη**, η ροή της ισχύος δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται από μηδέν μέχρι μια μέγιστη τιμή με συχνότητα διπλάσια από την συχνότητα της διέγερσης. Η **ισχύ** ρέει στις **αντιστάσεις** κατά **μία μόνο διεύθυνση** ενώ αμφίδρομη είναι η ροή που προέρχεται από χωρητικότητες και αυτεπαγωγές.



Μιγαδική και φαινόμενη Ισχύς στα κυκλώματα AC

Στο πεδίο της συχνότητας ορίζεται η **μιγαδική ισχύς** η οποία περιέχει στο πραγματικό μέρος την Ενεργό Ισχύ και στο φανταστικό μέρος την Άεργο Ισχύ:

Μιγαδική Ισχύ $S(j\omega) = V\bar{I} = P + jQ$ (Στο πεδίο της συχνότητας)
Όπου $\bar{I}$ αποτελεί τον συζυγή μιγαδικό που αντιστοιχεί στο ρεύμα $I(j\omega)$

Ενεργό (Πραγματική) Ισχύ $P = V_{rms}I_{rms}\cos(\varphi)$ **W (Watt)** $-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$

Άεργος (Φανταστική) Ισχύ $Q = V_{rms}I_{rms}\sin(\varphi)$ **VAR (Volt-Ampere-Reactive)**

Φαινόμενη Ισχύ $|S| = |V\bar{I}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = V_{rms}I_{rms}$ **VA (Volt-Ampere)**

Οι τρεις ποσότητες: α) φαινόμενη ισχύς β) πραγματική (Ενεργό) ισχύς, και γ) η φανταστική (Άεργο) ισχύς πρέπει κανονικά να μετρούνται σε **Watt (W)**. Όμως, για να διακρίνονται μεταξύ τους, **χρησιμοποιούνται διαφορετικές μονάδες μέτρησης**. Η διαφορά βρίσκεται μόνο στο όνομα και όχι στην φυσική ποσότητα που είναι πάντα η ισχύς.



Φαινόμενη Ισχύ

Φαινόμενη Ισχύ

$$|S| = |\bar{V}\bar{I}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = V_{rms}I_{rms} \quad \text{VA (Volt-Ampere)}$$

- Είναι **το γινόμενο των ενδείξεων** του βολτομέτρου και του αμπερομέτρου που συνδέονται στην είσοδο του κυκλώματος δύο ακροδεκτών
- Είναι ένα μέγεθος που **στερείται φυσικής σημασίας**
- Είναι ένα χαρακτηριστικό λειτουργίας του κυκλώματος
- Αν η φανταστική (Άεργο) ισχύς είναι μηδέν, τότε η πραγματική ισχύς είναι ίση με την φαινόμενη
- Είναι η μέγιστη πραγματική ισχύς** που καταναλώνεται από ένα παθητικό κύκλωμα
- Κάθε ηλεκτρική διάταξη ισχύος προδιαγράφεται με την φαινόμενη ισχύς της



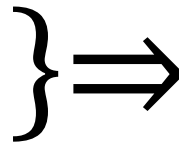
Τρίγωνο Ισχύος

$$P = V_{rms}I_{rms}\cos(\varphi)$$

$$Q = V_{rms}I_{rms}\sin(\varphi)$$

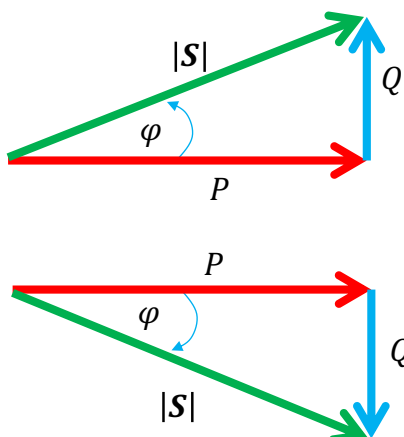
$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = V_{rms}I_{rms}$$

Συντελεστής Ισχύος



$$\cos(\varphi) = \frac{P}{|S|}$$

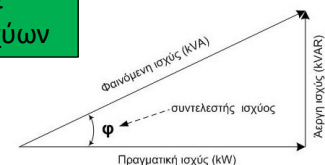
Οι παραπάνω σχέσεις μας ωθούν να επιχειρήσουμε μια γεωμετρική παράσταση των τριών ισχύων, δηλαδή της φαινόμενης, της ενεργού και της άεργου ισχύος:



Για επαγωγικό φορτίο $Q > 0$

Τα τρίγωνα ισχύος δίνουν μία εποπτική εικόνα της κατανομής ισχύος σ' ένα ηλεκτρικό κύκλωμα και αποτελούν μια γραφική μέθοδο υπολογισμού των ισχύων

Για χωρητικό φορτίο $Q < 0$



$$\text{Συντελεστής } \cos\varphi = \frac{\text{Πραγματική ισχύς}}{\text{Φαινόμενη ισχύς}} = \cos(\varphi)$$



Ονομαστική Ισχύ Λειτουργίας

Η **άεργος ισχύς**, αν και θεωρητικά **δεν προκαλεί κανένα ωφέλιμο αποτέλεσμα**, στην πράξη έχει **σοβαρές επιπτώσεις στην λειτουργία ενός κυκλώματος**, ιδιαίτερα ενός κυκλώματος ισχύος. Οι επιπτώσεις της εμφάνισης άεργου ισχύος έχουν έντονο οικονομικό και κατά επέκταση κοινωνικό χαρακτήρα και είμαστε υποχρεωμένοι να τις γνωρίζουμε και να τις κατανοούμε σε βάθος.

Ο συντελεστής ισχύος

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{|S|}$$

Είναι ένα **μέτρο της άεργου ισχύος** που ανταλλάσσεται ανάμεσα στο κύκλωμα (φορτίο) και την πηγή

Κάθε ηλεκτρική διάταξη ισχύος (γεννήτριες, κινητήρες, μετασχηματιστές κ.α.) προδιαγράφεται με την **ονομαστική ισχύ** η οποία είναι **η μέγιστη φαινόμενη Ισχύς ασφαλούς συνεχούς λειτουργίας**:

Ονομαστική Ισχύ $S_r = V_r I_r$

VA (Volt Ampere)

V_r Ονομαστική Τάση

I_r Ονομαστικό Ρεύμα

Από οικονομική άποψη, η εκμετάλλευση μιας διάταξης είναι πλήρης όταν παράγει ή καταναλώνει ενεργό ισχύ ίση με την ονομαστική ισχύ, λειτουργώντας με την ονομαστική τάση και το ονομαστικό ρεύμα. Δηλαδή η άεργο ισχύς είναι μηδέν.



Ονομαστική Ισχύς στα κυκλώματα AC

Ονομαστική Ισχύ $S_r = V_r I_r$

VA (Volt Ampere)

V_r Ονομαστική Τάση

I_r Ονομαστικό Ρεύμα

Αν η ενεργό τάση λειτουργίας είναι σταθερή και ίση με την ονομαστική το ρεύμα που διαρρέει το φορτίο είναι συνάρτηση του συντελεστή ισχύος

$$P = V_r I \cos(\varphi) \quad I = \frac{P}{V_r \cos(\varphi)}$$

Για **σταθερή ενεργό ισχύ και τάση λειτουργίας**, το ρεύμα που παρέχει η πηγή αυξάνει καθώς το $\cos(\varphi)$ ελαττώνεται (αυξάνει η άεργος ισχύς). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα το ρεύμα να υπερβαίνει την ονομαστική τιμή, να αυξάνουν οι θερμικές απώλειες στην πηγή και τους αγωγούς συνδέσεων και να εμφανίζεται κίνδυνος καταστροφής των διατάξεων.

Για την αποφυγή των παραπάνω δυσάρεστων συνεπειών, πρέπει να ελαττωθεί η ενεργός Ισχύς που προσφέρεται στο φορτίο, με αποτέλεσμα η διάταξη να υπολειτουργεί, δηλαδή να λειτουργεί αντικοινομικά.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1

Έστω γεννήτρια εναλλασσόμενης τάσης με ονομαστική ενεργό τάση $V_r = 220V$ και ονομαστική ισχύ $S_r = 1KVA$.

Εξετάστε αν θα λειτουργεί κανονικά η γεννήτρια στην περίπτωση όπου συνδεθεί με

α) ένα Ωμικό φορτίο $1KW$, και

β) με ένα φορτίο $1KW$ αλλά με συντελεστή ισχύος 0.5 (επαγωγικό)

Λύση: $S_r = V_r I_r \Rightarrow I_r = \frac{S_r}{V_r} = 4.55A$ το ονομαστικό ρεύμα της γεννήτριας

Αν η γεννήτρια συνδεθεί με ένα Ωμικό φορτίο τότε ο συντελεστής ισχύος είναι $\cos\varphi = 1$ και επομένως

$$P_{φορτιου} = V_{rms} I_{rms} \cos(\varphi) \Rightarrow I_{rms} = \frac{P_{φορτιου}}{V_{rms} \cos(\varphi)} = \frac{1000}{220} = 4.55A$$

Οπότε η γεννήτρια θα λειτουργεί κανονικά.

Αλλά με συντελεστή ισχύος $\cos\varphi = 0.5$ η γεννήτρια θα διαρρέεται από ρεύμα **9.1 A**

Κάτω από αυτές τις συνθήκες η γεννήτρια θα καταστραφεί. Για να μην συμβεί αυτό, Θα πρέπει η ισχύς του φορτίου να ελαττωθεί στα $500W$. Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι Η μικρή τιμή του συντελεστή ισχύος μπορεί να προκαλέσει την καταστροφή μιας ηλεκτρικής διάταξης ή να επιβάλλει τη μειωμένη εκμετάλλευση των δυνατοτήτων της

45

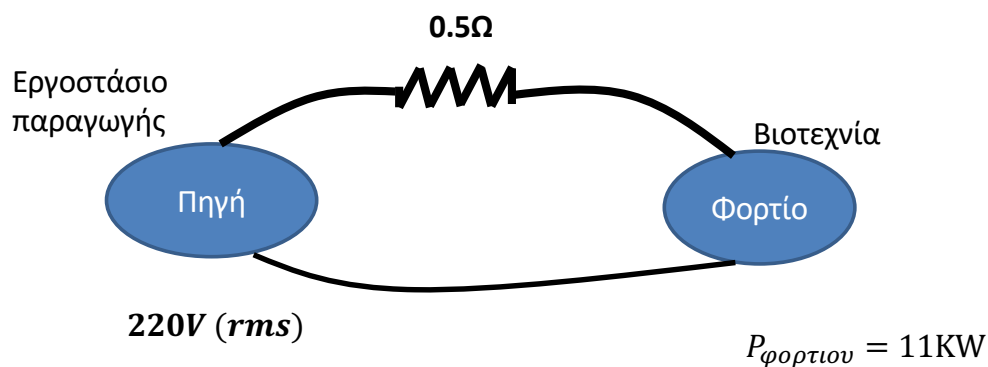


ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Έστω μία βιοτεχνία μ' **εγκατεστημένη ισχύ $P = 11KW$** . Η τάση τροφοδοσίας είναι **$220V (rms)$** και η γραμμή μεταφοράς παρουσιάζει αντίσταση **0.5Ω** .

α) Αν ο συντελεστής ισχύος του φορτίου (βιοτεχνία) είναι ίσος με **1** να υπολογιστεί το ρεύμα που διαρρέει την γραμμή.

β) Τι αλλάζει στο ρεύμα της γραμμής όταν ο συντελεστής ισχύος της βιοτεχνίας γίνει **0.5** (επαγωγικός)





ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Λύση:

Αν ο συντελεστής ισχύος του φορτίου (βιοτεχνία) είναι ίσος με 1 τότε:

$$P_{\text{φορτιου}} = V_{rms} I_{rms} \cos(\varphi) \Rightarrow I_{rms} = \frac{P_{\text{φορτιου}}}{V_{rms} \cos(\varphi)} = \frac{11000}{220} = 50A$$

Για να καταναλώσει το φορτίο 11Kw, το εργοστάσιο παραγωγής πρέπει να παράγει ισχύ ίση με $P_{\text{πηγης}}$:

$$\begin{aligned} P_{\text{πηγης}} &= P_{\text{φορτιου}} + P_{\text{γραμμης}} = \\ &= P_{\text{φορτιου}} + (I_{rms})^2 R_{\text{γραμμης}} = 11000 + (50)^2 0.5 = 12250W \end{aligned}$$

Μ' άλλα λόγια, ο καταναλωτής χρεώνεται με το $\frac{11000}{12250} 100\% = 89,9\%$ της ισχύος που καταναλώνει.

47



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Όταν ο συντελεστής ισχύος της βιοτεχνίας γίνει **0.5** (επαγωγικός) τότε

$$I_{rms} = \frac{P_{\text{φορτιου}}}{V_{rms} \cos(\varphi)} = \frac{11000}{220 * 0.5} = 100A$$

Που σημαίνει ότι προκειμένου να καταναλώνει η βιοτεχνία την ισχύ των 11KW που επιθυμεί πρέπει να αυξηθεί το ρεύμα στη γραμμή σε 100 A. Αλλά τότε η παραγόμενη ισχύς που αντιστοιχεί στα 11KW γίνεται τώρα:

$$\begin{aligned} P_{\text{πηγης}} &= P_{\text{φορτιου}} + P_{\text{γραμμης}} = \\ &= P_{\text{φορτιου}} + (I_{rms})^2 R_{\text{γραμμης}} = 11000 + (100)^2 0.5 = 16000W \end{aligned}$$

και ο καταναλωτής χρεώνεται μόνο το $\frac{11000}{16000} 100\% = 68,75\%$ της ισχύος που καταναλώνει

48



Διόρθωση ή βελτίωση του συντελεστή ισχύος $\cos\phi$

Ο **συντελεστής ισχύος**

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{|S|}$$

Είναι ένα **μέτρο της άεργου ισχύος** που ανταλλάσσεται ανάμεσα στο κύκλωμα (φορτίο) και την πηγή

Ο **βαθμός κατανάλωσης άεργου ισχύος** από τα φορτία εκφράζεται με το μέγεθος «Συντελεστής Ισχύος ($\cos\phi$)», το οποίο αντιστοιχεί στο λόγο της κατανάλωσης ενεργού ισχύος προς τη «φαινόμενη» ισχύ του φορτίου, η οποία είναι το γεωμετρικό άθροισμα (από το τρίγωνο ισχύος) της ενεργού και της άεργου ισχύος του φορτίου.

Ένα «καλό» **φορτίο** παρουσιάζει τιμές του Συντελεστή Ισχύος ($\cos\phi$) **κοντά στη μονάδα** ενώ ένα «κακό» φορτίο παρουσιάζει χαμηλότερες τιμές. Για παράδειγμα, ένα φορτίο ενεργού ισχύος 100 kW καταναλώνει 48,4 / 32,8 / 14 kVAR άεργου ισχύος εάν ο Συντελεστής Ισχύος του είναι αντίστοιχα 0,90 / 0,95 / 0,99.

Απαιτείται λοιπόν **η διόρθωση ή βελτίωση του συντελεστή ισχύος $\cos\phi$** , έτσι ώστε η τιμή του να τείνει στη μονάδα. **Το ϕ είναι η γωνία φάσης του φορτίου Z** , δηλαδή η διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης $v(t)$ και του ρεύματος $i(t)$, αυτό σημαίνει ότι **όταν βελτιώνεται ο συντελεστής ισχύος, τα διανύσματα της τάσης και του ρεύματος τείνουν να γίνουν συμφασικά**.

$$v(t) = v_o \cos(\omega t) \quad i(t) = I_o \cos(\omega t - \varphi) \quad -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$$

49



Διόρθωση του συντελεστή ισχύος με παράλληλη σύνδεση πυκνωτή

Η διόρθωση ή βελτίωση του συντελεστή ισχύος από $\cos\phi$ σε $\cos\phi'$ πραγματοποιείται **με την παράλληλη σύνδεση**, στο φορτίο, πυκνωτή η τιμή του οποίου δίνεται από την σχέση:

$$C = \frac{P}{\omega V^2} (\tan\varphi - \tan\varphi')$$

Τάση στο φορτίο (rms): V

Κυκλική συχνότητα τάσης: ω

Ενεργό ισχύ φορτίου: P

Αρχική γωνία φάσης: φ

Τελική γωνία φάσης: φ'

Για δεδομένη διατομή γραμμής (δεδομένη μέγιστη επιτρεπόμενη ένταση φόρτισης της γραμμής αυτής), η βελτίωση του $\cos\phi$ παρέχει τη **δυνατότητα αύξησης της μεταφερόμενης ισχύος**.

Οι καταναλωτές έχουν συνήθως επαγωγικό χαρακτήρα και η αντιστάθμιση γίνεται με την **παράλληλη σύνδεση πυκνωτή στην κατανάλωση**. Η σύνδεση του πυκνωτή σε σειρά αποφέρει τα ίδια, όσον αφορά το $\cos\phi$, αλλά προκαλεί αλλαγή της τάσης χωρίς αντιστάθμιση, γι' αυτό δεν χρησιμοποιείται.



Διόρθωση του συντελεστή ισχύος με παράλληλη σύνδεση σύγχρονου πυκνωτή

Σε ηλεκτρικές εγκαταστάσεις **μεγάλης ισχύος**, όπου η χωρητικότητα που απαιτείται για την διόρθωση του συντελεστή ισχύος παίρνει πολύ μεγάλες τιμές χρησιμοποιούνται **σύγχρονοι κινητήρες στη θέση των ιδανικών πυκνωτών**. Οι σύγχρονοι κινητήρες που χρησιμοποιούνται είναι ειδικής κατασκευής και ονομάζονται **σύγχρονοι πυκνωτές**. Οι άξονες των σύγχρονων πυκνωτών είναι κατασκευασμένοι χωρίς εξωτερικές προεκτάσεις κι έτσι δεν υπάρχει δυνατότητα περιστροφής οποιουδήποτε μηχανικού φορτίου. Επειδή ο σύγχρονος πυκνωτής παρουσιάζει **ωμικές απώλειες** P_c στα τυλίγματα του δεν μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ένα ιδανικό στοιχείο. Έτσι μπορεί να υπολογιστεί ότι σε αυτή την περίπτωση η χωρητικότητα του σύγχρονου πυκνωτή δίνεται από την σχέση:

Τάση στο φορτίο (rms): V

$$C = \frac{P}{\omega V^2} (\tan \varphi - \tan \varphi') - \frac{P_c}{\omega V^2} (\tan \varphi')$$

Κυκλική συχνότητα τάσης: ω

Ενεργό ισχύ φορτίου: P

Αρχική γωνία φάσης: φ

Τελική γωνία φάσης: φ'