



Τμήμα Μηχανολόγων  
Μηχανικών

Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

# Τεχνολογία Υλικών Ι

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών  
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

**Δρ. Σκλήρη Ευαγγελία**

- Η **αστοχία υλικών** είναι κρίσιμο πρόβλημα στη μηχανική σχεδίαση

Η αστοχία είναι συνήθως ανεπιθύμητη αλλά αναπόφευκτη

Κύριες αιτίες:

- κακός σχεδιασμός
- ακατάλληλη επεξεργασία όπως θερμικές κατεργασίες ή κατασκευαστικά σφάλματα
- φθορά κατά τη χρήση δηλαδή υποβάθμιση του υλικού με τον χρόνο.

Σημαντικό είναι η πρόβλεψη αστοχίας

**Κύριοι μηχανισμοί αστοχίας**

- **Θραύση (fracture)**
- **Κόπωση (fatigue)**
- **Ερπυσμός (creep)**

# Θραύση

## ❑ Θεμελιώδεις Αρχές Θραύσης

Θραύση είναι ο διαχωρισμός ενός σώματος σε 2 ή περισσότερα τμήματα λόγω τάσης  
Συμβαίνει

- σε **στατικά φορτία** (τάση η οποία είναι σταθερή ή μεταβάλλεται πολύ αργά με το χρόνο)
- Είτε λόγω **κόπωσης** (επίδραση κυκλικών τάσεων)
- ή λόγω **ερπυσμού** (χρονικά εξαρτώμενη παραμόρφωση)

❑ Δύο βασικοί τύποι:

### **όλκιμη θραύση (ductile)**

- μεγάλη πλαστική παραμόρφωση
- απορροφά πολλή ενέργεια

### **ψαθυρή θραύση (brittle)**

- σχεδόν καθόλου παραμόρφωση
- μικρή απορρόφηση ενέργειας

**Όλκιμη θραύση** → πιο ασφαλής (προειδοποίηση)

**Ψαθυρή θραύση** → επικίνδυνη (ξαφνική)

Η θραύση έχει 2 στάδια:

- δημιουργία ρωγμής
- διάδοση ρωγμής

# Θραύση

## ❑ Όλκιμη Θραύση

Προηγείται σημαντική πλαστική παραμόρφωση

Παρατηρείται στένωση (necking)

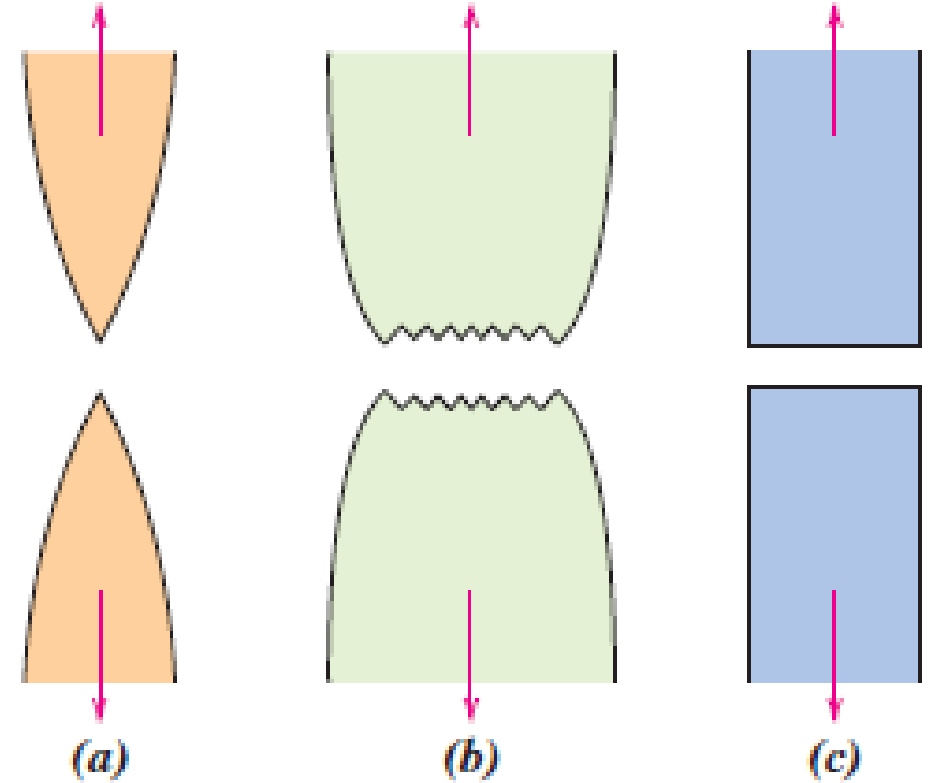
Μεγάλη μείωση διατομής

### (a) Ισχυρά όλκιμη θραύση

- Μεγάλη στένωση στη μέση
- Μεγάλη πλαστική παραμόρφωση
- Υψηλή απορρόφηση ενέργειας
- καθαρά όλκιμα μέταλλα (π.χ. καθαρός χαλκός), πολυμερή και ανόργανες υάλους σε υψηλότερες θερμοκρασίες

### (b) Μέτρια όλκιμη θραύση

- Υπάρχει μέτρια στένωση, αλλά όχι έντονη
- Η επιφάνεια θραύσης είναι πιο τραχιά/οδοντωτή
- Μέτρια πλαστική παραμόρφωση
- κοινά κράματα μετάλλων



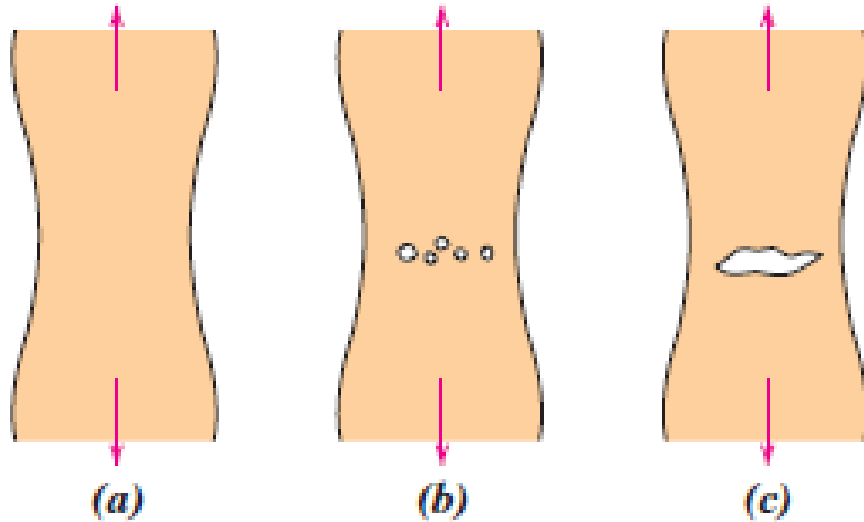
### (c) Ψαθυρή θραύση (brittle)

#### Καθόλου στένωση

- Σπάει σχεδόν χωρίς παραμόρφωση
- Επιφάνεια θραύσης επίπεδη
- Απότομη αστοχία
- κεραμικά, γυαλί

# Θραύση

## □ Όλκιμη Θραύση



### (a) Αρχική στένωση

Ξεκινά στένωση (necking)

Το υλικό έχει ήδη μπει σε πλαστική παραμόρφωση

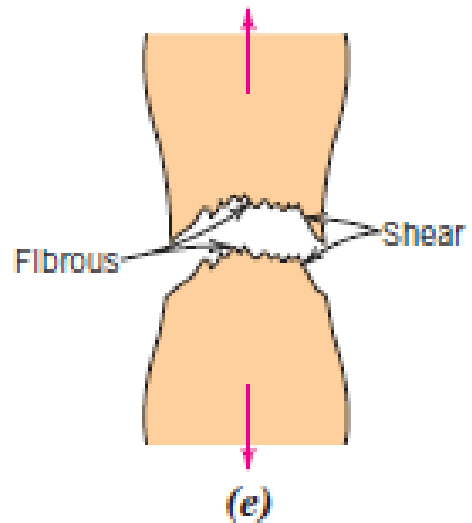
### (b) Σχηματισμός μικρών κοιλοτήτων

Δημιουργούνται μικροκοιλότητες (microvoids)

### (c) Συνένωση κοιλοτήτων και σχηματισμός ρωγμής

Οι κοιλότητες μεγαλώνουν και ενώνονται

Δημιουργείται αρχική ρωγμή



### (d) Διάδοση ρωγμής

Η ρωγμή επεκτείνεται στο εσωτερικό

Η θραύση αρχίζει να γίνεται εμφανής

### (e) Τελική διατμητική τάση

Τελική θραύση σε γωνία  $45^\circ$  ως προς τον άξονα εφελκυσμού

ινώδη (fibrous) επιφάνεια

Θραύση τύπου κυπέλλου - κώνου

# Θραυστογραφικές Μελέτες

## ❑ Μελέτη επιφάνειας θραύσης με SEM

Υψηλή ανάλυση

Μεγάλο βάθος πεδίου

Βλέπουμε τη μορφολογία της επιφάνειας θραύσης

- Δίνει πληροφορίες για:
  - μηχανισμό αστοχίας
  - σημείο έναρξης ρωγμής
  - είδος φόρτισης

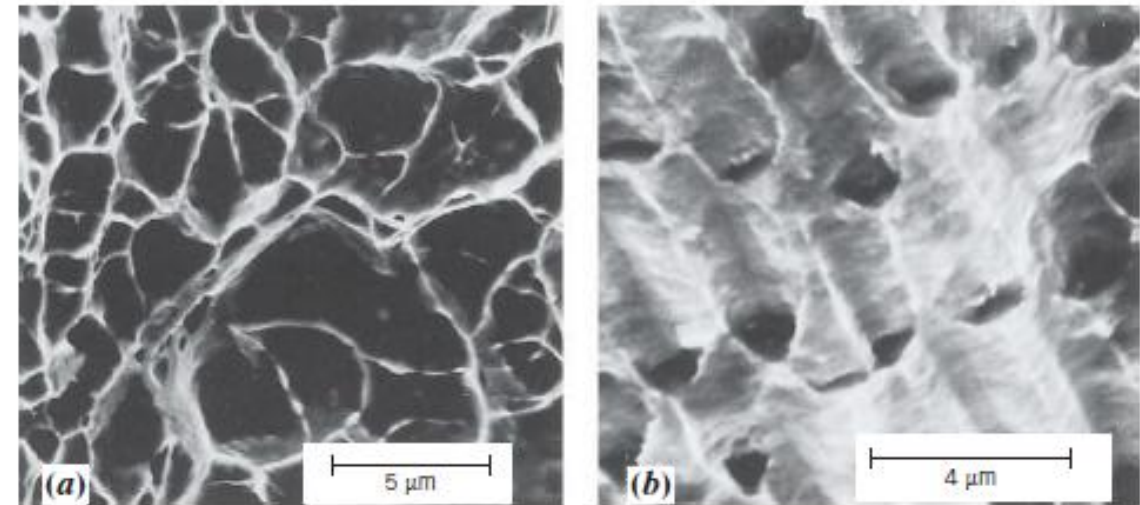


## Όλκιμη θραύση

- Πολλές σφαιρικές κοιλότητες (dimples)
- Κάθε σφαιρική κοιλότητα προέρχεται από μικροκενό που δημιουργήθηκε

Διαφορετικά σχήματα κοιλοτήτων

- Σφαιρικά → εφελκυσμός
- Επιμήκη / παραβολικού σχήματος (C-shaped) → διάτμηση



# Ψαθυρή θραύση

## ❑ Ψαθυρή θραύση

Θραύση χωρίς ουσιαστική πλαστική παραμόρφωση

Πολύ γρήγορη διάδοση ρωγμής

Ξαφνική και καταστροφική αστοχία

## Βασικά χαρακτηριστικά

Η ρωγμή κινείται σχεδόν **κάθετα στην τάση**

Επιφάνεια θραύσης

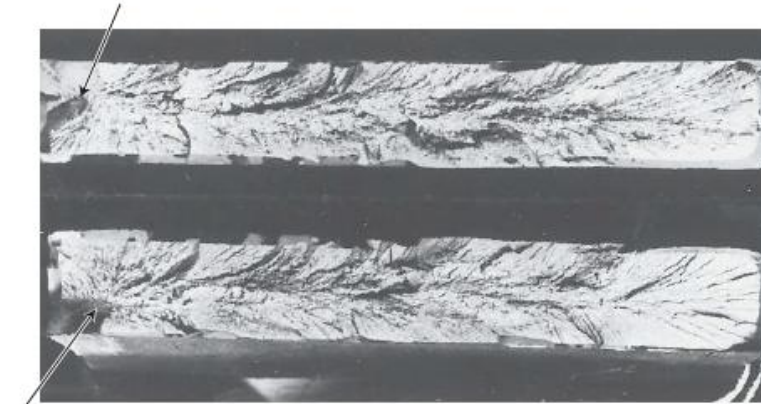
- σχετικά **επίπεδη**
- Δεν υπάρχει στένωση

## Χαρακτηριστικά μοτίβα θραύσης

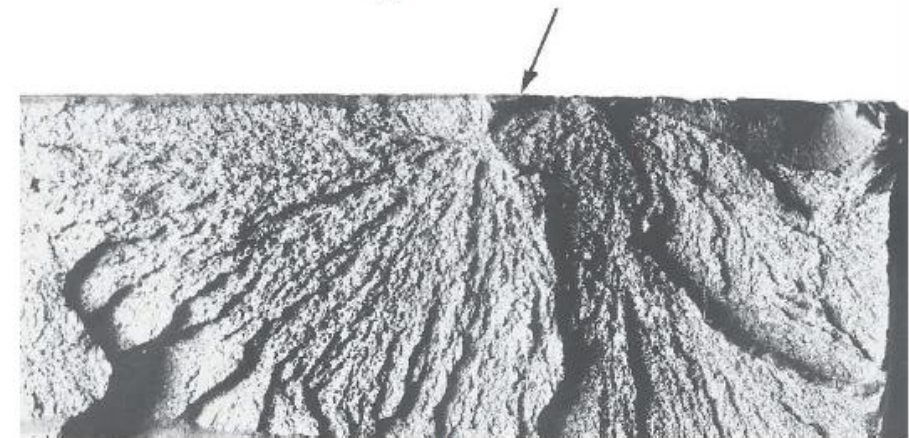
- **V-shape**

Σχήματα τύπου **V**

Στις εικόνες δεξιά βλέπουμε αυτές τις ακτινικές γραμμές που δείχνουν προς την αρχή της ρωγμής — αυτό είναι χαρακτηριστικό ψαθυρής θραύσης



(a)



(b)

## Ψαθυρή θραύση

- Δεν υπάρχει πλαστική παραμόρφωση
- Δεν σχηματίζονται σφαιρικές κοιλότητες και μικροκενά

# Ψαθυρή θραύση

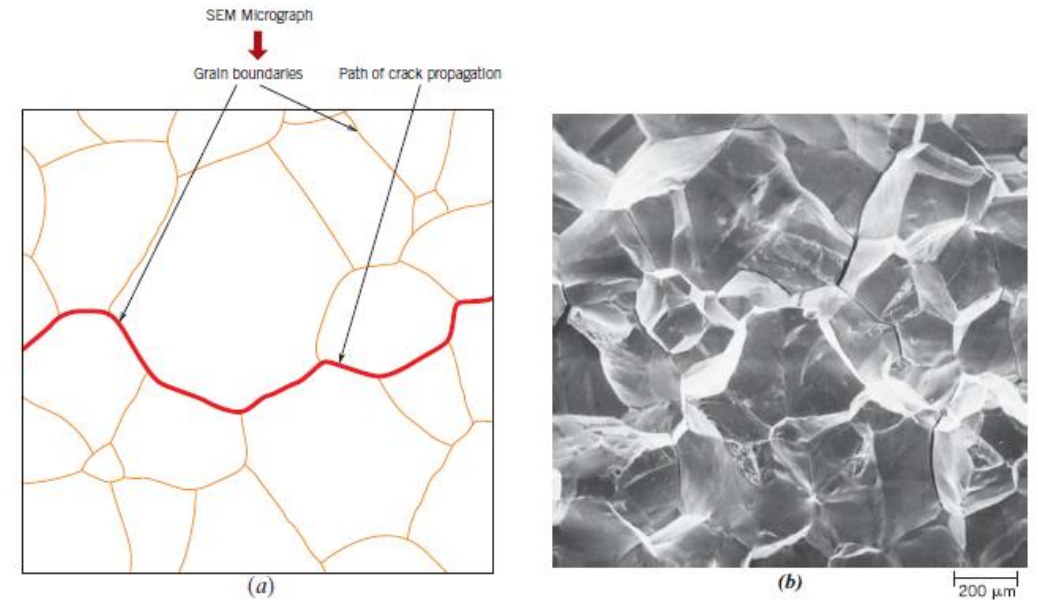
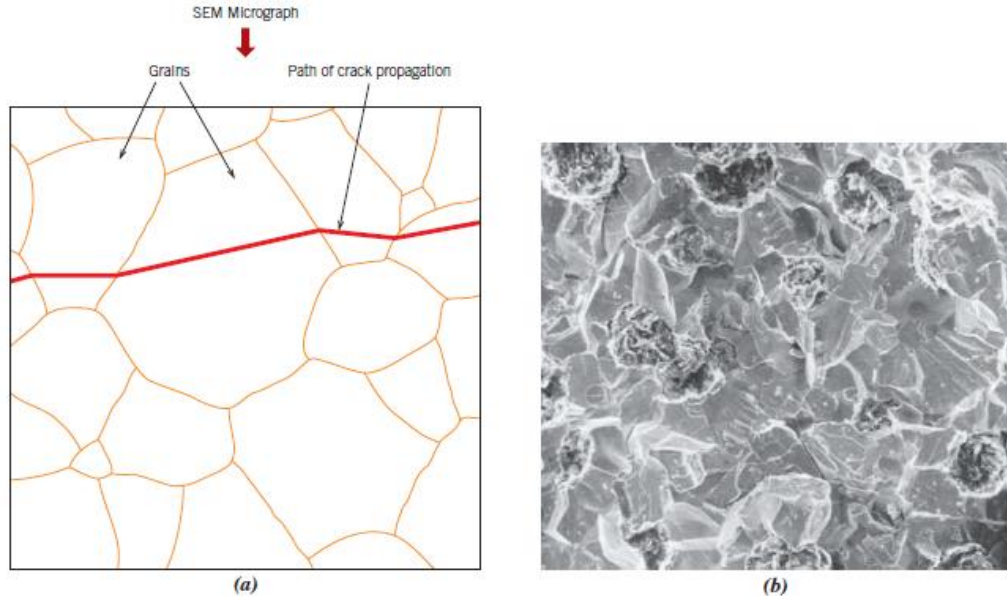
## ❑ Ψαθυρή θραύση σε κρυσταλλικά υλικά

### Ενδοκοκκώδης ή ενδοκρυσταλλική (transgranular fracture)

- Σπάσιμο δεσμών κατά μήκος συγκεκριμένων **κρυσταλλογραφικών επιπέδων**
- Η ρωγμή προχωρά διαμέσου των κόκκων

### Περικρυσταλλική (Intergranular fracture)

- Η ρωγμή κινείται κατά μήκος των **ορίων κόκκων**



# Συγκέντρωση Τάσεων

**Οι πραγματικές αντοχές θραύσης είναι πολύ μικρότερες από τις θεωρητικές**

Αυτό οφείλεται στην ύπαρξη:

- μικροσκοπικών ρωγμών (cracks)
- ατελειών

Οι ατέλειες υπάρχουν στην επιφάνεια και στο εσωτερικό του υλικού

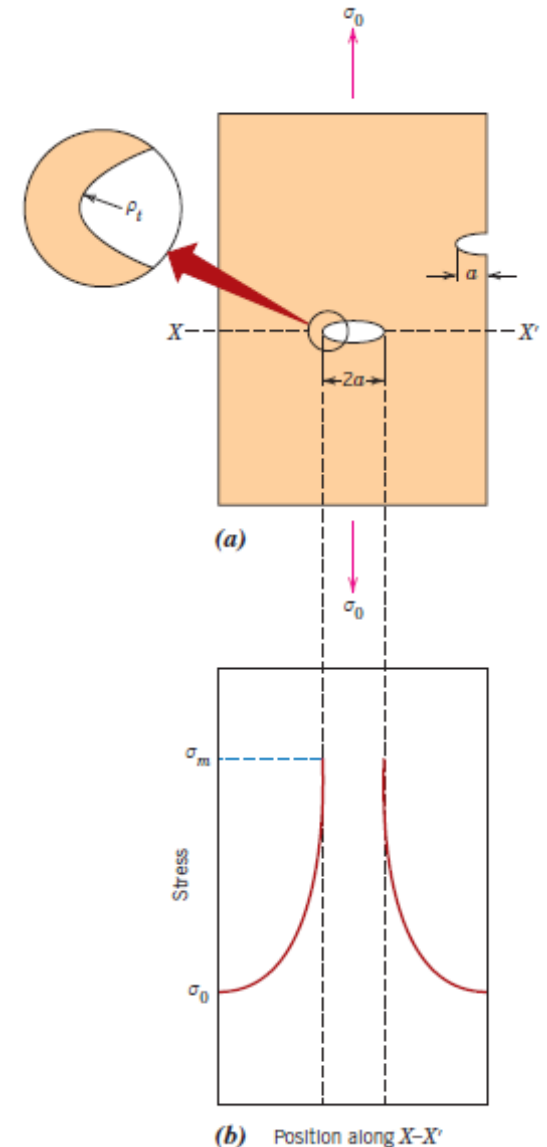
**Η εφαρμοζόμενη τάση συγκεντρώνεται στην κορυφή της ρωγμής**

Το μέγεθος της ενίσχυσης εξαρτάται από:

- το μήκος της ρωγμής
- τη γεωμετρία της

**Οι ρωγμές λειτουργούν ως ανυψωτές τάσεων (stress raisers)**

Η τάση είναι **μέγιστη στην κορυφή της ρωγμής** και μειώνεται με την απόσταση  
Μακριά από τη ρωγμή η τάση ισούται με την ονομαστική εφαρμοζόμενη τάση  $\sigma_0$



- ❑ Υπολογισμός της μέγιστης τάσης στο άκρο (αιχμή) της ρωγμής για εφελκυστική φόρτιση

$$\sigma_m = 2\sigma_0 \left( \frac{a}{\rho_t} \right)^{1/2}$$

Όπου:

$\sigma_0$  :ονομαστική εφαρμοζόμενη εφελκυστική τάση (MPa)

$\sigma_m$  :μέγιστη τάση στην κορυφή (MPa)

$a$ : μήκος ρωγμής (m)

$\rho_t$  :ακτίνα καμπυλότητας (m)

➤ Μικρό  $\rho_t$  →πολύ μεγάλη τάση

- ❑ Συντελεστής συγκέντρωσης τάσης (λόγος  $\frac{\sigma_m}{\sigma_0}$ )

$$K_t = \frac{\sigma_m}{\sigma_0} = 2 \left( \frac{a}{\rho_t} \right)^{1/2}$$

- Εκφράζει το μέτρο του βαθμού ενίσχυσης μιας εξωτερικά εφαρμοζόμενης τάσης στο άκρο της ρωγμής
- Ο συντελεστής  $K_t$  μας λέει πόσες φορές αυξάνεται η τάση λόγω της ρωγμής.

# Συγκέντρωση Τάσεων

Δεν αφορά μόνο μικρορωγμές:

- πόροι (voids)
- εγκλείσματα (inclusions)
- γρατσουνιές
- εγκοπές

Όλα λειτουργούν ως **ανυψωτές τάσεων**

**Εύθραυστα υλικά:**

- δεν υπάρχει πλαστική παραμόρφωση
- η τάση δεν κατανέμεται
- άρα υψηλή συγκέντρωση τάσης

**Όλκιμα υλικά:**

- εμφανίζεται πλαστική παραμόρφωση
- άρα η τάση κατανέμεται

## ❑ Κρίσιμη τάση θραύσης (Griffith)

Μας δείχνει πότε μια ρωγμή θα αρχίσει να διαδίδεται.

Η διάδοση της ρωγμής γίνεται όταν η ελαστική ενέργεια που απελευθερώνεται είναι αρκετή για να δημιουργήσει νέες επιφάνειες.

$$\sigma_c = \left( \frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right)^{1/2}$$

•  $E$  μέτρο ελαστικότητας (Pa)

•  $\gamma_s$  : επιφανειακή ενέργεια (J/m<sup>2</sup>)

•  $a$  : μήκος ρωγμής ! (m)

- Για επιφανειακή ρωγμή:  $a$  είναι όλο το μήκος της ρωγμής
- Για εσωτερική ρωγμή:  $a$  είναι το μισό του συνολικού μήκους της ρωγμής ( $2a$ )

όσο μεγαλώνει η ρωγμή → μικραίνει η αντοχή

Όλα τα εύθραυστα υλικά περιέχουν ρωγμές

- Όταν η τιμή της εφελκυστικής τάσης στα άκρα μιας ατέλειας υπερβεί την τιμή της κρίσιμης τάσης τότε η ρωγμή διαδίδεται → συμβαίνει θραύση

# Δυσθραυστότητα (Αντίσταση Θραύσης)

## Δυσθραυστότητα ( $K_c$ ) σε κατάσταση παραμόρφωσης τύπου I

Η δυσθραυστότητα ή αντίσταση θραύσης εκφράζει την ικανότητα ενός υλικού να αντιστέκεται στη διάδοση μιας ρωγμής. Είναι το όριο πέρα από το οποίο η ρωγμή μεγαλώνει και το υλικό σπάει.

$$K_c = Y \sigma_c \sqrt{\pi a}$$

δείχνει:

**αντοχή υλικού στη διάδοση ρωγμής**

Μονάδες: MPa√m

- μεγάλο  $K_c$  → ανθεκτικό υλικό
- μικρό  $K_c$  → εύθραυστο υλικό

$Y$  είναι αδιάστατος γεωμετρικός παράγοντας

Εξαρτάται από:

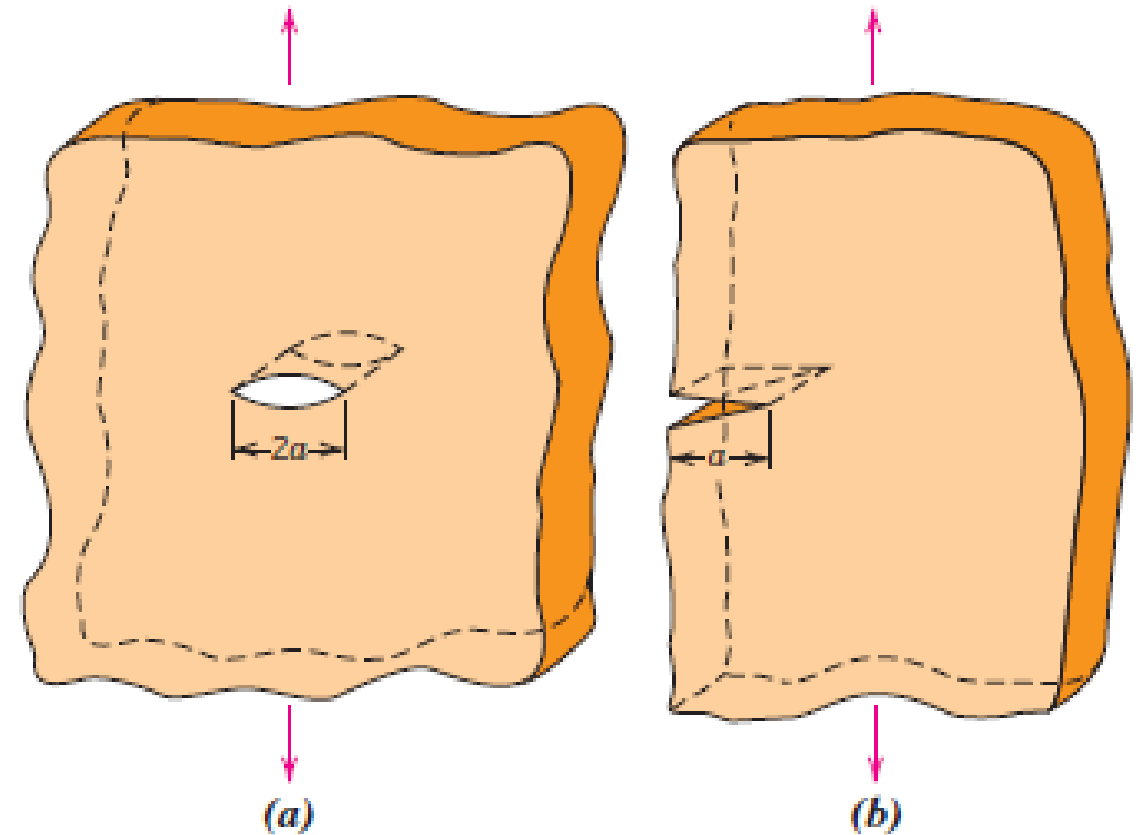
- γεωμετρία δοκιμίου
- σχήμα και θέση ρωγμής
- τρόπο φόρτισης

Συνήθως  $Y = 1$  (αλλιώς πρέπει να υπολογιστεί αν δεν δίνεται)

# Δυθραυστότητα (Αντίσταση Θραύσης)

Σχηματική αναπαράσταση (a) εσωτερικής ρωγμής σε επίπεδη πλάκα άπειρου πλάτους και (b) ρωγμής σε άκρο επίπεδης πλάκας ημι-απείρου πάχους.

- Άπειρη πλάκα με εσωτερική ρωγμή  
 $Y = 1.0$
- Ημι-άπειρου πλάτους πλάκα με επιφανειακή ρωγμή  
 $Y = 1.1$



Οι επιφανειακές ρωγμές είναι πιο επικίνδυνες από τις εσωτερικές.

Αν η ρωγμή είναι στην επιφάνεια  $\rightarrow$  μεγαλύτερη ενίσχυση τάσης  $\rightarrow$  πιο εύκολη θραύση.

# Δυθραυστότητα (Αντίσταση Θραύσης)

## □ Δυθραυστότητα σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης (Plane strain)

Για μεγάλα πάχη εμφανίζεται κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης (plane strain)

Σε μεγάλα πάχη, το υλικό δεν μπορεί να παραμορφωθεί ελεύθερα προς το πάχος.

Σε αυτή την περίπτωση το  $K_{Ic}$  γίνεται ανεξάρτητο του πάχους

$$K_{Ic} = Y\sigma_c\sqrt{\pi a}$$

Το  $K_{Ic}$  είναι: δυθραυστότητα σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης

### Mode I

Το I δηλώνει Mode I

Mode I: (άνοιγμα ρωγμής) η πιο συνηθισμένη μορφή θραύσης

Mode II : Ολίσθηση

Mode III: Απόσχιση

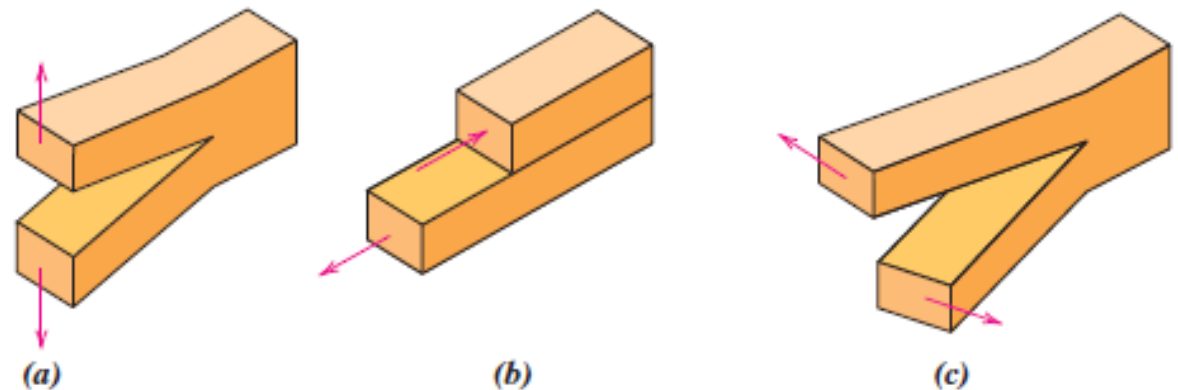
### Εύθραυστα vs όλκιμα

•Εύθραυστα υλικά:

- χαμηλό  $K_{Ic}$
- θραύση χωρίς πλαστική παραμόρφωση

•Όλκιμα υλικά:

- υψηλότερο  $K_{Ic}$
- μεγαλύτερη αντίσταση στη θραύση



# Δυθραυστότητα (Αντίσταση Θραύσης)

## Παράγοντες που επηρεάζουν $K_{Ic}$

- θερμοκρασία
- ρυθμός παραμόρφωσης
- μικροδομή

Το  $K_{Ic}$  μειώνεται:

- με αύξηση ρυθμού παραμόρφωσης
- με μείωση θερμοκρασίας

αύξηση αντοχής (π.χ. σκλήρυνση) → συχνά μειώνει το  $K_{Ic}$   
μείωση μεγέθους κόκκων → αυξάνει το  $K_{Ic}$

Η θραύση εξαρτάται από:

- το υλικό ( $K_{Ic}$ )
- το μέγεθος της ρωγμής ( $a$ )
- τη γεωμετρία ( $Y$ )

Το  $K_{Ic}$  είναι η βασική ιδιότητα που μας λέει πόσο ανθεκτικό είναι ένα υλικό σε ρωγμές

# Δυθραυστότητα (Αντίσταση Θραύσης)

<i>Material</i>	<i>Yield Strength</i>		<i>K<sub>Ic</sub></i>	
	<i>MPa</i>	<i>ksi</i>	<i>MPa√m</i>	<i>ksi√in.</i>
<b><i>Metals</i></b>				
Aluminum alloy <sup>a</sup> (7075-T651)	495	72	24	22
Aluminum alloy <sup>a</sup> (2024-T3)	345	50	44	40
Titanium alloy <sup>a</sup> (Ti-6Al-4V)	910	132	55	50
Alloy steel <sup>a</sup> (4340 tempered @ 260°C)	1640	238	50.0	45.8
Alloy steel <sup>a</sup> (4340 tempered @ 425°C)	1420	206	87.4	80.0
<b><i>Ceramics</i></b>				
Concrete	—	—	0.2–1.4	0.18–1.27
Soda-lime glass	—	—	0.7–0.8	0.64–0.73
Aluminum oxide	—	—	2.7–5.0	2.5–4.6
<b><i>Polymers</i></b>				
Polystyrene (PS)	25.0–69.0	3.63–10.0	0.7–1.1	0.64–1.0
Poly(methyl methacrylate) (PMMA)	53.8–73.1	7.8–10.6	0.7–1.6	0.64–1.5
Polycarbonate (PC)	62.1	9.0	2.2	2.0

<sup>a</sup>Source: Reprinted with permission, *Advanced Materials and Processes*, ASM International, © 1990.

# Σχεδιασμός μέσω Θραυστομηχανικής

Για τον σχεδιασμό έναντι θραύσης λαμβάνονται υπόψη:

- δυσθραυστότητα  $K_c$  ή  $K_{Ic}$
- εφαρμοζόμενη τάση  $\sigma$
- μέγεθος ρωγμής  $a$

Οι τρεις αυτές παράμετροι καθορίζουν **αν θα συμβεί θραύση**

➤ Αν το εφαρμοζόμενο  $K$  ξεπεράσει το  $K_c$ , τότε η ρωγμή διαδίδεται.

Η επιλογή υλικού ( $K_c$  ή  $K_{Ic}$ ) καθορίζεται από:

- βάρος
- αντοχή στη διάβρωση

Το μέγεθος ρωγμών:

- μετριέται
- ή περιορίζεται από τεχνικές ελέγχου

Στόχος στον σχεδιασμό δεν είναι να μην υπάρχουν ρωγμές, αλλά να είναι αρκετά μικρές ώστε να μην οδηγήσουν σε θραύση.

# Σχεδιασμός μέσω Θραυστομηχανικής

## Υπολογισμός της τάσης σχεδιασμού

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic}}{Y\sqrt{\pi a}}$$

$\sigma_c$ : MPa (ή Pa)

$K_{Ic}$ : MPa $\sqrt{m}$

$Y$ : αδιάστατο

$a$ : m

Δίνει:

• τη μέγιστη επιτρεπτή τάση  
για δεδομένο μέγεθος ρωγμής

- $\sigma < \sigma_c \rightarrow$ ασφαλές
- $\sigma \geq \sigma_c \rightarrow$ θραύση

## Υπολογισμός του μέγιστου επιτρεπτού μήκους ρωγμής

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma Y} \right)^2$$

- $a < a_c \rightarrow$ ασφαλές
- $a \geq a_c \rightarrow$ θραύση

# Σχεδιασμός μέσω Θραυστομηχανικής

## Μη καταστροφικές μέθοδοι δοκιμών NDT (Non Destructive Testing)

Τεχνικές ανίχνευσης ρωγμών:

- SEM
- ultrasonics
- X-ray

Χρησιμοποιούνται για έλεγχο κατασκευών και πρόληψη αστοχίας

Ανιχνεύουν επιφανειακές ρωγμές και εσωτερικές ατέλειες χωρίς καταστροφή υλικού

## Εφαρμογές

- Δομικά εξαρτήματα σε λειτουργία
- Έλεγχος ποιότητας
- Βιομηχανικές εγκαταστάσεις  
π.χ. αγωγοί πετρελαίου

Ο σχεδιασμός βασίζεται στη σχέση μεταξύ:

- τάσης
- μεγέθους ρωγμής
- ιδιοτήτων υλικού

## Άσκηση:

Ποιο είναι το μέγεθος της μέγιστης τάσης που υφίσταται στο άκρο εσωτερικής ρωγμής με ακτίνα καμπυλότητας  $2.5 \times 10^{-4}$  mm και μήκος ρωγμής  $2.5 \times 10^{-2}$  mm, όταν εφαρμόζεται εφελκυστική τάση 170 MPa;

## Απάντηση:

Το πρόβλημα ζητά να υπολογιστεί το μέγεθος της μέγιστης τάσης που εμφανίζεται στην κορυφή μιας εσωτερικής ρωγμής.

!!! το  $a$  ορίζεται ως **το μισό μήκος της ρωγμής γιατί είναι εσωτερική ρωγμή !!!**

$$\sigma_m = 2\sigma_0 \left( \frac{a}{\rho_t} \right)^{1/2}$$

$$= (2)(170 \text{ MPa}) \left[ \frac{2.5 \times 10^{-2} \text{ mm}}{2.5 \times 10^{-4} \text{ mm}} \right]^{1/2} = 2404 \text{ MPa}$$

## Άσκηση:

Ένα εξάρτημα από πολυστυρόλιο δεν πρέπει να αστοχήσει κάτω από την επίδραση εφελκυστικής τάσης 1.25 MPa. Προσδιορίστε το μέγιστο επιτρεπτό μήκος επιφανειακής ρωγμής, εάν η επιφανειακή ενέργεια του πολυστυρολίου είναι  $0.50 \text{ J/m}^2$ . Υποθέστε μέτρο ελαστικότητας 3.0 Gpa.

## Απάντηση:

Λαμβάνοντας ως τιμή για το μέτρο ελαστικότητας τα 3.0 GPa και επιλύοντας ως προς  $a$ , προκύπτει:

$$a = \frac{2E\gamma_s}{\pi\sigma_c^2} = \frac{(2)(3 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(0.50 \text{ N/m})}{(\pi)(1.25 \times 10^6 \text{ N/m}^2)^2}$$
$$= 6.1 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.61 \text{ mm} \text{ (0.024 in.)}$$

## Άσκηση:

Κάποιο εξάρτημα αεροσκάφους έχει κατασκευαστεί από ένα κράμα αλουμινίου που έχει δυθραυστότητα σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης ίση με  $35 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Έχει προσδιοριστεί ότι η θραύση επέρχεται σε τάση  $250 \text{ MPa}$ , όταν το μέγιστο (ή κρίσιμο) μήκος εσωτερικής ρωγμής είναι  $2.0 \text{ mm}$ . Εξετάστε κατά πόσον θα επέλθει θραύση στο ίδιο εξάρτημα και κράμα, σε επίπεδο τάσης  $325 \text{ MPa}$  όταν το μέγιστο της εσωτερικής ρωγμής είναι  $1.0 \text{ mm}$ . Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

## Απάντηση:

Χρησιμοποιούμε μια γνωστή περίπτωση θραύσης για να βρούμε το  $Y$  και μετά ελέγχουμε αν στη νέα περίπτωση θα σπάσει.

$$Y = \frac{K_{Ic}}{\sigma\sqrt{\pi a}} = \frac{35 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{(250 \text{ MPa})\sqrt{(\pi)\left(\frac{2 \times 10^{-3} \text{ m}}{2}\right)}} = 2.50$$

Τώρα θα υπολογίσουμε το γινόμενο  $Y\sigma\sqrt{\pi a}$  για το δεύτερο σύνολο συνθηκών, ώστε να διαπιστώσουμε αν αυτή η τιμή είναι μεγαλύτερη από το  $K_{Ic}$  του κράματος.

$$Y\sigma\sqrt{\pi a} = (2.50)(325 \text{ MPa})\sqrt{(\pi)\left(\frac{1 \times 10^{-3} \text{ m}}{2}\right)} = 32.2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

Επομένως, δεν θα συμβεί θραύση, καθώς αυτή η τιμή είναι μικρότερη από το  $K_{Ic}$  του υλικού.

## Άσκηση:

Ένα δομικό εξάρτημα κατασκευάζεται από κράμα το οποίο έχει δυθραυστότητα σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης ίση με  $45 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Έχει προσδιοριστεί ότι το συγκεκριμένο εξάρτημα αστοχεί σε τάση  $300 \text{ MPa}$  όταν το μέγιστο της επιφανειακής ρωγμής είναι  $0.95 \text{ mm}$ . Υπολογίστε το μέγιστο επιτρεπτό μήκος επιφανειακής ρωγμής (που δεν οδηγεί σε αστοχία) για το ίδιο εξάρτημα, όταν υπόκειται σε τάση  $300 \text{ MPa}$ , αλλά είναι κατασκευασμένο από διαφορετικό κράμα, το οποίο έχει δυθραυστότητα σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης ίση με  $57.7 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

# Αρχές Θραυστομηχανικής

**Απάντηση:**

Δυθραυστότητα σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης

$$K_{IC1} = 45 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

$$\sigma = 300 \text{ MPa}$$

$$a_1 = 0.95 \text{ mm} = 9.5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$K_{IC} = Y\sigma\sqrt{\pi a}$$

**Βρίσκω Y:**

$$Y = \frac{K_{IC1}}{\sigma\sqrt{\pi a_1}}$$

$$Y = \frac{45}{300 \cdot \sqrt{\pi \cdot 9.5 \times 10^{-4}}}$$

$$\sqrt{\pi \cdot 9.5 \times 10^{-4}} = 0.0546$$

$$Y = \frac{45}{300 \cdot 0.0546} = \frac{45}{16.38} = 2.75$$

# Αρχές Θραυστομηχανικής

**Απάντηση:**

Χρησιμοποιούμε:

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma Y} \right)^2$$

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{57.7}{300 \cdot 275} \right)^2$$

$$a_c = \frac{0.0049}{\pi} = 0.00156 \text{ m}$$

**Το μέγιστο επιτρεπτό μήκος ρωγμής είναι  $a_c = 1.56 \text{ mm}$**

Μεγαλύτερο  $K_{Ic} \rightarrow$  αντέχει μεγαλύτερη ρωγμή Όντως αυξήθηκε από **0.95 mm  $\rightarrow$  1.56 mm**

## Άσκηση:

Υπολογίστε την θεωρητική αντοχή θραύσης ενός ψαθυρού υλικού, εάν είναι γνωστό ότι η θραύση επέρχεται λόγω της διάδοσης εσωτερικής ρωγμής ελλειπτικού σχήματος μήκους  $0.25 \text{ mm}$ , που έχει ακτίνα καμπυλότητας  $1.2 \times 10^{-3} \text{ mm}$ , κατά την εφαρμογή τάσης  $1200 \text{ MPa}$ .

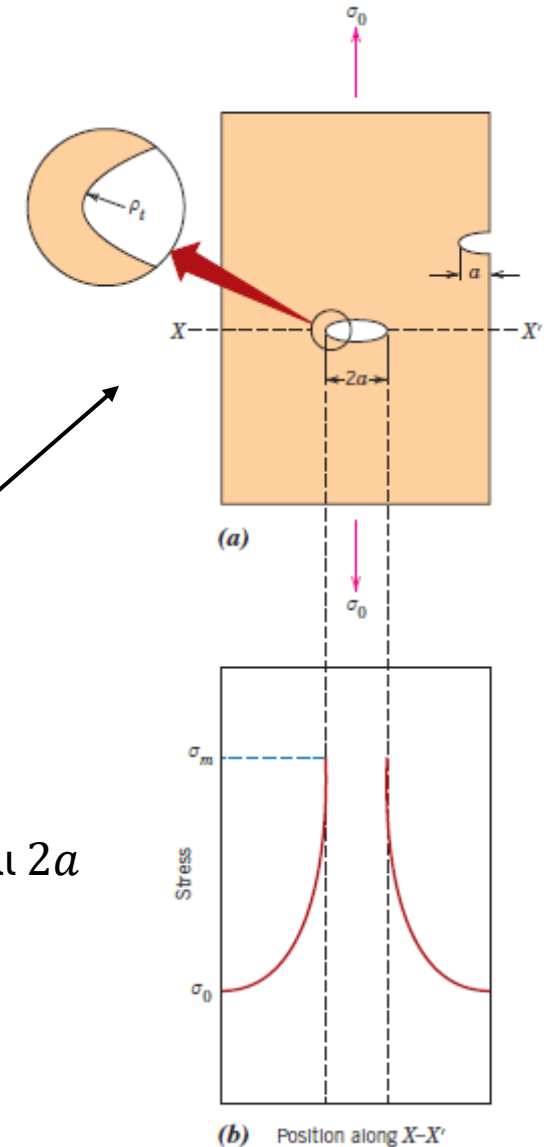
# Αρχές Θραυστομηχανικής

Απάντηση:

$$\rho_t = 1.2 \times 10^{-3} \text{ mm} = 1.2 \times 10^{-6} \text{ m}$$
$$\sigma_0 = 1200 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = 2\sigma_0 \left( \frac{a}{\rho_t} \right)^{1/2} = 2 \cdot 1200 \text{ MPa} \left( \frac{0.25 \cdot 10^{-4} \text{ m}}{1.2 \times 10^{-6} \text{ m}} \right)^{1/2} = 24480 \text{ MPa}$$

- Για εσωτερική ρωγμή: το συνολικό μήκος είναι  $2a$
- Για επιφανειακή ρωγμή: το μήκος είναι  $a$



# Αρχές Θραυστομηχανικής

## Άσκηση:

Εάν η ειδική επιφανειακή ενέργεια ασβεστολιθικής υάλου (soda-lime glass) είναι  $0.30 \text{ J/m}^2$ , υπολογίστε χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα, την κρίσιμη τάση που απαιτείται για την διάδοση επιφανειακής ρωγμής μήκους  $0.05 \text{ mm}$ .

<i>Material</i>	<i>Flexural Strength</i>		<i>Modulus of Elasticity</i>	
	<i>MPa</i>	<i>ksi</i>	<i>GPa</i>	<i>10<sup>6</sup> psi</i>
Silicon nitride ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ )	250–1000	35–145	304	44
Zirconia <sup>a</sup> ( $\text{ZrO}_2$ )	800–1500	115–215	205	30
Silicon carbide ( $\text{SiC}$ )	100–820	15–120	345	50
Aluminum oxide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )	275–700	40–100	393	57
Glass-ceramic (Pyroceram)	247	36	120	17
Mullite ( $3\text{Al}_2\text{O}_3\text{-}2\text{SiO}_2$ )	185	27	145	21
Spinel ( $\text{MgAl}_2\text{O}_4$ )	110–245	16–35.5	260	38
Magnesium oxide ( $\text{MgO}$ )	105 <sup>b</sup>	15 <sup>b</sup>	225	33
Fused silica ( $\text{SiO}_2$ )	110	16	73	11
Soda-lime glass	69	10	69	10

<sup>a</sup>Partially stabilized with 3 mol%  $\text{Y}_2\text{O}_3$ .

<sup>b</sup>Sintered and containing approximately 5% porosity.

# Αρχές Θραυστομηχανικής

Απάντηση:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}}$$

•  $\gamma_s = 0.30 \text{ J/m}^2 = 0.30 \text{ N/m}$

•  $a = 0.05 \text{ mm}$

**Επιφανειακή ρωγμή  $\rightarrow \alpha$  (δεν διαιρούμε !)**

$E = 69 \cdot 10^9 \text{ Pa}$

$$\sigma_c = \left( \frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right)^{1/2}$$

$$= \left[ \frac{(2)(69 \times 10^9 \text{ N/m}^2)(0.30 \text{ N/m})}{(\pi)(0.05 \times 10^{-3} \text{ m})} \right]^{1/2} = 16.2 \times 10^6 \text{ N/m}^2 = 16.2 \text{ MPa}$$

## Άσκηση:

Δοκίμιο χάλυβα του κράματος 4340 που έχει δυθραυστότητα σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης ίση με  $45 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , υπόκειται σε τάση  $1000 \text{ MPa}$ . Εξετάστε αν το δοκίμιο θα οδηγήσει θραύση εάν είναι γνωστό ότι το μήκος της μεγαλύτερης επιφανειακής ρωγμής είναι  $0.75 \text{ mm}$ . Δικαιολογείστε την απάντησή σας. Υποθέστε ότι η παράμετρος  $Y$  είναι 1.

Απάντηση:

$$\begin{aligned}K_{Ic} &= 45 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} \\ \sigma &= 1000 \text{ MPa} \\ a &= 0.75 \text{ mm} = 0.75 \times 10^{-3} \text{ m} \\ Y &= 1\end{aligned}$$

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic}}{Y\sqrt{\pi a}} = \frac{45 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{(1.0)\sqrt{(\pi)(0.75 \times 10^{-3} \text{ m})}} = 927 \text{ MPa}$$

Επειδή  $\sigma > \sigma_c$  ( $1000 \text{ MPa} > 927 \text{ MPa}$ )  $\rightarrow$  άρα σπάει γιατί είναι η εφαρμοζόμενη τάση μεγαλύτερη από την κρίσιμη τάση

## Άσκηση:

Μια μεγάλη επίπεδη πλάκα κατασκευάζεται από κράμα χάλυβα που έχει δυθραυστότητα σε κατάσταση επίπεδης παραμόρφωσης ίση με  $55\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Εάν κατά την διάρκεια της λειτουργία της, η πλάκα εκτείθεται σε εφελκυστική τάση  $200\text{MPa}$ , προσδιορίστε το ελάχιστο μήκος επιφανειακής ρωγμής που θα οδηγήσει σε θραύση. Υποθέστε την τιμή 1.0 για το  $Y$ .

# Αρχές Θραυστομηχανικής

Απάντηση:

Το ελάχιστο μήκος που προκαλεί θραύση είναι ίσο με το κρίσιμο μήκος.

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{Y\sigma} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{55 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{(1.0)(200 \text{ MPa})} \right]^2 = 0.024 \text{ m} = 24 \text{ mm}$$

## Άσκηση:

Ένα δοκίμιο εξάρτημα της μορφής μεγάλης επίπεδης πλάκας πρόκειται να κατασκευαστεί από κράμα χάλυβα που έχει δυθραυστότητα επίπεδης παραμόρφωσης ίση με  $77.0 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  και αντοχή διαρροής ίση με  $1400 \text{ MPa}$ . Το όριο μικρής – ρωγμής που αποτελεί τη διακριτική ικανότητα της συσκευής ανίχνευσης ρωγμών είναι  $4.0 \text{ mm}$ . Εάν η τάση σχεδιασμού είναι το ήμισυ της αντοχής διαρροής και η τιμή του  $Y$  είναι  $1.0$ , προσδιορίστε κατά πόσον μια κρίσιμη ρωγμή για τη συγκεκριμένη πλάκα υπόκειται σε ανίχνευση.

# Αρχές Θραυστομηχανικής

Απάντηση:

$$K_{IC} = 77 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$
$$\sigma_y = 1400 \text{ MPa}$$

Τάση σχεδιασμού:

$$\sigma = \frac{1}{2} \sigma_y = 700 \text{ MPa}$$

$$Y = 1$$

Όριο ανίχνευσης ρωγμής:  $a_{det} = 4.0 \text{ mm}$

$$K_{IC} = Y\sigma\sqrt{\pi a}$$

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{IC}}{Y\sigma} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left[ \frac{77 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}}{(1.0) \left( \frac{1400 \text{ MPa}}{2} \right)} \right]^2 = 0.0039 \text{ m} = 3.9 \text{ mm}$$

!Η κρίσιμη ρωγμή είναι **μικρότερη** από το όριο ανίχνευσης (4.0 mm)

!Η ρωγμή θα προκαλέσει θραύση **πριν μπορέσει να ανιχνευτεί**

Figures adapted from:

Materials Science and Engineering: An Introduction (W. D. Callister Jr. & D. Rethwisch),  
10th ed., Chapter 8.