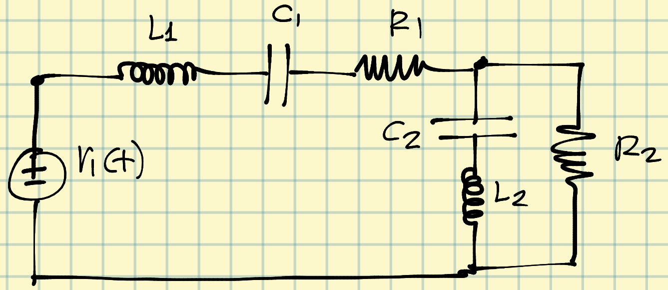
Άσκηση Θεωρίας

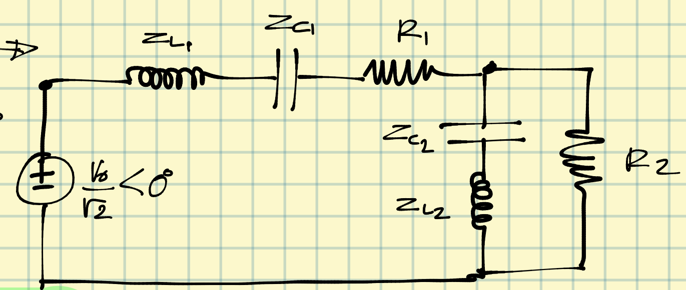
Έστω το κύκλωμα:

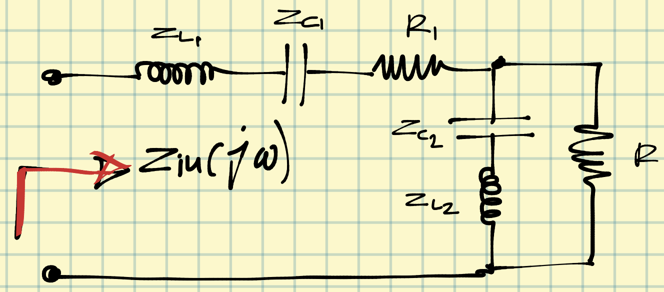


Να βρεθεί η σύνθετη αντίσταση εισόδου

όταν $v_i(t) = V_0 \cos\omega t$

Λύση: Μετασχ. το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας:





Η σύνθετη αντίσταση εισόδου έχει νόημα μόνο στο πεδίο της συχνότητας. Άρα μετασχηματίζω το κύκλωμα και υπολογίζω ότι:

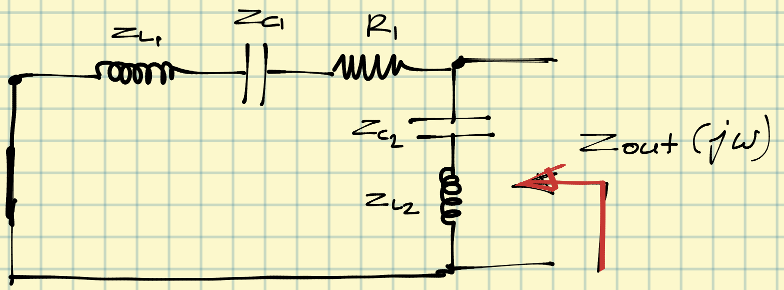
$$Z_{in}(j\omega) = (Z_{L_1} + Z_{C_1} + R_1) + R_2 // (Z_{C_2} + Z_{L_2})$$

$Z_{L_1} = jL_1\omega$, $Z_{C_1} = \frac{1}{jC_1\omega}$, $Z_{C_2} = \frac{1}{jC_2\omega}$, $Z_{L_2} = jL_2\omega$

$= \ldots\ldots\ldots$ πράξεις.

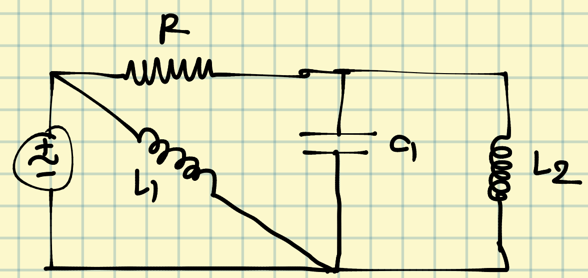
(*) Αν R_2 είναι το φορτίο να βρεθεί η $Z_{out}(j\omega)$

Το κύκλωμα γίνεται:



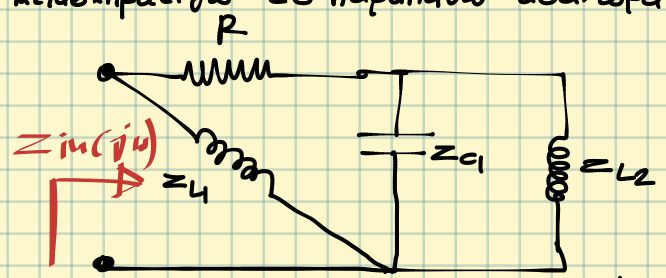
$$Z_{out}(j\omega) = (Z_{L_1} + Z_{C_1} + R_1) // (Z_{C_2} + Z_{L_2}) = \ldots\ldots = \text{πράξεις}$$

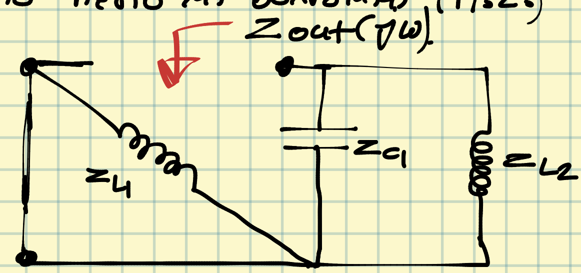
Έστω το κύκλωμα. L_1, C_1, R, ω γνωστά



Ζητώ την $Z_{in}(j\omega)$.

Μετασχηματίζω το παραπάνω κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας (Π.Σ.)





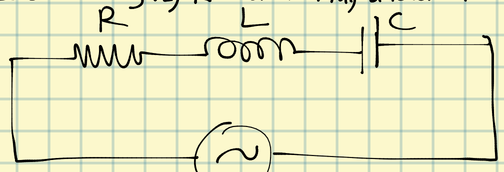
$Z_{L_1} = jL_1\omega$, $Z_{C_1} = \frac{1}{jC_1\omega}$, $Z_{L_2} = jL_2\omega$

Τελικά $Z_{in}(j\omega) = \left[(Z_{C_1} // Z_{L_2}) + R\right] // Z_{L_1} = \ldots\ldots = \text{πράξεις.}$

(*) Αν η R είναι το φορτίο, να βρεθεί η Z_{out}.

$$Z_{out}(j\omega) = Z_{C_1} // Z_{L_2}$$

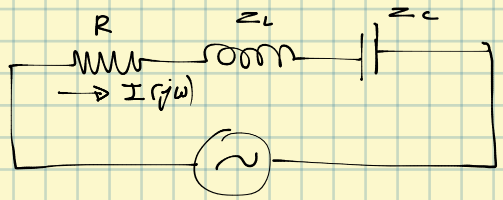
Να υπολογιστεί η σύνθετη αντίσταση εισόδου και να βρεθεί το ρεύμα που δίνει η πηγή τάσης $V(t)=V_0\cos\omega t$ στο κύκλωμα. Επίσης, να σχεδιαστούν τα στρεφόμενα διανύσματα των τάσεων V_S, V_L, V_R και V_{in}, καθώς και αυτό του ρεύματος I



$V_{in}=V_0\cos\omega t$

Λύση:

Μετασχηματίζω το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας



$V_{in}=V_{ev}\angle 0^\circ$:→ Η τάση είναι το διάνυσμα αναφοράς αφού έχει φάση 0°

$V_{ev}=\frac{V_0}{\sqrt{2}}$, $Z_L=jL\omega$, $Z_C=\frac{1}{jC\omega}$

Η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$Z_{in}=R+Z_L+Z_C=R+jL\omega+\frac{1}{jC\omega}\Rightarrow$$

$$\boxed{Z_{in}=R+j\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)}$$

$$\Updownarrow$$

$$Z_{in}=|Z_{in}|\angle\varphi_{zin}$$

$$|Z_{in}|=\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2} \qquad \varphi_{zin}=\tan^{-1}\left(\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{R}\right)$$

$$\boxed{Z_{in}=\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}\angle\tan^{-1}\left(\frac{L\omega-\frac{1}{C\omega}}{R}\right)}$$

Το ρεύμα στο πεδίο της συχνότητας είναι:

$$I(j\omega)=\frac{V_{ev}\angle 0^\circ}{|Z_{in}|\angle\varphi_{zin}}=\boxed{\frac{V_{ev}}{|Z_{in}|}\angle-\varphi_{zin}}$$

Ανάλογα τις τιμές των ω, L, C, R το φ_{zin} μπορεί να είναι θετικό ή αρνητικό.

α) Αν $\varphi_{zin}>0$ τότε το ρεύμα καθυστερεί της τάσης, η οποία έχει φάση 0° και το κύκλωμα έχει **Επαγωγική συμπεριφορά**.

β) Αν $\varphi_{zin}<0$ τότε το ρεύμα προηγείται της τάσης και το κύκλωμα έχει **χωρητική συμπεριφορά**.

Άρα βλέπω ότι η φάση φ_{zin} μου επιτρέπει να γνωρίζω αν το κύκλωμα έχει επαγωγική ή χωρητική συμπεριφορά αφού μου περιγράφει την σχετική θέση της τάσης που εφαρμόζεται στο κύκλωμα σε σχέση με το ολικό ρεύμα.

Για να σχεδιάσω τα στρεφόμενα διανύσματα υπολογίζω τα $V_R(j\omega)$, $V_C(j\omega)$, $V_L(j\omega)$:

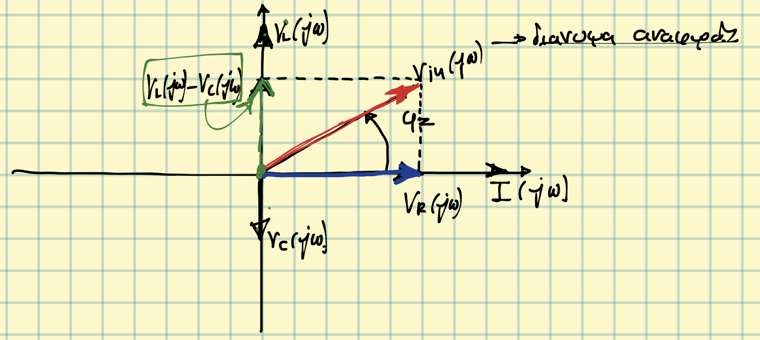
$$V_R(j\omega)=I(j\omega)\cdot R=\boxed{\frac{V_{ev}}{|Z_{in}|}\cdot R\angle-\varphi_{zin}}$$

$$V_C(j\omega)=I(j\omega)Z_C=\left(\frac{V_{ev}}{|Z_{in}|}\angle-\varphi_{zin}\right)\cdot\frac{1}{jC\omega}=\left(\frac{V_{ev}}{|Z_{in}|}\angle-\varphi_{zin}\right)\cdot\left(\frac{1}{C\omega}\angle-\frac{\pi}{2}\right)=\boxed{\frac{V_{ev}}{|Z_{in}|}\cdot\frac{1}{C\omega}\angle-\varphi_{zin}-\frac{\pi}{2}}$$

$$V_L(j\omega)=I(j\omega)\cdot Z_L=\left(\frac{V_{ev}}{|Z_{in}|}\angle-\varphi_{zin}\right)\cdot jL\omega=\left(\frac{V_{ev}}{|Z_{in}|}\angle-\varphi_{zin}\right)\left(L\omega\angle\frac{\pi}{2}\right)=\boxed{\frac{V_{ev}}{|Z_{in}|}\cdot L\omega\angle-\varphi_z+\frac{\pi}{2}}$$

Έστω $\varphi_{zin}>0$ τότε το διάγραμμα των στρεφόμενων διανυσμάτων είναι:

(Το διάνυσμα αναφοράς είναι η τάση)



Σύνοψη: Έστω $V_{in}=V_0\cos\omega t$, $i(t)=I_0\cos(\omega t-\varphi_{zin})$

Αν $\varphi_{zin}>0$ τότε το ρεύμα καθυστερεί της τάσης $\Rightarrow$ Επαγωγική συμπερ.

Αν $\varphi_{zin}<0$ —||— —||— προηγείται της τάσης $\Rightarrow$ Χωρητική συμπεριφ.

Γενικά: α) Το ρεύμα που διαρρέει ένα πηνίο καθυστερεί κατά $-\frac{\pi}{2}$ σε σχέση με την τάση που επικρατεί στα άκρα του.

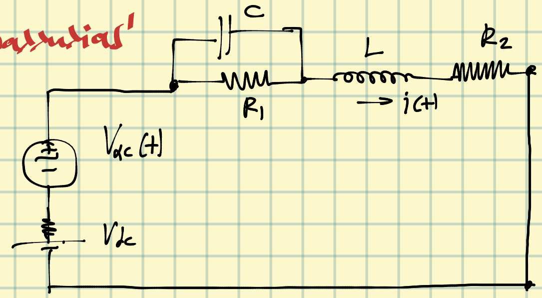
β) Το ρεύμα που διαρρέει έναν πυκνωτή προηγείται κατά $+\frac{\pi}{2}$ σε σχέση με την τάση στα άκρα του.

Άσκηση 20# "Θεώρημα Επαλληλίας"

Δεδομένα

$V_{ac}(t) = 40\sin(2000t)$

$V_{dc} = 30Volt$
$C = 0{,}5\mu F$
$R_1 = 1k\Omega$
$R_2 = 2k\Omega$
$L = 2H$

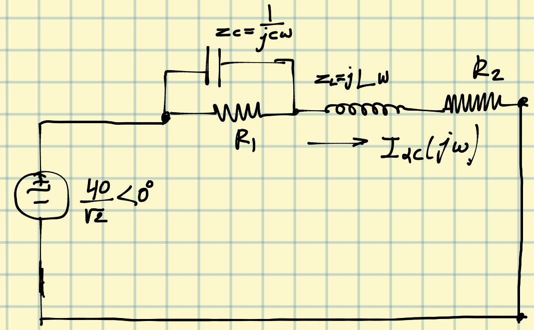


Ζητούμενα:

Να υπολογιστεί το max και το min ρεύμα που διαρρέει την R_2.

Λύση: Σύμφωνα με τη μέθοδο της επαλληλίας το κύκλωμα αναλύεται χωριστά για τις εναλλασσόμενες πηγές και χωριστά για τις DC πηγές και μετά τα αποτελέσματα (τάσεις, ρεύματα) τα προσθέτω αλγεβρικά στο πεδίο του χρόνου. Το ίδιο θα έκανα και αν στο κύκλωμά μου υπάρχουν πηγές με διαφορετική συχνότητα η κάθε μία. Για κάθε διαφορετική συχνότητα θα έλυνα ξεχωριστά το κύκλωμα στο πεδίο της εκάστοτε συχνότητας.

AC Ανάλυση: Η DC πηγή τάσης αντικαθίσταται με βραχυκύκλωμα, σε περίπτωση που υπάρχει εσωτερική αντίσταση για την πηγή την λαμβάνω υπ' όψιν μου. Έτσι το κύκλωμα στο πεδίο της συχνότητας γίνεται:



Υπολογίζω τη συνολική αντίσταση του κυκλώματος είναι

$$Z_{ολ} = Z_C // R_1 + Z_L + R_2 = \frac{Z_C \cdot R_1}{Z_C + R_1} + jL\omega + R_2 = \dots = \frac{R_1}{1+(R_1C\omega)^2} + R_2 + j\omega\left(\frac{-R_1^2C\omega}{1+(R_1C\omega)^2} + L\right) =$$

$$= \boxed{2500 + j3500} \quad [\Omega]$$

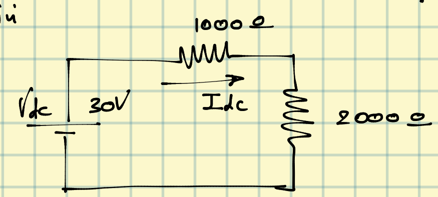
Επομένως $I_{ac}(j\omega) = \frac{V_{ac}(j\omega)}{Z_{ολ}} = \frac{40/\sqrt{2}}{2500 + j3500} = 0{,}0038 - 0{,}0054j =$

$$= \boxed{0{,}0066\angle -54{,}4623^\circ}$$

στο πεδίο του χρόνου θα έχω

$$\boxed{i_{ac}(t) = 0{,}0066\sqrt{2}\cdot \sin(2000t - 54{,}4623^\circ)} \quad (1)$$

DC Ανάλυση: Η AC πηγή τάσης γίνεται βραχυκύκλωμα, ο πυκνωτής γίνεται ανοιχτό κύκλωμα και το πηνίο βραχυκύκλωμα δηλαδή



$$I_{dc} = \frac{30}{3000} = 0{,}01 A$$

Άρα το συνολικό ρεύμα στο πεδίο του χρόνου είναι:

$i(t) = i_{ac}(t) + i_{dc} \Rightarrow$

$$\boxed{i(t) = 0{,}01 + 0{,}0066\sqrt{2}\sin(2000t - 54{,}4623^\circ)} \quad [A]$$

$I_{max} = 0{,}01 + 0{,}0066\sqrt{2}$ [A]

$I_{min} = 0{,}01 - 0{,}0066\sqrt{2}$ A

Άσκηση θεωρίας # (Επίλυση με τη μέθοδο των απλών βρόχων)

Δεδομένα

$v_1(t) = \sqrt{2}\cos\omega t \Rightarrow V_{rms1} = \frac{V_{01}}{\sqrt{2}} = 1\,volt$

$v_2(t) = 2\sqrt{2}\cos\omega t \Rightarrow V_{rms2} = 2\,volt$

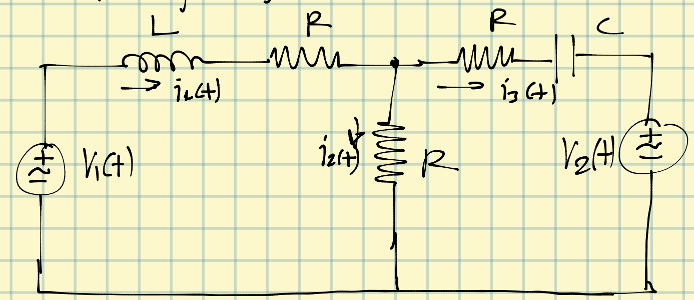
$\omega = 1\,rad/sec$
$R = 1\,\Omega$
$L = 1\,H$
$C = 1\,F$

$V_{ev} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$

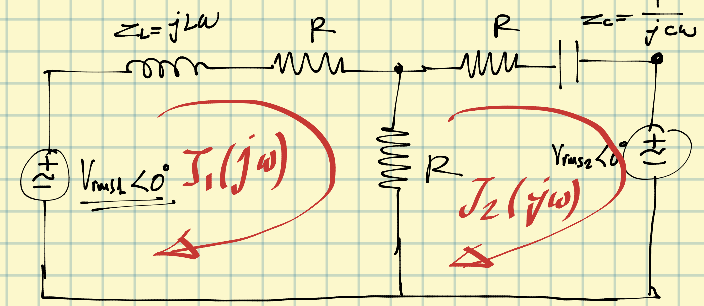
Ζητούμενο

Επίλυση του κυκλώματος με τη μέθοδο των απλών βρόχων

ΠΕΔΙΟ ΧΡΟΝΟΥ



ΠΕΔΙΟ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ



Μέθοδος απλών βρόχων:

$$\boxed{\begin{aligned} &V_{rms1} - J_1 Z_L - J_1 R - (J_1 - J_2)R = 0 \\ &-V_{rms2} - (J_2 - J_1)R - J_2 R - J_2 Z_C = 0 \end{aligned}} \Rightarrow \left.\begin{aligned} &1 - J_1(j+2) + J_2 = 0 \\ &-2 + J_1 + J_2(j-2) = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{J_1 = -0{,}25j} = 0{,}25\angle -90^\circ \qquad \boxed{J_1(t) = 0{,}25\cdot\sqrt{2}\cos(\omega t - 90^\circ)}$$

$$\boxed{J_2 = -0{,}75 - 0{,}5j} = 0{,}9014\angle 33{,}69^\circ \qquad \boxed{J_2(t) = 0{,}9014\cdot\sqrt{2}\cdot\cos(\omega t + 33{,}69^\circ)}$$

Άρα $i_1(t) = J_1(t)$
$i_2(t) = J_1(t) - J_2(t)$
$i_3(t) = J_2(t)$