

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 3

Στόχος: Παρουσίαση πινάκων στο MATLAB και εξοικείωση με τις εντολές εκτέλεσης βασικών πράξεων μεταξύ πινάκων.

Για την εισαγωγή ενός πίνακα A m γραμμών και n στηλών, το MATLAB προσφέρει τις ακόλουθες δύο δυνατότητες: Είτε να δηλώσουμε μεταξύ αγκυλών τα στοιχεία των γραμμών, αφήνοντας ένα κενό μεταξύ διαδοχικών στοιχείων της ίδιας γραμμής και διαχωρίζοντας τις γραμμές μεταξύ τους με ελληνικά ερωτηματικά, είτε να ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία, αντικαθιστώντας απλώς τα ερωτηματικά για τη διάκριση διαδοχικών γραμμών με πληκτρολόγηση του *enter*.

Δείτε τις δύο διαφορετικές δυνατότητες στην περίπτωση του πίνακα

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2.5 & -3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 3 \\ 0.98 & 5 & \pi - 2 \end{bmatrix}, \text{ διαστάσεων } 3 \times 4:$$

```
>> A=[1 2.5 -3 0;0 3 1 3;0.98 5 pi -2]
```

A =

```
1.0000 2.5000 -3.0000 0
0 3.0000 1.0000 3.0000
0.9800 5.0000 3.1416 -2.0000
```

```
>> A=[1 2.5 -3 0
0 3 1 3
0.98 5 pi -2]
```

A =

```
1.0000 2.5000 -3.0000 0
0 3.0000 1.0000 3.0000
0.9800 5.0000 3.1416 -2.0000
```

Για το διαχωρισμό των διαδοχικών στοιχείων μιας γραμμής μπορούμε εναλλακτικά να χρησιμοποιήσουμε κόμματα αντί κενών:

```
>> A=[1,2.5,-3,0;0,3,1,3;0.98,5,pi,-2]
```

A =

```
1.0000 2.5000 -3.0000 0
0 3.0000 1.0000 3.0000
0.9800 5.0000 3.1416 -2.0000
```

Για να ανακαλέσουμε κάποιο στοιχείο από έναν πίνακα, πληκτρολογούμε το όνομα του πίνακα ακολουθούμενο από παρένθεση με τους αριθμούς που δηλώνουν την αντίστοιχη γραμμή και στήλη, διακρινόμενους μεταξύ τους με κόμμα. Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι στον ανωτέρω πίνακα θέλουμε να απομονώσουμε τα στοιχεία που βρίσκονται στις θέσεις (3, 2) και (1, 4):

```
>> A(3,2),A(1,4)
```

```
ans =
```

```
5
```

```
ans =
```

```
0
```

Για να δηλωθεί ο αριθμός των γραμμών και εκείνος των στηλών ενός πίνακα A, χρησιμοποιούμε την εντολή *size*. Επί παραδείγματι,

```
>> size(A)
```

```
ans =
```

```
3 4
```

Δηλαδή 3×4.

Αν μας δοθεί ένας πίνακας B με τον ίδιο αριθμό γραμμών με τον A, μπορούμε να δημιουργήσουμε τον πίνακα [A B] (μεσολαβεί κενό μεταξύ A και B), στον οποίο οι πρώτες στήλες είναι αυτές του A και οι επόμενες του B. Έστω επί παραδείγματι

```
>> B=[1 3;0 4;1.2 -4];
```

Ο B είναι ένας πίνακας 3×2. Έχουμε:

```
>> [A B]
```

```
ans =
```

```
Columns 1 through 5
```

```
1.0000 2.5000 -3.0000 0 1.0000  
0 3.0000 1.0000 3.0000 0  
0.9800 5.0000 3.1416 -2.0000 1.2000
```

Column 6

```
3.0000
4.0000
-4.0000
```

```
>> size(ans)
```

```
ans =
```

```
3 6
```

Αν ο πίνακας B έχει όσες στήλες έχει ο A, η εντολή [A;B] θα δώσει έναν πίνακα του οποίου οι πρώτες γραμμές είναι του A και οι επόμενες του B. Έστω ότι ο B είναι ο 2×4 πίνακας

```
>> B=[1 -1 2 4;0 2 3 1];
```

Τότε:

```
>> [A;B]
```

```
ans =
```

```
1.0000 2.5000 -3.0000 0
0 3.0000 1.0000 3.0000
0.9800 5.0000 3.1416 -2.0000
1.0000 -1.0000 2.0000 4.0000
0 2.0000 3.0000 1.0000
```

```
>> size(ans)
```

```
ans =
```

```
5 4
```

Από έναν δοθέντα πίνακα μπορούμε να εξαγάγουμε ορισμένους υποπίνακες του ως εξής:

```
>> A(2,:),A(:,1),A(1:3,2:3)
```

```
ans =
```

```
0 3 1 3
```

```
ans =
```

```
1.0000
  0
0.9800
```

ans =

```
2.5000 -3.0000
3.0000  1.0000
5.0000  3.1416
```

Η πρώτη εντολή σημαίνει τον υποπίνακα που σχηματίζεται από τη δεύτερη γραμμή του A. Η δεύτερη εντολή αναφέρεται στον υποπίνακα που σχηματίζεται από την πρώτη στήλη του A. Τέλος, η τρίτη εντολή αναφέρεται στον υποπίνακα που σχηματίζεται αν πάρουμε τις γραμμές από ένα έως και τρία του A και τις στήλες από δύο έως και τρία.

Περνούμε στη συνέχεια στον ορισμό στοιχειωδών πράξεων μεταξύ πινάκων, θυμίζοντας ότι στις περιπτώσεις που προσθέτουμε και αφαιρούμε δύο πίνακες A και B, αυτοί οφείλουν να έχουν τις ίδιες ακριβώς διαστάσεις κάτι που θα έχουν και οι πίνακες A+B, A-B. Το γενικό στοιχείο s_{ij} των πινάκων A+B και A-B θα ισούται με $a_{ij} + b_{ij}$, $a_{ij} - b_{ij}$, αντίστοιχα, όπου a_{ij}, b_{ij} είναι τα γενικά στοιχεία των πινάκων A, B, αντίστοιχα. Επί πλέον το γινόμενο ενός αριθμού λ επί έναν πίνακα A θα δώσει ως αποτέλεσμα έναν πίνακα των ίδιων διαστάσεων με τον A, του οποίου το γενικό στοιχείο θα είναι λa_{ij} .

Έτσι, αν ο B δίνεται ως εξής:

```
>> B=[1 2 3 4;0 -1 4 3;-2 3 2 2];
```

θα έχουμε:

```
>> A+B,A-B,3*A,2*A-4*B
```

ans =

```
2.0000  4.5000    0  4.0000
  0  2.0000  5.0000  6.0000
-1.0200  8.0000  5.1416    0
```

ans =

```
  0  0.5000 -6.0000 -4.0000
  0  4.0000 -3.0000    0
2.9800  2.0000  1.1416 -4.0000
```

ans =

```
3.0000 7.5000 -9.0000 0
0 9.0000 3.0000 9.0000
2.9400 15.0000 9.4248 -6.0000
```

ans =

```
-2.0000 -3.0000 -18.0000 -16.0000
0 10.0000 -14.0000 -6.0000
9.9600 -2.0000 -1.7168 -12.0000
```

Θα κλείσουμε με αναφορά στο γινόμενο δύο πινάκων. Θυμίζουμε ότι το γινόμενο μεταξύ δύο πινάκων A και B , $A*B$, ορίζεται εφόσον οι στήλες του A είναι όσες και οι γραμμές του B . Έτσι, αν ο A είναι $m \times k$ και ο B είναι $k \times n$, ο $A*B$ θα είναι $m \times n$ και το γενικό του στοιχείο s_{ij} θα δίνεται από τη σχέση

$$s_{ij} = \sum_{r=1}^k a_{ir} b_{rj}$$

όπου φυσικά a_{ir} είναι τα στοιχεία της i γραμμής του A και b_{rj} είναι τα στοιχεία της j στήλης του B .

Στο επόμενο παράδειγμα, ο πίνακας B είναι ένας πίνακας 4×2 . Έχουμε:

```
>> B=[0 1;1 -1;2 3;1 1];
>> A*B
```

ans =

```
-3.5000 -10.5000
8.0000 3.0000
9.2832 3.4048
```

Εφόσον ένας πίνακας A είναι **τετραγωνικός** (ίσος αριθμός γραμμών και στηλών) μπορούμε να τον υψώσουμε σε φυσική δύναμη, με το αποτέλεσμα να ισούται ως γνωστόν με το γινόμενο του πίνακα επί τον εαυτό του τόσες φορές όσες δηλώνει ο εκθέτης. Δείτε το ακόλουθο παράδειγμα:

```
>> A=[1 2;-1 3];
>> A^2,A^3
```

ans =

```
-1  8  
-4  7
```

ans =

```
-9  22  
-11 13
```

ΑΣΚΗΣΗ. Να ορίσετε κατάλληλους πίνακες A,B,C ώστε να είναι εκτελέσιμες οι πράξεις στην επόμενη παράσταση, την οποία καλείστε να υπολογίσετε με τη βοήθεια του MATLAB:

$(A^2)*B-3*C+A*B*C$