



Τμήμα Μηχανολόγων  
Μηχανικών

Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

# Τεχνολογία Υλικών Ι

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών  
Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο

**Δρ. Σκλήρη Ευαγγελία**

# Μηχανικές Ιδιότητες των Μετάλλων

## □ Γιατί μελετάμε τις μηχανικές ιδιότητες των μετάλλων

Οι μηχανικοί πρέπει να γνωρίζουν πώς ανταποκρίνονται τα υλικά σε φορτία ή δυνάμεις.

Οι μηχανικές ιδιότητες δείχνουν:

- πόσο παραμορφώνεται ένα υλικό
- πότε αστοχεί ή σπάει.

Η γνώση αυτών των ιδιοτήτων είναι απαραίτητη για τον σχεδιασμό κατασκευών και εξαρτημάτων.

Στόχος είναι να αποφευχθούν:

- υπερβολικές παραμορφώσεις
- μηχανική αστοχία

# Μηχανική Συμπεριφορά Υλικών

- Η **μηχανική συμπεριφορά** των υλικών αντανακλά την απόκρισή τους ή αλλιώς την παραμόρφωση τους σε σχέση με το εφαρμοζόμενο φορτίο ή δύναμη.

Παραδείγματα:

- κράματα αλουμινίου – πτερύγια αεροπλάνων - υψηλή αντοχή / μικρό βάρος.
- χάλυβες – άξονες τροχών αυτοκινήτων - υψηλή αντοχή / ανθεκτικότητα.

Βασικές μηχανικές ιδιότητες:

- **Σκληρότητα (Hardness)**
- **Αντοχή (Strength)**
- **Δυσκαμψία (Stiffness)**
- **Ολκιμότητα (Ductility)**
- **Ανθεκτικότητα σε θραύση (Toughness)**

Οι ιδιότητες αυτές προσδιορίζονται μέσω πειραματικών δοκιμών.

# Μηχανική Συμπεριφορά Υλικών

## Παράγοντες που επηρεάζουν τη μηχανική συμπεριφορά

Οι μηχανικές δοκιμές σχεδιάζονται ώστε να προσομοιώνουν τις πραγματικές συνθήκες λειτουργίας.

Σημαντικοί παράγοντες:

- είδος φορτίου (εφελκυστικό, θλιπτικό, διατμητικό)
- διάρκεια εφαρμογής (κλάσματα δευτερολέπτων έως παρατεταμένες περιόδους ετών)
- περιβαλλοντικές συνθήκες
- Θερμοκρασία
- είδος τάσης

## Τύποι φορτίων

Οι τρεις βασικοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να εφαρμοστεί ένα φορτίο

- **εφελκυσμός**
- **θλίψη**
- **διάτμηση**

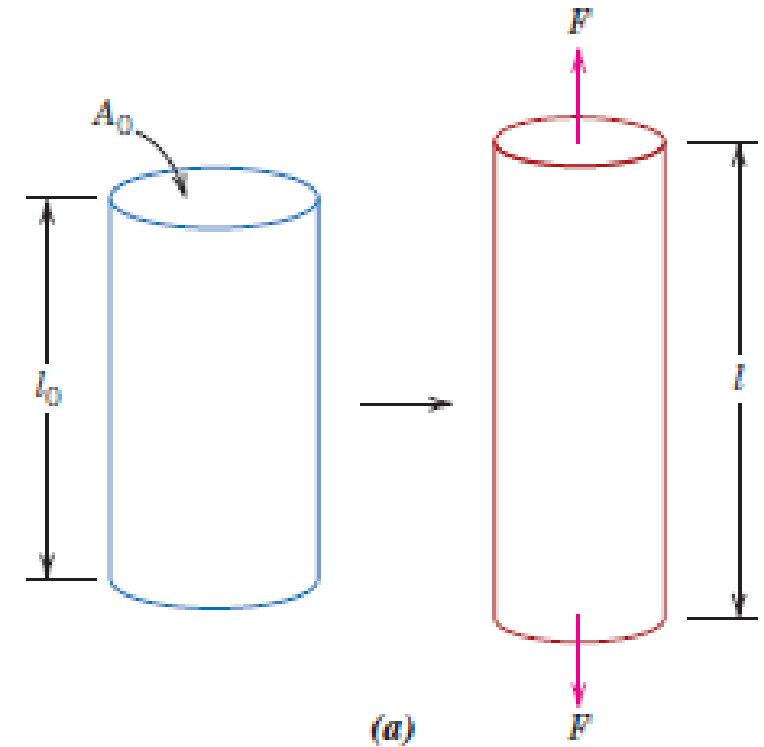
# Τάση - Παραμόρφωση

□ Η μηχανική συμπεριφορά μελετάται με **δοκιμή εφελκυσμού (tensile test)**.

Σε αυτή τη δοκιμή:

- Εφαρμόζονται δυνάμεις  $F$  προς τα έξω στα δύο άκρα.
- Το δοκίμιο επιμηκύνεται.
- Το μήκος αλλάζει από  $l_0 \rightarrow l$ .

➤ Στη δοκιμή αυτή μετράμε **δύναμη ( $F$ )** και **επιμήκυνση ( $\Delta l$ )**.



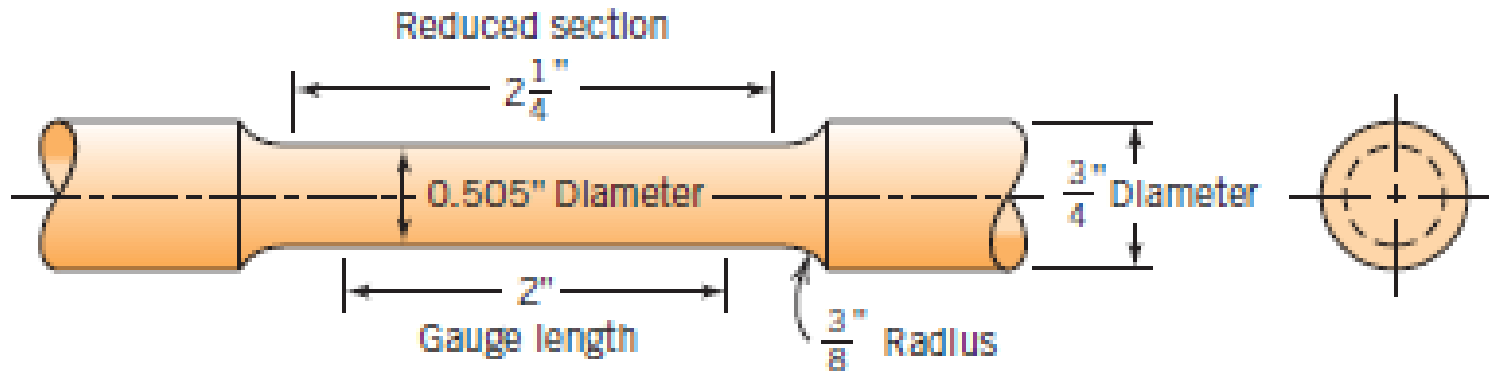
# Τάση - Παραμόρφωση

- ❑ Τυποποιημένο δοκίμιο εφελκυσμού κυκλικής διατομής.

Το δοκίμιο έχει σχήμα “dog-bone” (οστού σκύλου) ώστε

- η παραμόρφωση να συμβαίνει στην κεντρική περιοχή
- να μην σπάει στα άκρα όπου το πιάνει η μηχανή.

- Reduced section: μείωση διατομής
- Gauge length: ενεργό μήκος



Η **στενή κεντρική περιοχή** είναι το σημείο όπου:

- η διατομή είναι μικρότερη
- η τάση είναι μεγαλύτερη

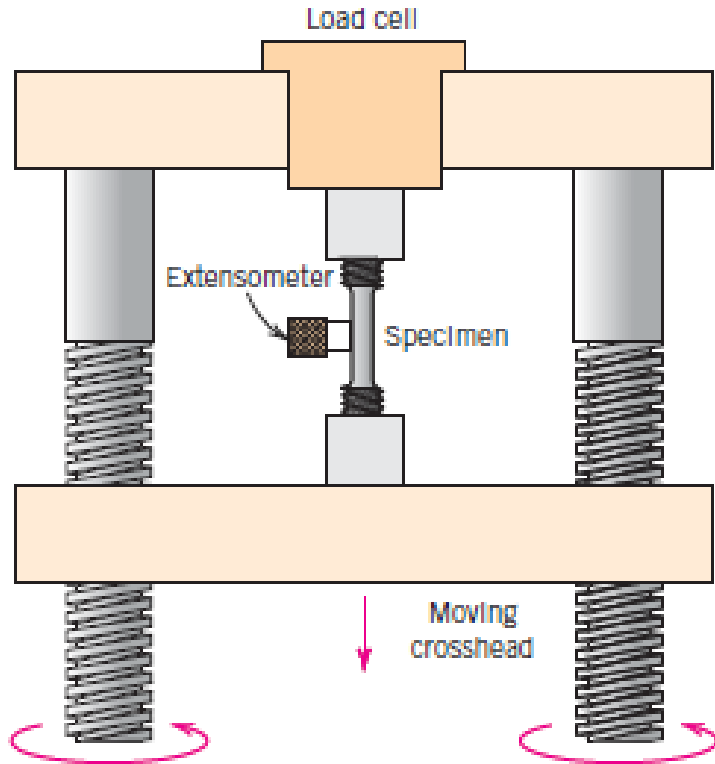
εκεί γίνεται η **επιμήκυνση** και τελικά η **θραύση**.

## Μήκος μέτρησης

Το **μήκος μέτρησης** είναι το τμήμα όπου:

- μετράμε την **επιμήκυνση**
- υπολογίζουμε την **παραμόρφωση (strain)**.

# Τάση - Παραμόρφωση



- ❑ Μηχάνημα δοκιμής εφελκυσμού
  - το δοκίμιο επιμηκύνεται από τη κινούμενη κεφαλή (crosshead)
  - το κελί φόρτισης (load cell) μετρά τη δύναμη
  - το επιμηκυνσιόμετρο (extensometer) μετρά την επιμήκυνση ώστε να προσδιοριστεί η καμπύλη τάσης-παραμόρφωσης.

# Τάση - Παραμόρφωση

- Η μηχανική τάση (engineering stress) υπολογίζεται από:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

όπου

- $F$  = δύναμη
- $A_0$  = αρχική διατομή της reduced section

- Η μηχανική παραμόρφωση (engineering strain) υπολογίζεται από:

$$\varepsilon = \frac{l-l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0}$$

όπου

$l_0$  = αρχικό μήκος μέτρησης

Το μήκος μέτρησης είναι το τμήμα του δοκιμίου όπου:

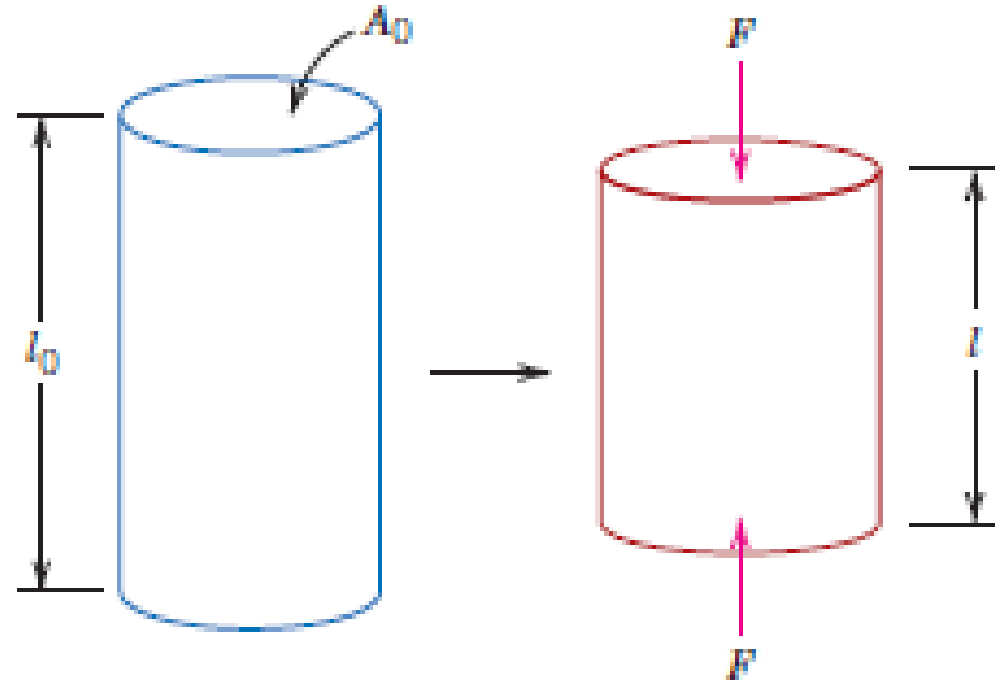
- μετράται η επιμήκυνση  $\Delta l$
- υπολογίζεται η παραμόρφωση (strain).

# Τάση - Παραμόρφωση

## □ Θλίψη – Compression

Τι συμβαίνει:

- Οι δυνάμεις πιέζουν προς τα μέσα.
- Το δοκίμιο μικραίνει.
- Το υλικό συμπιέζεται.



# Τάση - Παραμόρφωση

## ❑ Διάτμηση (Shear)

- Εφαρμόζονται παράλληλες δυνάμεις  $F$  στις επιφάνειες.
- Τα επίπεδα του υλικού γλιστρούν μεταξύ τους.

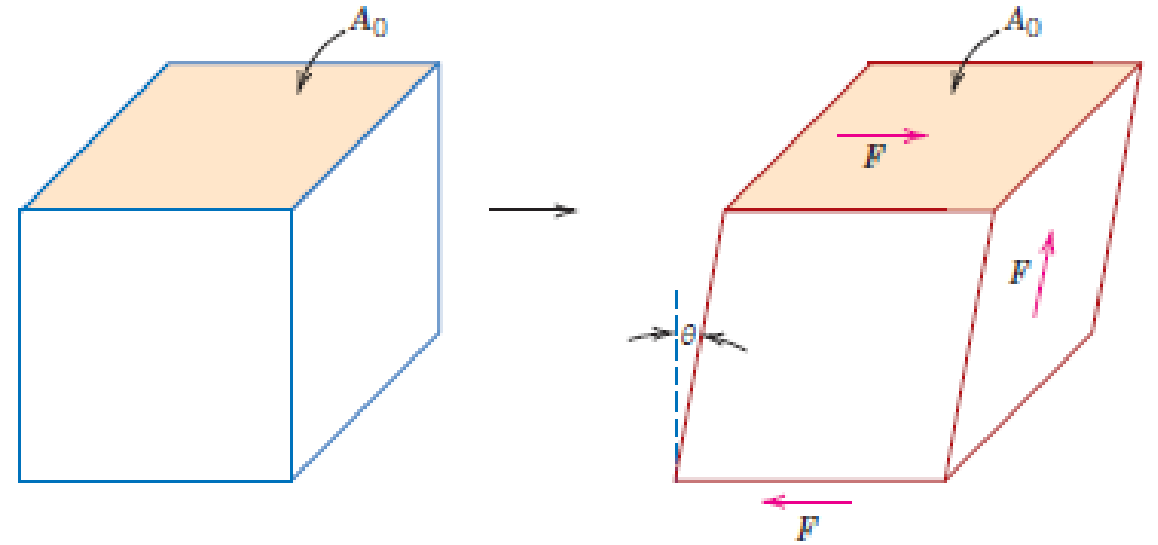
## ❑ διατμητική παραμόρφωση $\gamma$ - μεταβολή του σχήματος του σώματος λόγω της διάτμησης

Το σώμα παραμορφώνεται σε παραλληλεπίπεδο.

Η παραμόρφωση είναι:

$$\gamma = \tan\theta$$

όπου  $\theta$  η γωνία διάτμησης.



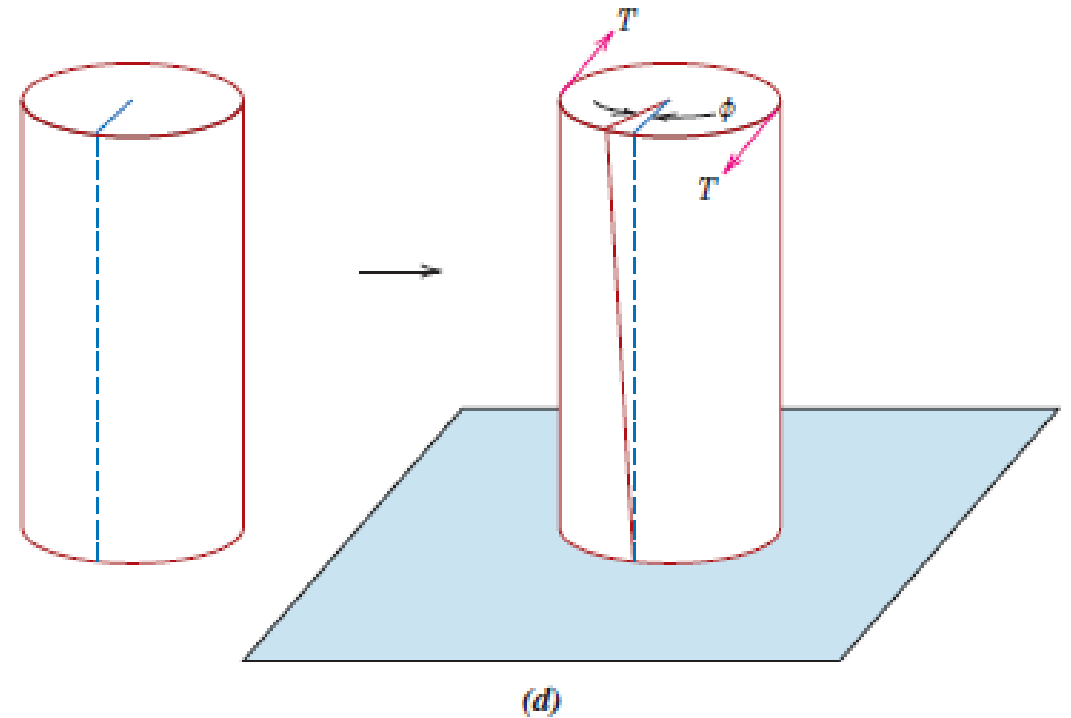
# Τάση - Παραμόρφωση

## □ Στρέψη – Torsion

- Εφαρμόζεται **ροπή στρέψης  $T$** .
- Το κυλινδρικό δοκίμιο **στρίβει γύρω από τον άξονά του**.
- **γωνία στρέψης  $\phi$**
- Η στρέψη εμφανίζεται συχνά σε μηχανολογικές εφαρμογές

Παράδειγμα:

- άξονες αυτοκινήτου
- τρυπάνια
- άξονες μηχανών



# Δοκιμές Διάτμησης και Στρέψης

## ❑ Διάτμηση (Shear)

Στη διάτμηση εφαρμόζονται παράλληλες δυνάμεις στις επιφάνειες του υλικού. Τα επίπεδα του υλικού ολισθαίνουν μεταξύ τους.

❑ Η **διατμητική τάση** υπολογίζεται από:

$$\tau = \frac{F}{A_0}$$

όπου

**F** = εφαρμοζόμενη δύναμη παράλληλη στην επιφάνεια

**A<sub>0</sub>** = αρχική επιφάνεια διατομής.

❑ Η διατμητική παραμόρφωση σχετίζεται με τη **γωνία παραμόρφωσης θ**

$$\gamma = \tan \theta$$

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## ❑ Ελαστική Παραμόρφωση

Η παραμόρφωση ενός υλικού εξαρτάται από το μέγεθος της εφαρμοζόμενης τάσης.

Για τα περισσότερα μέταλλα σε μικρές τάσεις:

- η **τάση** είναι ανάλογη της **παραμόρφωσης**

Αυτό περιγράφεται από τον **νόμο του Hooke**.

$$\sigma = E\varepsilon$$

όπου

- $\sigma$  = τάση Pascal (Pa),  $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$
- $\varepsilon$  = παραμόρφωση (αδιάστατο μέγεθος)
- $E$  = μέτρο ελαστικότητας (Young's modulus) (Pa, MPa, GPa)

Modulus of elasticity: μέτρο ελαστικότητας

Shear Modulus: Μέτρο διάτμησης

<i>Metal Alloy</i>	<i>Modulus of Elasticity</i>		<i>Shear Modulus</i>		<i>Poisson's Ratio</i>
	<i>GPa</i>	<i>10<sup>6</sup> psi</i>	<i>GPa</i>	<i>10<sup>6</sup> psi</i>	
Aluminum	69	10	25	3.6	0.33
Brass	97	14	37	5.4	0.34
Copper	110	16	46	6.7	0.34
Magnesium	45	6.5	17	2.5	0.29
Nickel	207	30	76	11.0	0.31
Steel	207	30	83	12.0	0.30
Titanium	107	15.5	45	6.5	0.34
Tungsten	407	59	160	23.2	0.28

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## ❑ Μέτρο Ελαστικότητας (Young's Modulus)

Το μέτρο ελαστικότητας ( $E$ ) εκφράζει τη δυσκαμψία ενός υλικού

- μεγάλο  $E$  → πιο άκαμπτο υλικό
- μικρό  $E$  → πιο εύκαμπτο υλικό

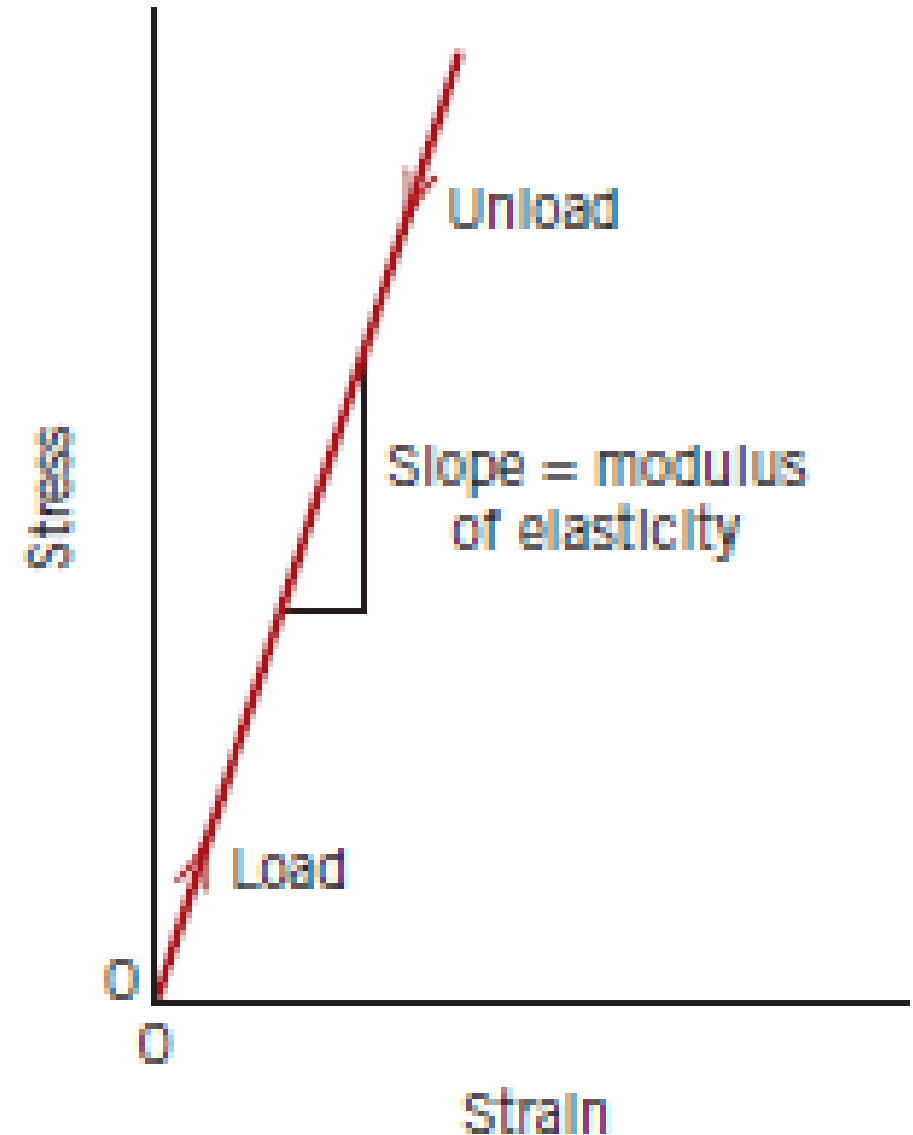
## ❑ Διάγραμμα τάσης – παραμόρφωσης:

το  $E$  είναι η κλίση της ευθείας στην ελαστική περιοχή.

## ❑ Χαρακτηριστικά Ελαστικής Παραμόρφωσης

Η ελαστική παραμόρφωση είναι:

- αναστρέψιμη
- όταν αφαιρεθεί το φορτίο το υλικό επιστρέφει στο αρχικό του σχήμα
- Στο διάγραμμα τάσης-παραμόρφωσης η φόρτιση και η αποφόρτιση ακολουθούν την ίδια ευθεία γραμμή.



# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## ❑ Μη γραμμική ελαστική συμπεριφορά

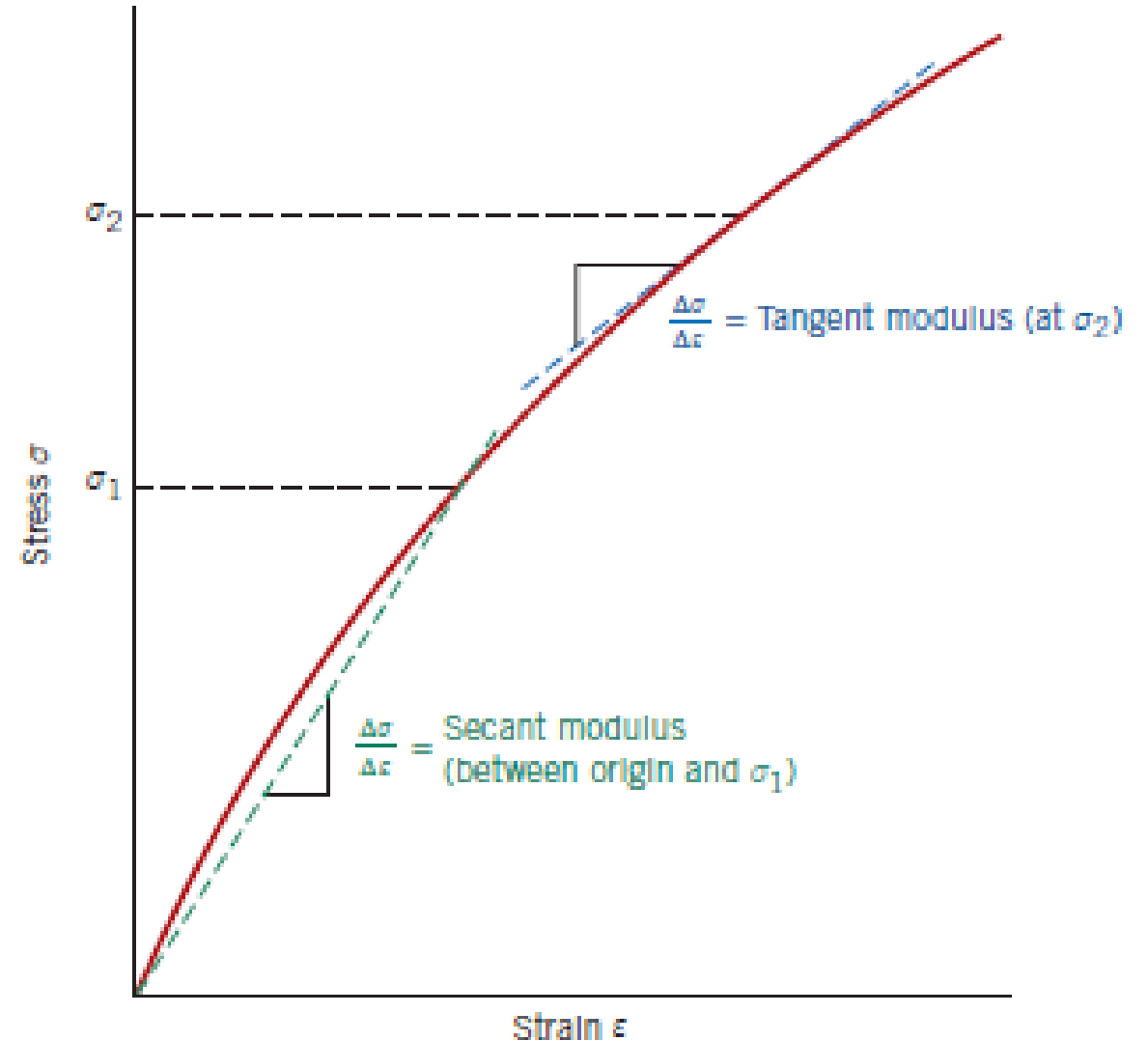
Σε ορισμένα υλικά (π.χ.):

- χυτοσίδηρο
- σκυρόδεμα
- πολλά πολυμερή

η σχέση τάσης – παραμόρφωσης δεν είναι γραμμική αλλά καμπύλη.

Τότε χρησιμοποιούνται:

- **Εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας (Tangent modulus)** → κλίση της καμπύλης σε συγκεκριμένο σημείο (βαθμό παραμόρφωσης)
- **Τέμνον μέτρο ελαστικότητας (Secant modulus)** → κλίση ευθείας από την αρχή μέχρι ένα σημείο της καμπύλης  $\sigma$ - $\epsilon$



# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

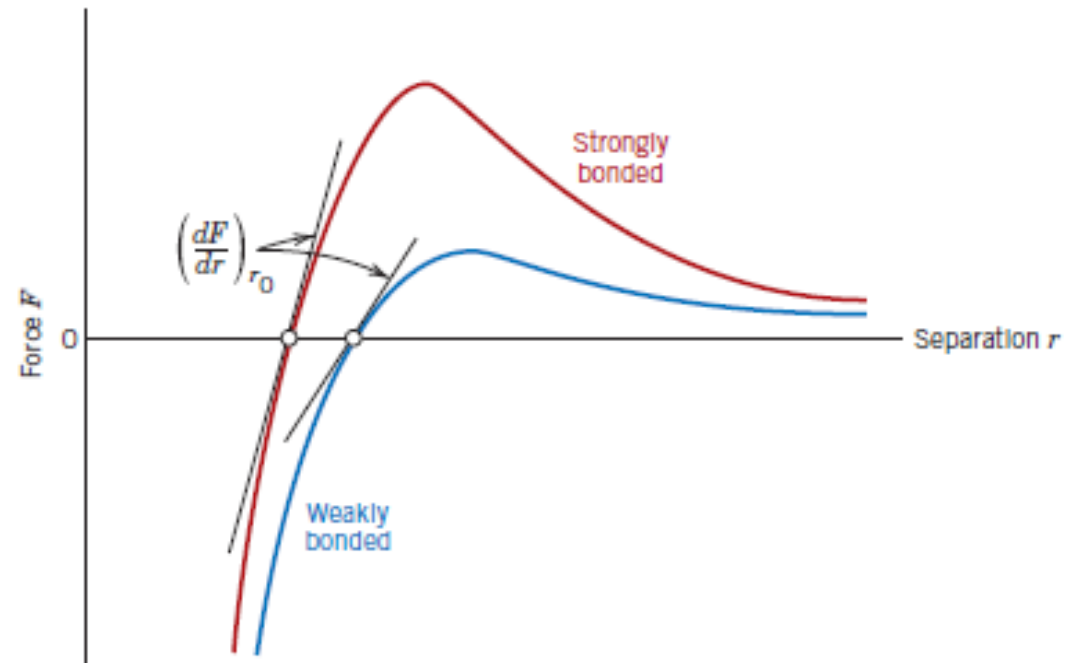
## □ Ατομική ερμηνεία της ελαστικότητας

- Σε ατομική κλίμακα, οι μακροσκοπικές ελαστικές παραμορφώσεις εκδηλώνονται ως μικρές μεταβολές στις διατομικές αποστάσεις και ως τάνυση των δεσμών μεταξύ των ατόμων.
- Επομένως το μέτρο ελαστικότητας αποτελεί μέτρο της αντίστασης που προβάλλει ένα υλικό στο διαχωρισμό γειτονικών ατόμων.

Το μέτρο ελαστικότητας σχετίζεται με την κλίση της καμπύλης δύναμης – διατομικής απόστασης (απόστασης ατόμων).

$$E \propto \left( \frac{dF}{dr} \right)_{r_0}$$

Ισχυρότεροι δεσμοί → μεγαλύτερο  $E$ .



# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## □ Διατμητική ελαστική παραμόρφωση

Για διάτμηση ισχύει:

$$\tau = G \cdot \gamma$$

όπου

- $\tau$  = διατμητική τάση (Pa, Mpa)
- $\gamma$  = διατμητική παραμόρφωση (αδιάστατο μέγεθος)
- $G$  = μέτρο διάτμησης (shear modulus) (GPa)

Το μέτρο διάτμησης εκφράζει τη δυσκαμψία ενός υλικού όταν αυτό φορτίζεται σε διάτμηση.

Μεγαλύτερο  $G$  → μεγαλύτερη αντίσταση του υλικού στη διατμητική παραμόρφωση.

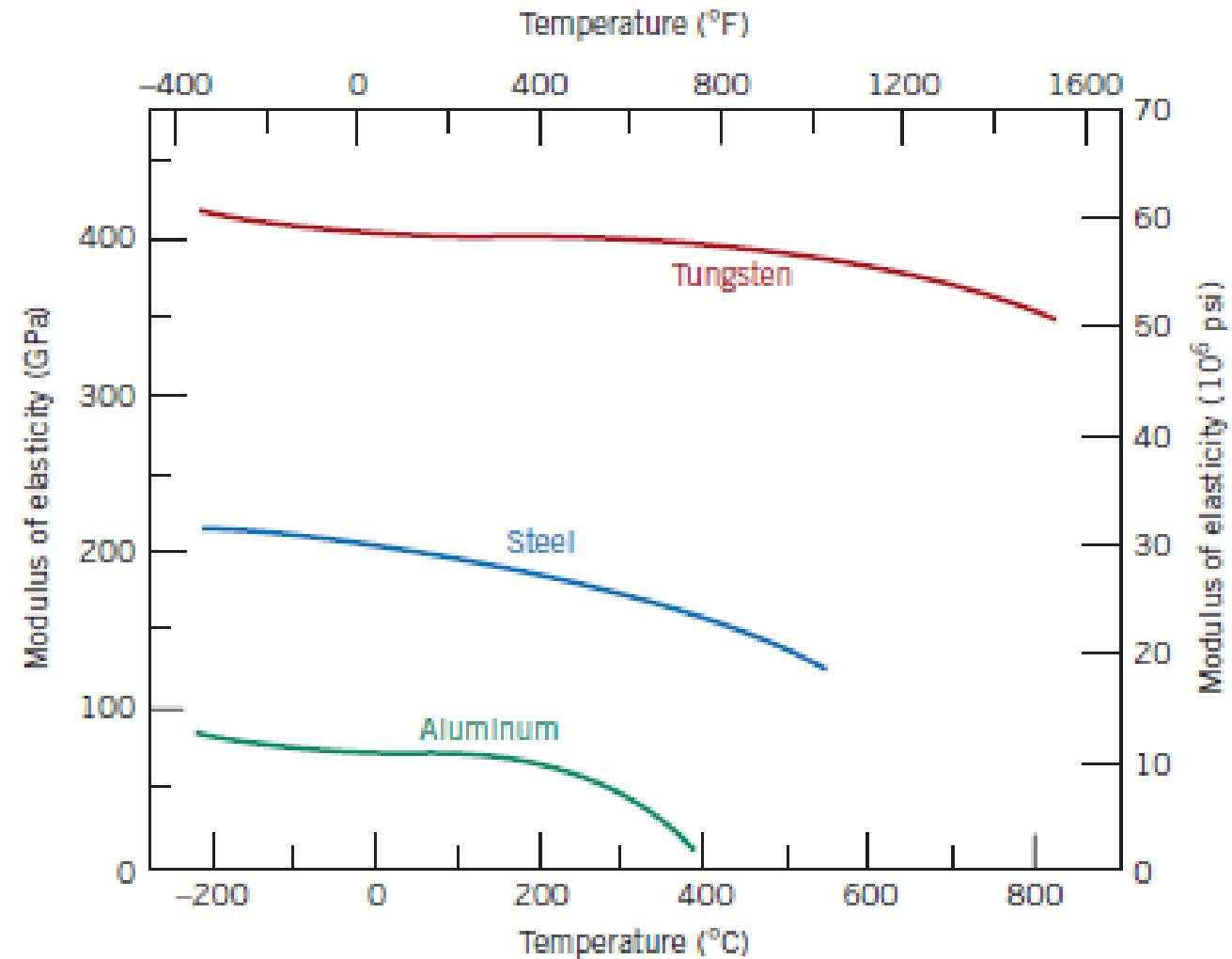
Το  $G$  είναι η κλίση της ελαστικής περιοχής στη διάτμηση.

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## □ Επίδραση θερμοκρασίας στο μέτρο ελαστικότητας

Με αύξηση της θερμοκρασίας:

- το μέτρο ελαστικότητας μειώνεται
- το υλικό γίνεται λιγότερο άκαμπτο.



# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## ❑ **Ανελαστικότητα (Anelasticity)**

- Μέχρι τώρα θεωρούμε ότι η ελαστική παραμόρφωση είναι ακαριαία και ανεξάρτητη από το χρόνο.
- Η αφαίρεση του φορτίου οδηγεί ακαριαία και πλήρη επαναφορά του σώματος στην αρχική κατάσταση.

Σε ορισμένα υλικά όμως:

η αποκατάσταση του σχήματος **χρειάζεται χρόνο δηλαδή είναι χρονικά εξαρτώμενη**

- Η χρονικά εξαρτώμενη ελαστική συμπεριφορά ενός υλικού ονομάζεται **ανελαστική συμπεριφορά**

Στα μέταλλα είναι μικρή, αλλά σε πολλά πολυμερή το μέγεθος της είναι σημαντικό (ιξωδοελαστικά).

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## ❑ Λόγος Poisson

Όταν ένα υλικό υποβάλλεται σε εφελκυσμό:

- επιμηκύνεται στον άξονα φόρτισης
- συστέλλεται στις εγκάρσιες διευθύνσεις

## ❑ Ο λόγος Poisson ορίζεται ως:

$$\nu = -\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z}$$

όπου

- $\epsilon_z$  = αξονική παραμόρφωση
- $\epsilon_x$  = εγκάρσια παραμόρφωση.

Δηλαδή συγκρίνουμε πόσο μειώνεται το πλάτος του δοκιμίου σε σχέση με το πόσο αυξάνεται το μήκος του

➤ Για τα περισσότερα μέταλλα:  $\nu \sim 0.25 - 0.35$

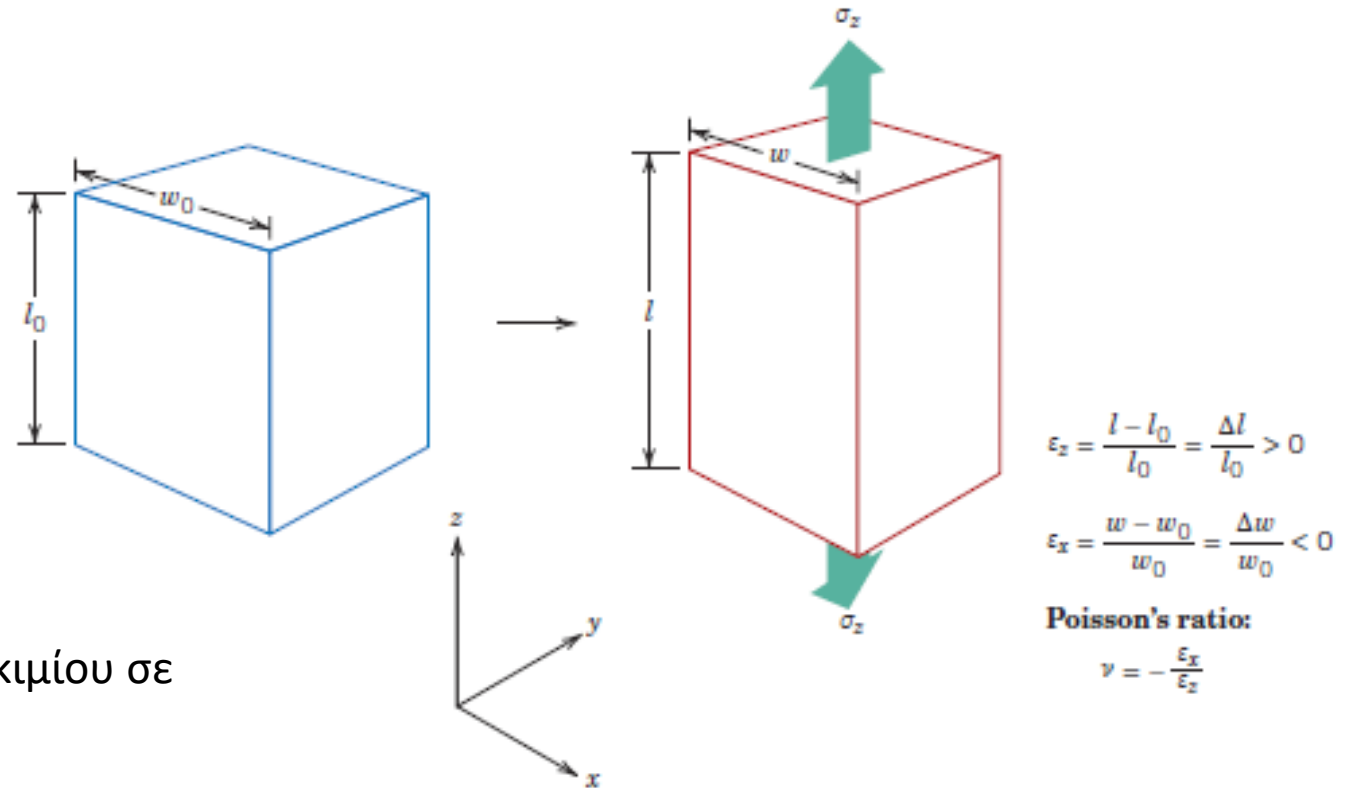
## ❑ Σχέση ελαστικών παραμέτρων

Για ισότροπα υλικά ισχύει:

$$E = 2G(1 + \nu)$$

όπου:

- $E$  = μέτρο ελαστικότητας
- $G$  = μέτρο διάτμησης
- $\nu$  = λόγος Poisson.



# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## Άσκηση:

Ένα τεμάχιο χαλκού με αρχικό μήκος 305 mm εφελκύεται με τάση 276 MPa (40,000 psi). Εάν η παραμόρφωση είναι πλήρως ελαστική, να υπολογιστεί η προκύπτουσα επιμήκυνση.

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## Άσκηση:

Ένα τεμάχιο χαλκού με αρχικό μήκος 305 mm εφελκύεται με τάση 276 MPa (40,000 psi). Εάν η παραμόρφωση είναι πλήρως ελαστική, να υπολογιστεί η προκύπτουσα επιμήκυνση.

## Απάντηση:

Αφού η παραμόρφωση είναι ελαστική, ισχύει ο **νόμος του Hooke**:

$$\sigma = E\varepsilon$$

Η παραμόρφωση ορίζεται ως:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

άρα

$$\sigma = E \left( \frac{\Delta l}{l_0} \right)$$

Λύνοντας ως προς  $\Delta l$ :

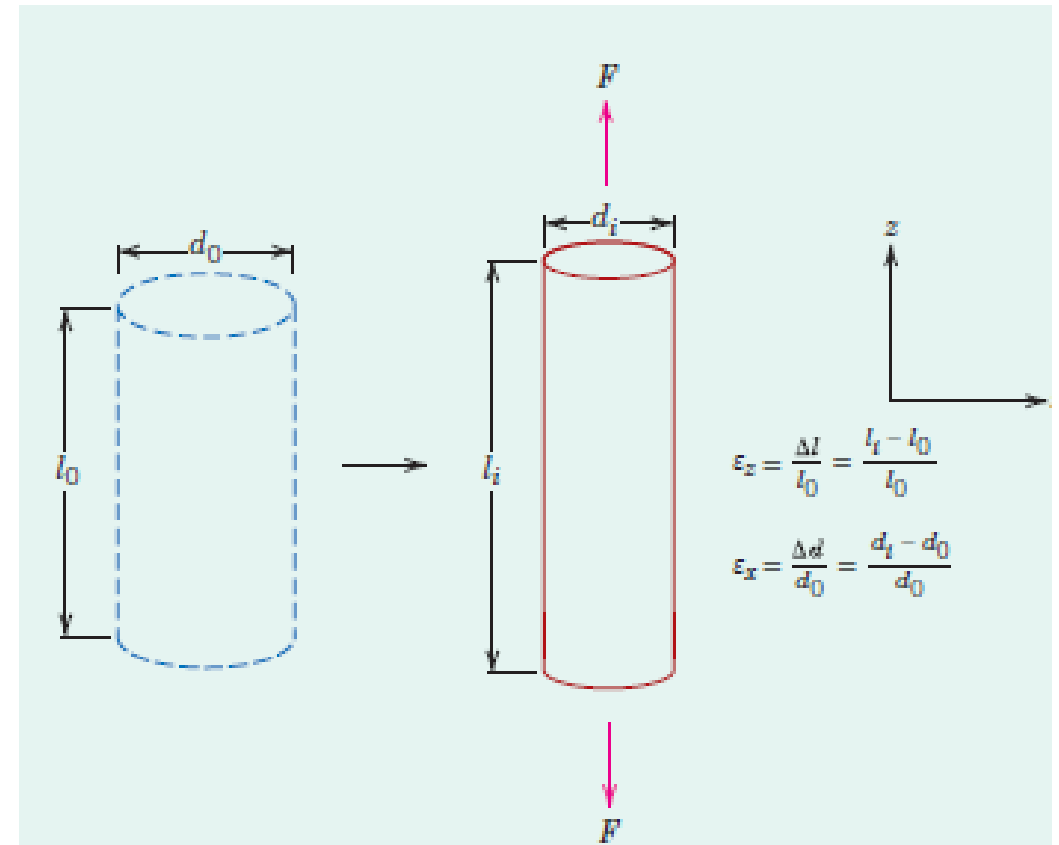
$$\Delta l = \frac{\sigma l_0}{E} = \frac{(276 \text{ MPa})(305 \text{ mm})}{110 \cdot 10^3 \text{ MPa}} = 0.77 \text{ mm}$$

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## Άσκηση:

Σε κυλινδρική ράβδο από ορείχαλκο, διαμέτρου 10 mm, πρόκειται να εφαρμοστεί εφελκυστική τάση κατά μήκος του μεγάλου άξονα της. Υποθέτοντας πλήρως ελαστική παραμόρφωση, υπολογίστε το φορτίο που απαιτείται ώστε να προκύψει μεταβολή κατά  $2.5 \cdot 10^{-3}$  mm στη διάμετρο της ράβδου.

Δίνονται:  $\nu = 0.34$  και  $E = 97$  GPa



# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## Απάντηση:

Η παραμόρφωση στη διεύθυνση x υπολογίζεται ως

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta d}{d_0}$$

Δίνονται:

$$\Delta d = -2.5 \times 10^{-3} \text{ mm}$$

$$d_0 = 10 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_x = \frac{-2.5 \times 10^{-3}}{10}$$

$$\varepsilon_x = -2.5 \times 10^{-4}$$

Το αρνητικό πρόσημο οφείλεται στη μείωση διαμέτρου.

Η παραμόρφωση στην διεύθυνση z

Από τον **λόγο Poisson**

$$\nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z}$$

Για τον ορείχαλκο:

$$\nu = 0.34$$

Άρα:

$$\varepsilon_z = \frac{-\varepsilon_x}{\nu}$$

$$\varepsilon_z = \frac{2.5 \times 10^{-4}}{0.34}$$

$$\varepsilon_z = 7.35 \times 10^{-4}$$

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

**Απάντηση:**

Από τον νόμο Hooke:

$$\sigma = E\varepsilon_z$$

Για τον ορείχαλκο:

$$E = 97 \text{ GPa} = 97 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$\sigma = (7.35 \times 10^{-4})(97 \times 10^3)$$

$$\sigma = 71.3 \text{ MPa}$$

Εφαρμοζόμενη δύναμη

$$F = \sigma \cdot A_0$$

Για κυκλική διατομή:

$$A_0 = \pi \left( \frac{d_0}{2} \right)^2$$

με

$$d_0 = 10 \text{ mm} = 10 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$F = (71.3 \times 10^6) \pi \left( \frac{10 \times 10^{-3}}{2} \right)^2$$

$$F = 5600 \text{ N}$$

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## Άσκηση:

Για ένα κράμα ορείχαλκου, η τάση στην οποία αρχίζει η πλαστική παραμόρφωση είναι 275 MPa και το μέτρο ελαστικότητας είναι 115 Gpa.

(α) Ποιο είναι το μέγιστο φορτίο που μπορεί να εφαρμοστεί σε δοκίμιο με διατομή 325 mm<sup>2</sup> χωρίς να εμφανιστεί πλαστική παραμόρφωση;

(β) Αν το αρχικό μήκος του δοκιμίου είναι 115 mm, ποιο είναι το μέγιστο μήκος στο οποίο μπορεί να επιμηκυνθεί χωρίς να προκληθεί πλαστική παραμόρφωση;

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

**Απάντηση:**

(α) Η μηχανική τάση δίνεται από:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

Άρα:

$$F = \sigma A_0$$

Δίνονται:

$$\sigma = 275 \text{ MPa} = 275 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$A_0 = 325 \text{ mm}^2 = 325 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

οπότε

$$F = 275 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 325 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$F = 89375 \text{ N}$$

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

**Απάντηση:**

**(β)** Από τον νόμο του Hooke:

$$\sigma = E\varepsilon$$

και

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Άρα:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

Δίνονται:

$$\sigma = 275 \text{ MPa}$$

$$E = 115 \text{ GPa} = 115000 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon = \frac{275}{115000}$$

$$\varepsilon = 2.39 \times 10^{-3}$$

Ισχύει:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0}$$

Άρα:

$$\Delta l = \varepsilon l_0$$

$$\Delta l = (2.39 \times 10^{-3})(115 \text{ mm})$$

$$\Delta l = 0.275 \text{ mm}$$

$$\Delta l = l - l_0 \rightarrow l = l_0 + \Delta l$$

$$l = 115 \text{ mm} + 0.275 \text{ mm}$$

$$l = 115.28 \text{ mm}$$

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## Άσκηση:

Μια κυλινδρική ράβδος χαλκού με μέτρο ελαστικότητας  $E = 110 \text{ GPa}$  και αντοχή διαρροής  $240 \text{ MPa}$  πρόκειται να εκτεθεί σε φορτίο  $6600 \text{ N}$ . Εάν το μήκος της ράβδου είναι  $380 \text{ mm}$ , ποια πρέπει να είναι η διάμετρος της ώστε να επιτρέπεται επιμήκυνση  $0.50 \text{ mm}$ ?

# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

**Απάντηση:**

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0.50}{380} = 0.001316$$

**Νόμος Hooke:**

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = 110 \cdot 10^3 \text{ MPa} \cdot 0.001316 = 144.8 \text{ MPa}$$

Ο νόμος Hooke ισχύει όταν το υλικό βρίσκεται στην ελαστική περιοχή, δηλαδή όταν η αναπτυσσόμενη τάση είναι μικρότερη από την τάση διαρροής.

$$\sigma < \sigma_y$$

$$144.8 < 240 \text{ MPa}$$

**Υπολογίζουμε την διατομή**

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow A = \frac{F}{\sigma} \rightarrow A = \frac{6600}{144.8 \times 10^6} = 4.56 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

**Υπολογίζουμε την διάμετρο:**

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$
$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4.56 \times 10^{-5}}{\pi}}$$
$$d = 7.62 \times 10^{-3} \text{ m} = 7.62 \text{ mm}$$

# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## ❑ Πλαστική Παραμόρφωση

- Η ελαστική παραμόρφωση ισχύει μόνο για πολύ μικρές παραμορφώσεις
- Μετά από ένα όριο → αρχίζει η **πλαστική παραμόρφωση**

## ❑ Στην πλαστική περιοχή:

- η παραμόρφωση είναι **μόνιμη**
- δεν ισχύει πλέον ο **νόμος του Hooke**

Σε ατομικό επίπεδο:

- σπάνε δεσμοί και ανασχηματισμό νέων
- τα άτομα μετακινούνται μόνιμα

## ❑ Μηχανισμός Πλαστικής Παραμόρφωσης

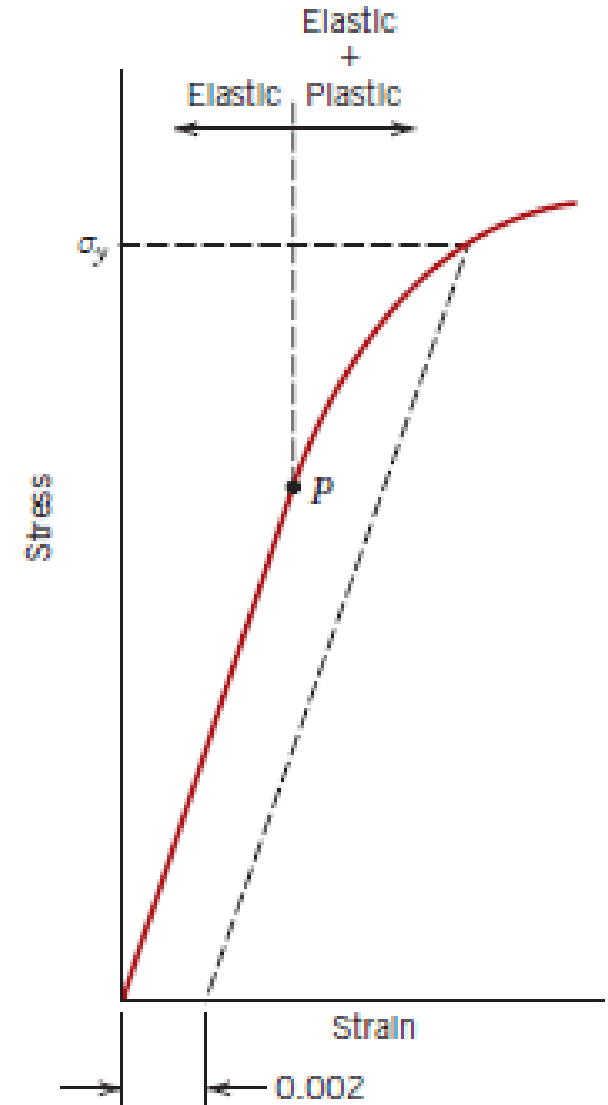
Στα κρυσταλλικά υλικά:

- γίνεται μέσω **ολίσθησης (slip)**
- κίνηση **διαταραχών (dislocations)**

Στα άμορφα υλικά:

- γίνεται μέσω **ιξώδους ροής**

Ο μηχανισμός είναι διαφορετικός ανάλογα με τη δομή



# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

- Το σημείο που αρχίζει η απόκλιση από την ευθεία λέγεται **όριο αναλογίας (σημείο P)**
- Εκεί ξεκινά η πλαστική παραμόρφωση
- Δύσκολο να μετρηθεί με ακρίβεια

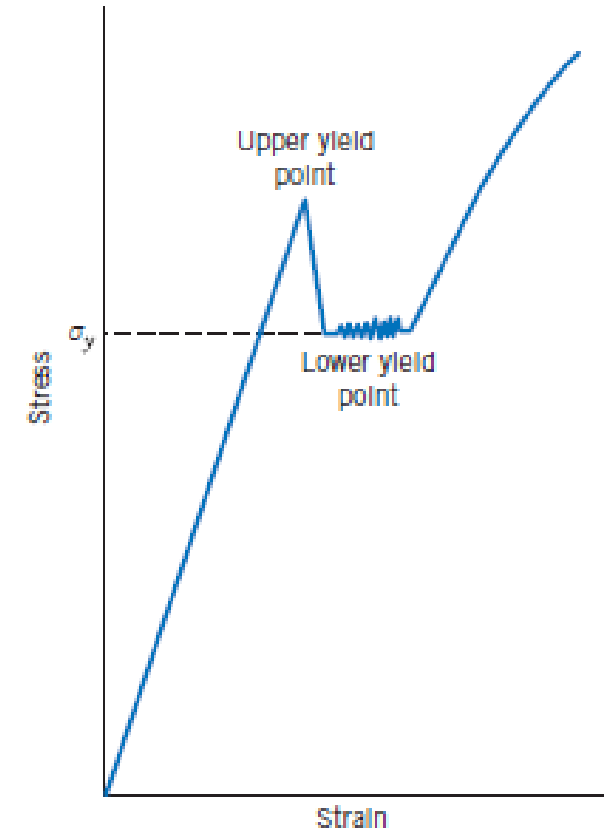
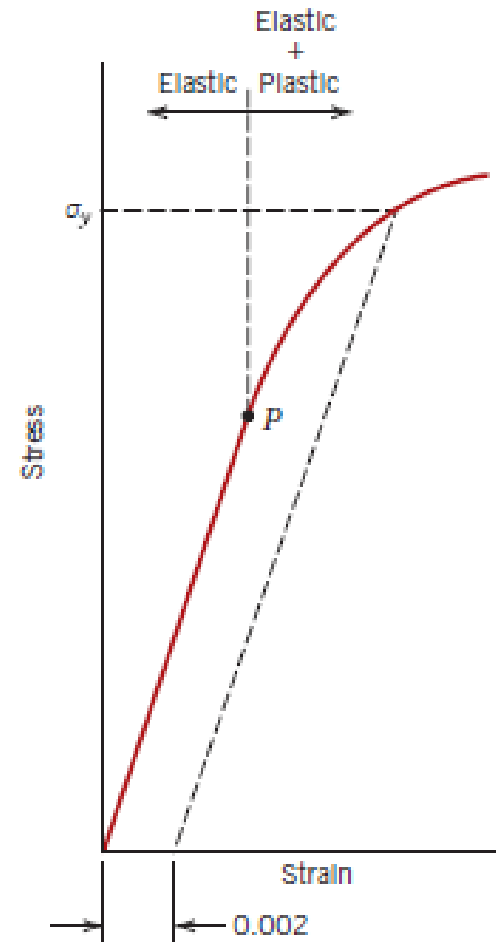
## ☐ Τάση Διαρροής (Yield Strength)

- Ορίζεται με τη μέθοδο **offset 0.002 (0.2%)**
- Τραβάμε ευθεία παράλληλη στην ελαστική περιοχή
- Το σημείο τομής →  **$\sigma_y$  (yield strength)**
- Μονάδες: MPa ή psi

Κάποια υλικά όπως χάλυβες εκδηλώνουν το φαινόμενο διαρροής:

- **άνω σημείο διαρροής**
- **κάτω σημείο διαρροής**

Μετά τη διαρροή η τάση πέφτει λίγο και μετά αυξάνεται



# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## ❑ Αντοχή σε Εφελκυσμό (Tensile Strength)

- Είναι η **μέγιστη τάση** στο διάγραμμα
- Αντιστοιχεί στο σημείο **M**

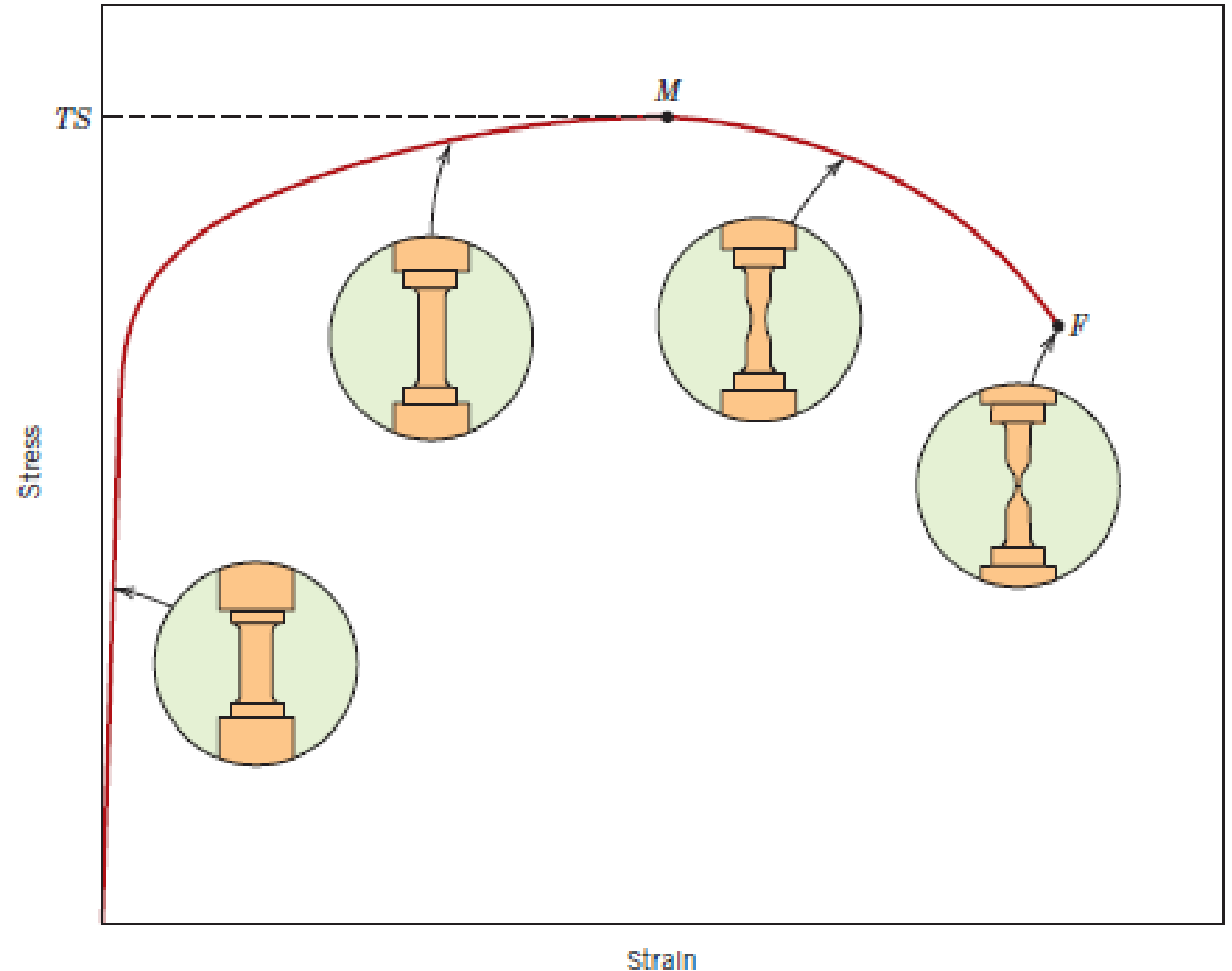
Μετά από αυτό:

- αρχίζει σχηματισμός λαιμού - στένωση (necking)
- η τάση μειώνεται μέχρι τη θραύση

## ❑ Σχηματισμός λαιμού (Necking) & Θραύση

- Το υλικό λεπταίνει τοπικά (neck)
  - Όλη η παραμόρφωση συγκεντρώνεται εκεί
- Τελικά → **θραύση στο λαιμό (σημείο F)**

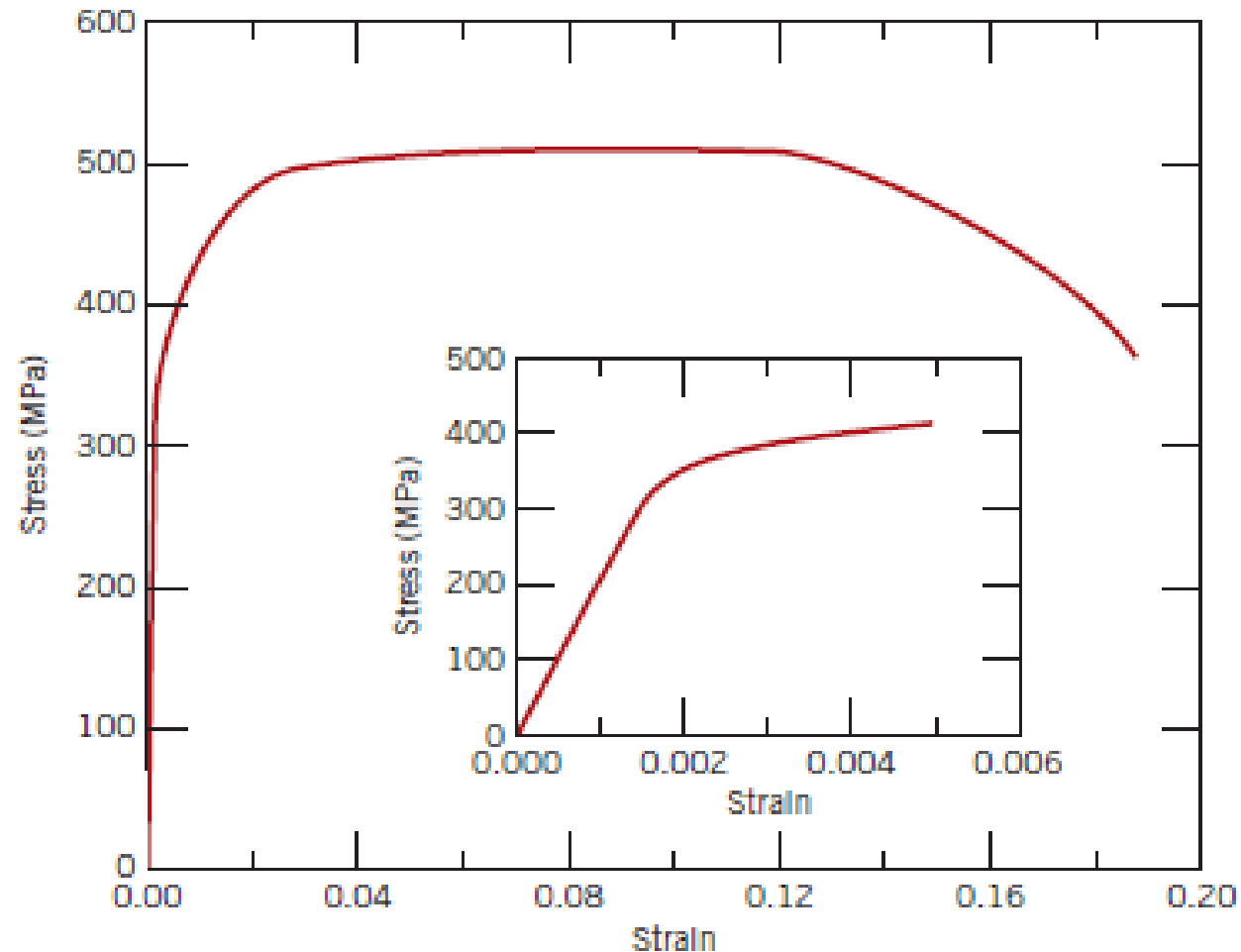
**fracture strength**



# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

## Άσκηση:

Θεωρείστε ένα κυλινδρικό δοκίμιο από κάποιο χάλυβα, διαμέτρου 10 mm και αρχικού μήκους 75 mm που υπόκειται σε εφελκυσμό. Προσδιορίστε την επιμήκυνση του όταν εφαρμόζεται φορτίο 20000 N.



# Ελαστική Παραμόρφωση (Elastic Deformation)

Απάντηση:

$$\text{Ισχύει } \sigma = \frac{F}{A}$$

Εμβαδό διατομής:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0.01\text{m})^2}{4} = 78.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

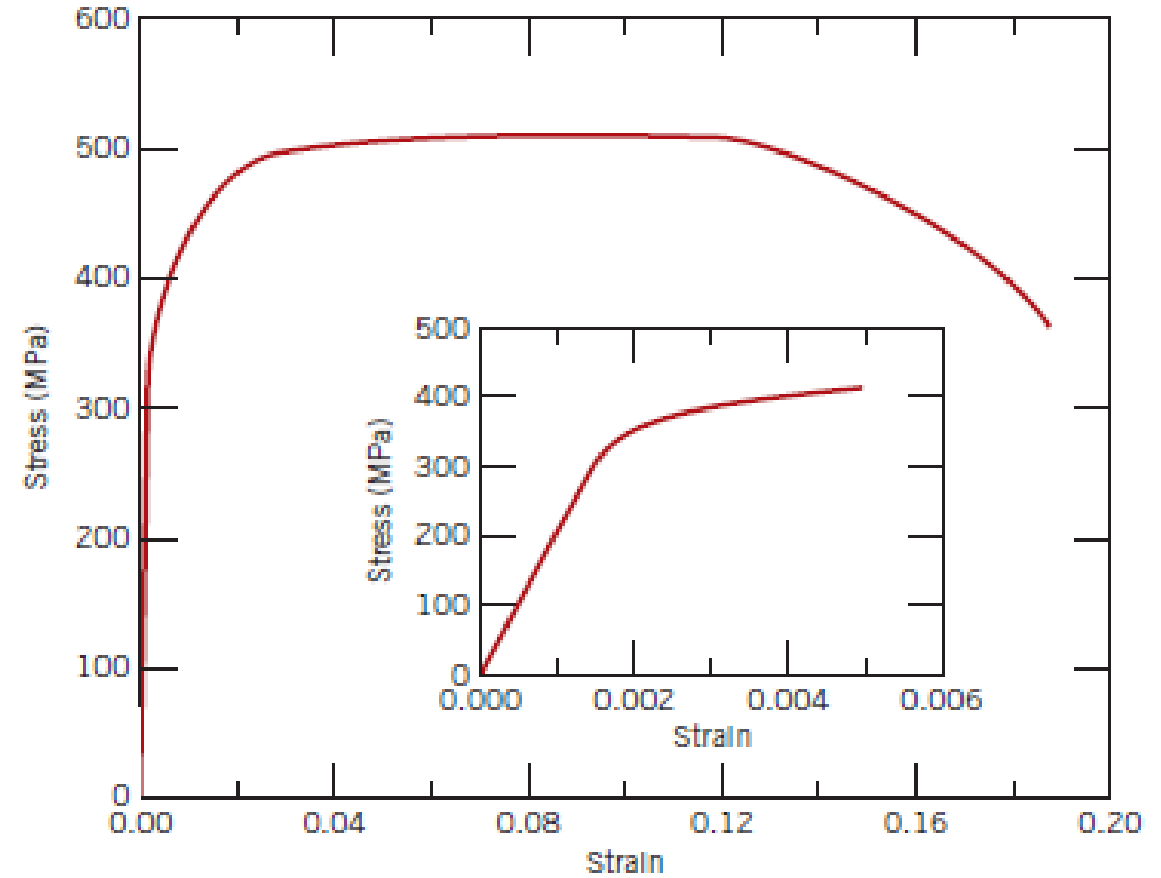
$$\sigma = \frac{20000\text{N}}{78.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2} = 2.55 \cdot 10^8 \text{ Pa} = 255 \text{ MPa}$$

διαρροή 300 MPa άρα  $255 < 300 \rightarrow$  **ελαστική περιοχή**

Από διάγραμμα για  $\sigma = 255 \text{ MPa} \rightarrow \epsilon = 0.0012$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow \Delta l = \epsilon \cdot l_0$$

$$\Delta l = 0.0012 \cdot 75 = 0.09 \text{ mm}$$



# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## Άσκηση:

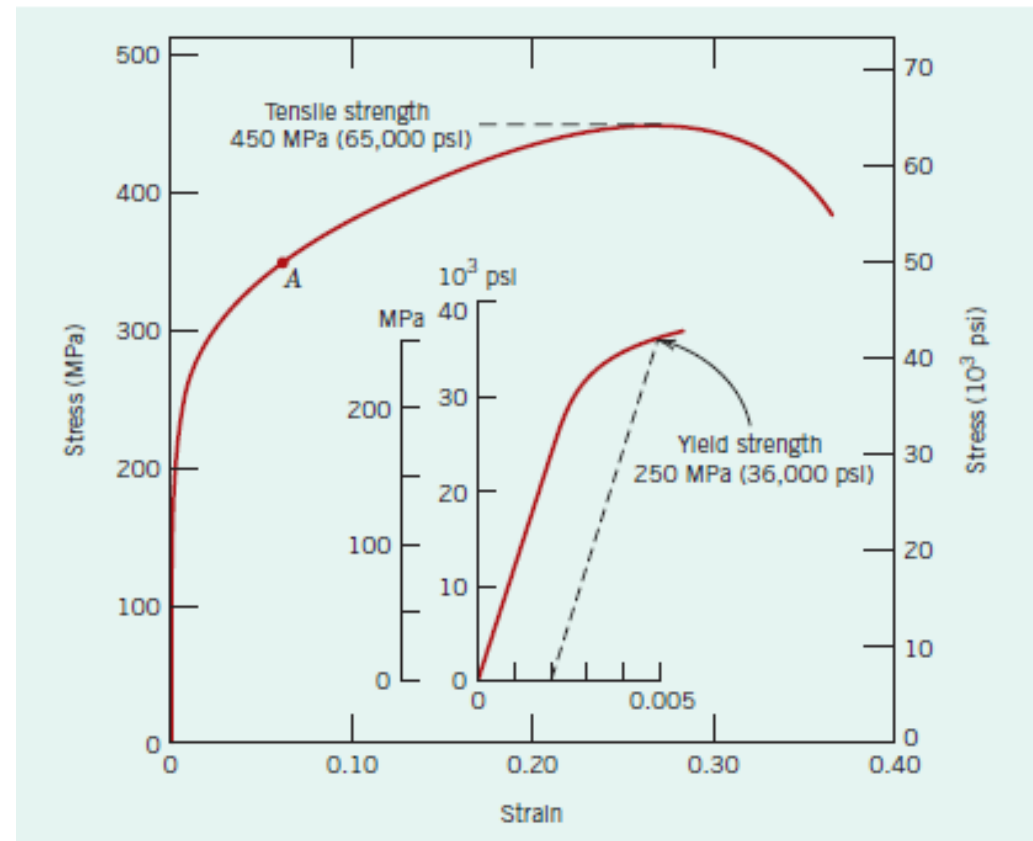
Από το διάγραμμα τάσης–παραμόρφωσης για δοκίμιο ορείχαλκου, να υπολογιστούν:

(a) Το μέτρο ελαστικότητας ( $E$ )

(b) Η τάση διαρροής για τη συμβατική τιμή της παραμόρφωσης 0.002

(c) Το μέγιστο φορτίο που αντέχει κυλινδρικό δοκίμιο με αρχική διάμετρο 12.8 mm

(d) Η μεταβολή μήκους για δοκίμιο μήκους 250 mm όταν εφαρμόζεται εφελκυστική τάση 345 MPa



# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

Απάντηση:

(α) Μέτρο ελαστικότητας E

Το E είναι η κλίση της ελαστικής περιοχής:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}$$

Από το διάγραμμα επιλέγω τιμές εντός της ελαστικής περιοχής

$$\begin{aligned}\sigma &= 150 \text{ MPa} \\ \varepsilon &= 0.0016\end{aligned}$$

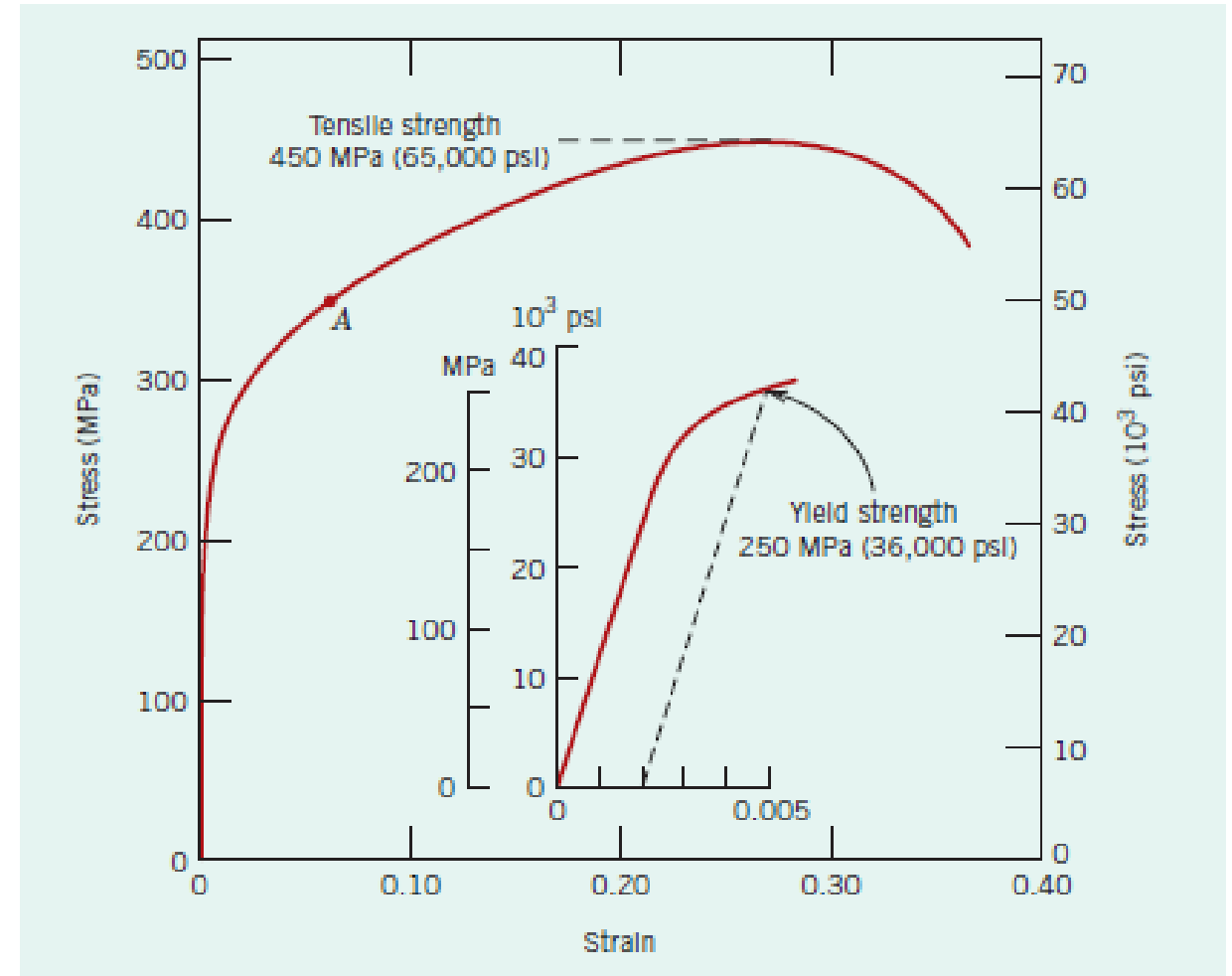
$$E = \frac{150}{0.0016} = 93.8 \text{ GPa}$$

(β) Τάση διαρροής (yield strength)

Από το διάγραμμα

$$\sigma_y = 250 \text{ MPa}$$

Η τομή της γραμμής με την καμπύλη τάσης – παραμόρφωσης αντιστοιχεί στην τιμή των 250 MPa και αποτελεί την αντοχή διαρροής του ορείχαλκου.



# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## (γ) Μέγιστο φορτίο

Χρησιμοποιούμε:

$$F = \sigma A_0$$

Η μέγιστη τάση (tensile strength)

$$\sigma = 450 \text{ MPa}$$

Εμβαδόν κυκλικής διατομής:

$$A_0 = \frac{\pi d^2}{4}$$

Με  $d = 12.8 \text{ mm} = 12.8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$$F = 450 \times 10^6 \cdot \frac{\pi (12.8 \times 10^{-3})^2}{4}$$

$$F = 57915 \text{ N}$$

## (δ) Μεταβολή μήκους

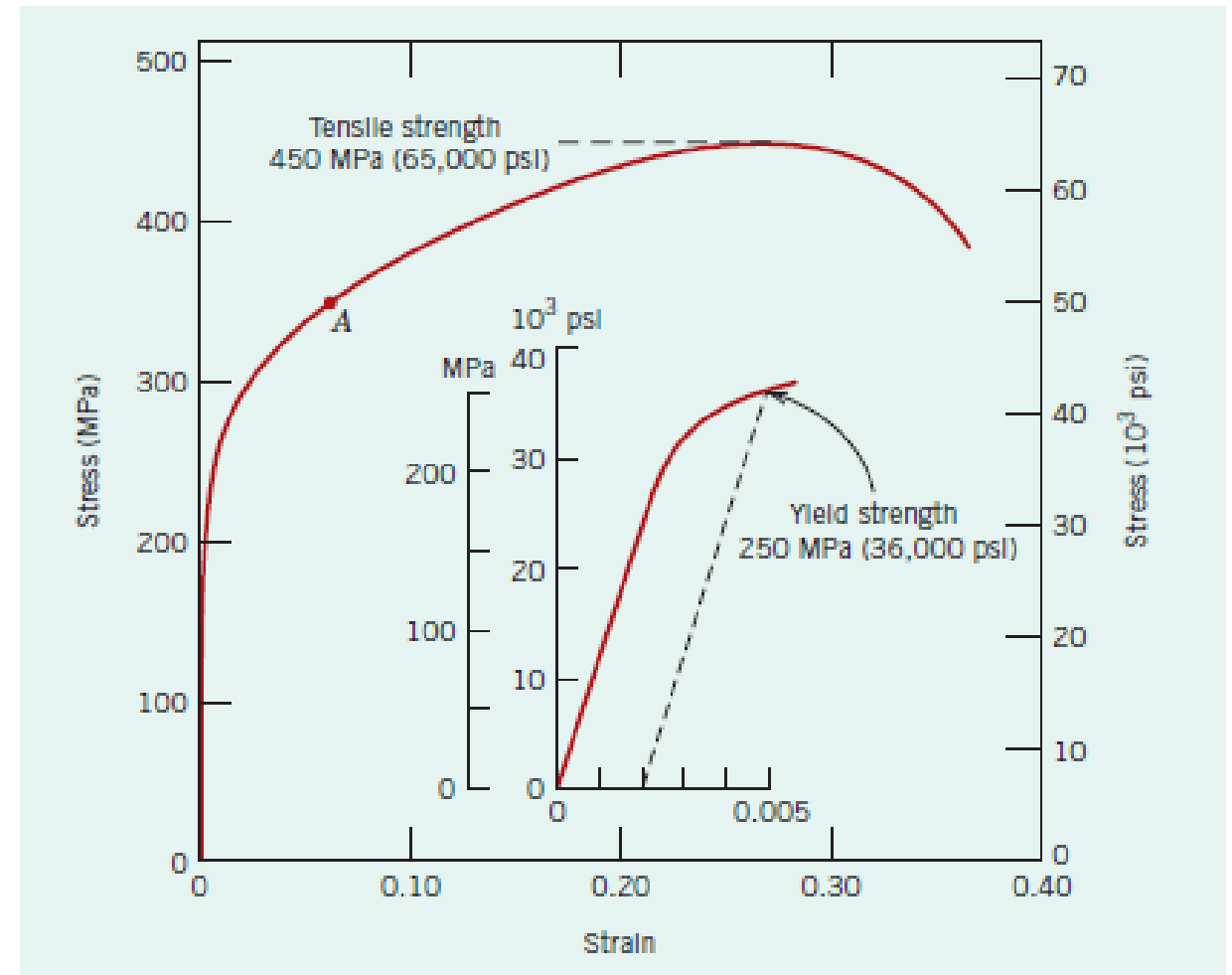
Από το διάγραμμα για  $\sigma = 345 \text{ MPa}$ :

$$\varepsilon = 0.06$$

Χρησιμοποιούμε:

$$\Delta l = \varepsilon l_0$$

$$\Delta l = 0.06 \cdot 250 = 15 \text{ mm}$$



# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## ❑ Ολκιμότητα (Ductility)

Δείχνει πόσο πλαστικά παραμορφώνεται ένα υλικό πριν σπάσει

Υλικά:

- υψηλή ολκιμότητα → μεγάλη παραμόρφωση  $\epsilon$
- χαμηλή → ψαθυρά

## ❑ Ολκιμότητα ως το επί τοις εκατό ποσοστό επιμήκυνσης (%EL)

$$\%EL = \frac{l_f - l_0}{l_0} \cdot 100$$

$l_f$ : το μήκος θραύσης

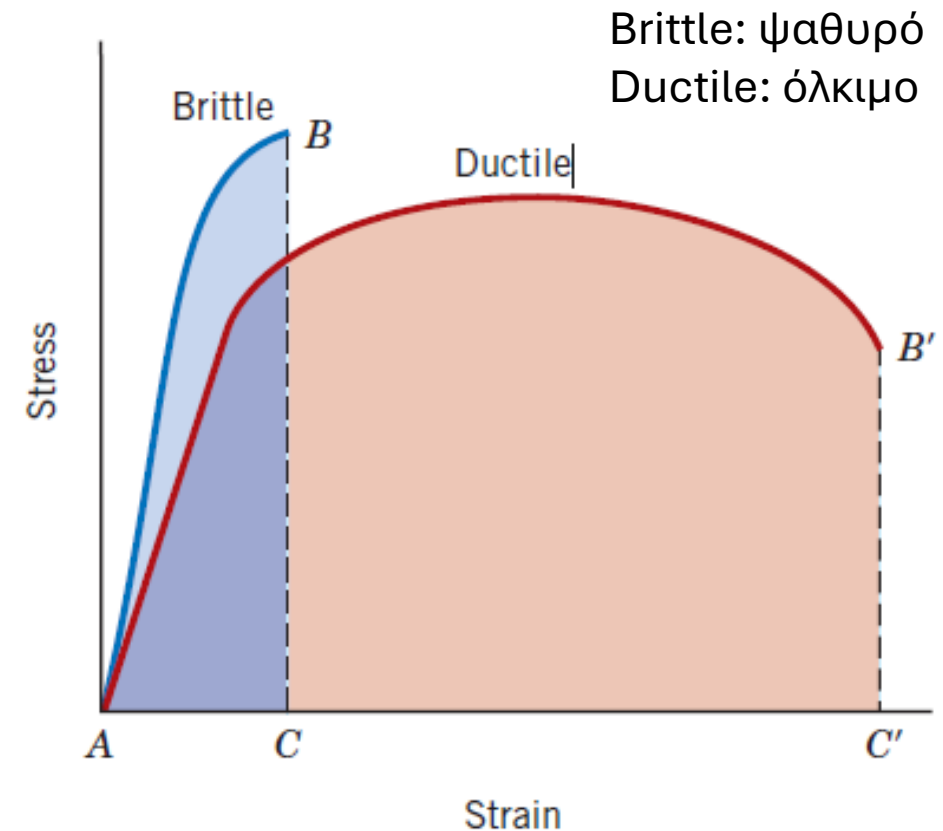
$l_0$ : το αρχικό ενεργό μήκος

## ❑ Ολκιμότητα ως το επί τοις εκατό μείωση εμβαδού επιφάνειας (%RA)

$$\%RA = \frac{A_0 - A_f}{A_0} \cdot 100$$

$A_f$ : εμβαδό διατομής στο σημείο θραύσης

$A_0$ : αρχικό εμβαδό διατομής



### ▪ Ολκιμα

μεγάλη παραμόρφωση πριν τη θραύση

### ▪ Ψαθυρά

σπάνε χωρίς σημαντική παραμόρφωση  
παραμόρφωση θραύσης < 5%

# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## □ Επανάταξη

Ικανότητα να απορροφά ενέργεια όταν παραμορφώνεται ελαστικά και να αποδίδει αυτή την ενέργεια κατά την αποφόρτισή του.

Μέτρο επανατακτικότητας ή μέτρο επανάταξης  $U_r$  (εμβαδό της επιφάνειας κάτω από την καμπύλη τάσης – παραμόρφωσης, εως το σημείο διαρροής)

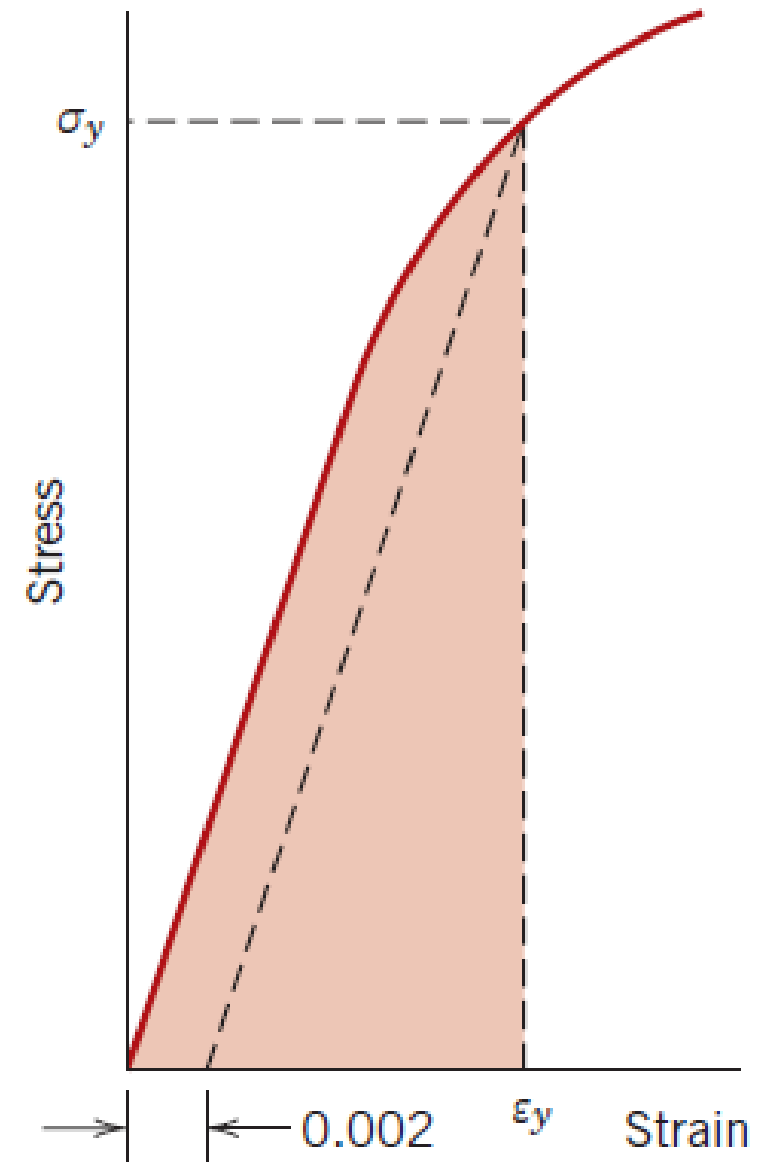
$$U_r = \int_0^{\varepsilon_y} \sigma d\varepsilon$$

Για γραμμική ελαστική συμπεριφορά:

$$U_r = \frac{1}{2} \sigma_y \varepsilon_y$$

➤ Χρησιμοποιώντας τον **Νόμο Hooke** ( $\sigma = E \cdot \varepsilon$ ) προκύπτει:

$$U_r = \frac{1}{2} \sigma_y \varepsilon_y = \frac{1}{2} \sigma_y \left( \frac{\sigma_y}{E} \right) = \frac{\sigma_y^2}{2E}$$



# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## Άσκηση:

Να υπολογιστεί το μέτρο επανάταξης (modulus of resilience) για τα παρακάτω κράματα:

<i>Material</i>	<i>Yield Strength</i>	
	<i>MPa</i>	<i>psi</i>
<i>Steel alloy</i>	<i>550</i>	<i>80,000</i>
<i>Brass alloy</i>	<i>350</i>	<i>50,750</i>
<i>Aluminum alloy</i>	<i>250</i>	<i>36,250</i>
<i>Titanium alloy</i>	<i>800</i>	<i>116,000</i>

# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

**Απάντηση:**

$$U_r = \frac{\sigma_y^2}{2E}$$

$$= \frac{(550 \times 10^6 \text{ N/m}^2)^2}{(2)(207 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 7.31 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \quad (107 \text{ in.} \cdot \text{lb}_f/\text{in.}^3)$$

For the brass

$$U_r = \frac{(350 \times 10^6 \text{ N/m}^2)^2}{(2)(97 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 6.31 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \quad (92.0 \text{ in.} \cdot \text{lb}_f/\text{in.}^3)$$

For the aluminum alloy

$$U_r = \frac{(250 \times 10^6 \text{ N/m}^2)^2}{(2)(69 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 4.53 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \quad (65.7 \text{ in.} \cdot \text{lb}_f/\text{in.}^3)$$

And, for the titanium alloy

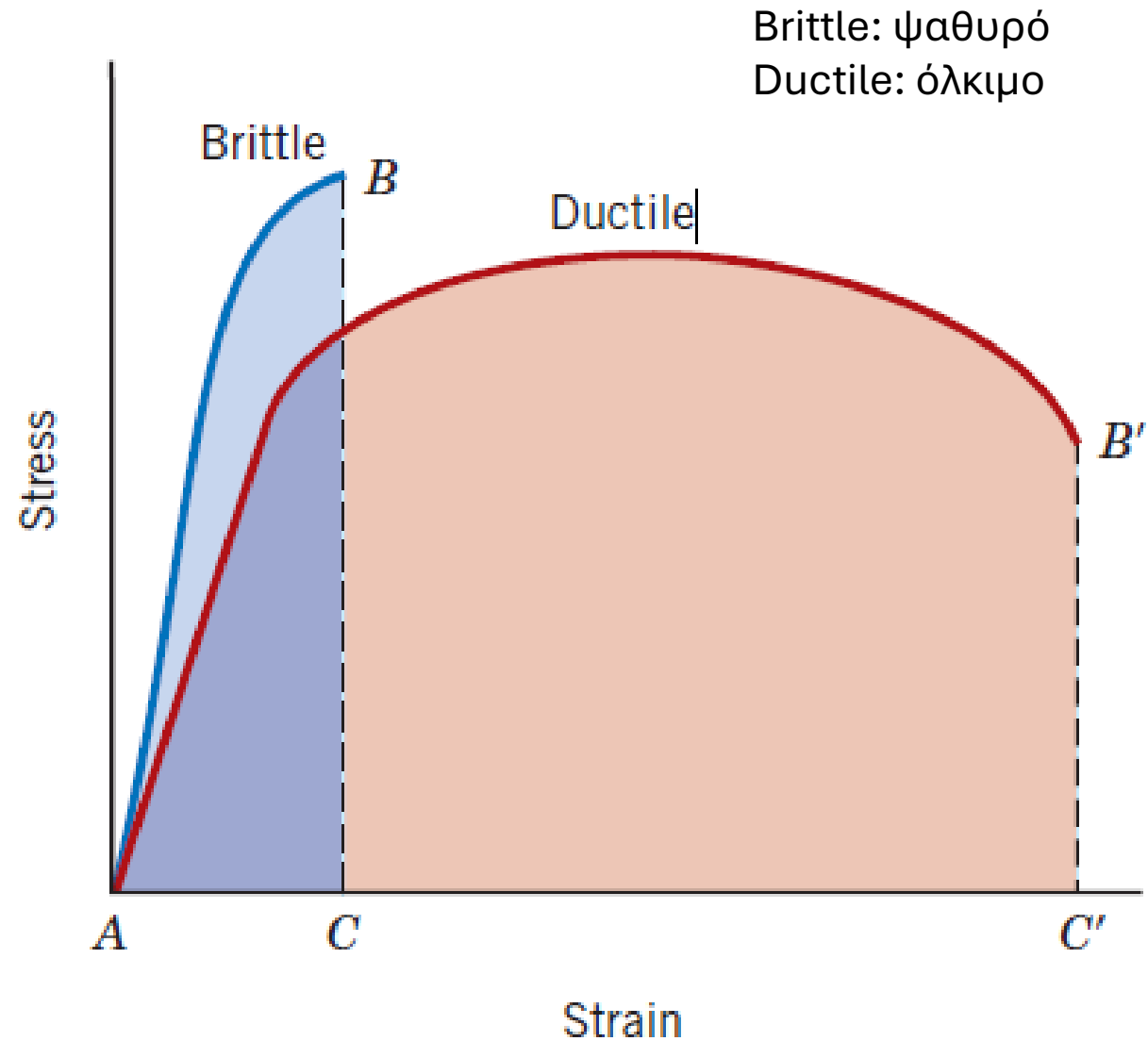
$$U_r = \frac{(800 \times 10^6 \text{ N/m}^2)^2}{(2)(107 \times 10^9 \text{ N/m}^2)} = 30.0 \times 10^5 \text{ J/m}^3 \quad (434 \text{ in.} \cdot \text{lb}_f/\text{in.}^3)$$

# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## ☐ Δυθραυστότητα (Toughness)

- Αντίσταση σε θραύση
- Ενέργεια που απορροφά το υλικό μέχρι να σπάσει
- Είναι όλο το εμβαδό κάτω από την καμπύλη τάση παραμόρφωσης έως το σημείο θραύσης

Ένα μέταλλο θεωρείται δύθραυστο όταν εμφανίζει:  
υψηλή αντοχή  
υψηλή ολκιμότητα



# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## Άσκηση:

Εξετάζοντας τις ιδιότητες των υποθετικών μετάλλων που παρατίθενται στον ακόλουθο πίνακα

(α) Ποια θα υποστούν μεγαλύτερη ποσοστιαία μείωση εμβαδού επιφάνειας? Γιατί?

(β) Ποιο μέταλλο είναι ισχυρότερο (υπό την έννοια της αντοχής) και γιατί?

(γ) Ποιο μέταλλο επιδεικνύει τη μεγαλύτερη δυσκαμψία και γιατί?

<i>Material</i>	<i>Yield Strength (MPa)</i>	<i>Tensile Strength (MPa)</i>	<i>Strain at Fracture</i>	<i>Fracture Strength (MPa)</i>	<i>Elastic Modulus (GPa)</i>
A	310	340	0.23	265	210
B	100	120	0.40	105	150
C	415	550	0.15	500	310
D	700	850	0.14	720	210
E	Fractures before yielding			650	350

Yield strength: αντοχή διαρροής

Tensile strength: Αντοχή σε εφελκυσμό

Strain at fracture: παραμόρφωση στη θραύση

Fracture strength: αντοχή στη θραύση

Elastic modulus: μέτρο ελαστικότητας

Fractures before yielding: θραύση πριν από διαρροή

# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## Απάντηση:

(α) μεγάλη πλαστική παραμόρφωση → μεγάλη στένωση → μεγάλη μείωση διατομής άρα το **B**

(β) αντοχή → **αντοχή σε εφελκυσμό** → μέγιστη τάση πριν τη θραύση άρα **D**

(γ) ακαμψία → **E μέτρο ελαστικότητας** → αντίσταση υλικού στην ελαστική παραμόρφωση άρα **E**

<i>Material</i>	<i>Yield Strength (MPa)</i>	<i>Tensile Strength (MPa)</i>	<i>Strain at Fracture</i>	<i>Fracture Strength (MPa)</i>	<i>Elastic Modulus (GPa)</i>
A	310	340	0.23	265	210
B	100	120	0.40	105	150
C	415	550	0.15	500	310
D	700	850	0.14	720	210
E	Fractures before yielding			650	350

Yield strength: αντοχή διαρροής

Tensile strength: Αντοχή σε εφελκυσμό

Strain at fracture: παραμόρφωση στη θραύση

Fracture strength: αντοχή στη θραύση

Elastic modulus: μέτρο ελαστικότητας

Fractures before yielding: θραύση πριν από διαρροή

# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

❑ Μηχανική Τάση:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

❑ Πραγματική Τάση:

$$\sigma_T = \frac{F}{A_i}$$

λαμβάνει υπόψη τη μείωση διατομής  
 **$A_i$  το εμβαδό στην περιοχή του λαιμού**

❑ Πραγματική παραμόρφωση

$$\varepsilon_T = \ln\left(\frac{l_i}{l_0}\right)$$

πιο ακριβής σε μεγάλες παραμορφώσεις

Εάν κατά την παραμόρφωση δεν συμβαίνει μεταβολή όγκου τότε ισχύει  $A_i l_i = A_0 l_0$

❑ Μετατροπή της μηχανικής τάσης και παραμόρφωσης σε πραγματική τάση και παραμόρφωση

$$\sigma_T = \sigma(1 + \varepsilon)$$

$$\varepsilon_T = \ln(1 + \varepsilon)$$

# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## Εξίσωση Σκλήρυνσης (Strain Hardening)

Σχέση πραγματικής τάσης – πραγματικής παραμόρφωσης στην πλαστική περιοχή ως το σημείο σχηματισμού λαιμού

$$\sigma_T = K \varepsilon_T^n$$

- K: σταθερά αντοχής
- n: εκθέτης σκλήρυνσης
- Περιγράφει την πλαστική περιοχή

## Επίδραση Θερμοκρασίας

Αύξηση θερμοκρασίας:

- Μειώνεται η αντοχή
- Αυξάνεται η ολκιμότητα

Μείωση θερμοκρασίας

- υλικό γίνεται πιο ψαθυρό

<i>Material</i>	<i>n</i>	<i>K</i>	
		<i>MPa</i>	<i>psi</i>
Low-carbon steel (annealed)	0.21	600	87,000
4340 steel alloy (tempered @ 315°C)	0.12	2650	385,000
304 stainless steel (annealed)	0.44	1400	205,000
Copper (annealed)	0.44	530	76,500
Naval brass (annealed)	0.21	585	85,000
2024 aluminum alloy (heat-treated – T3)	0.17	780	113,000
AZ-31B magnesium alloy (annealed)	0.16	450	66,000

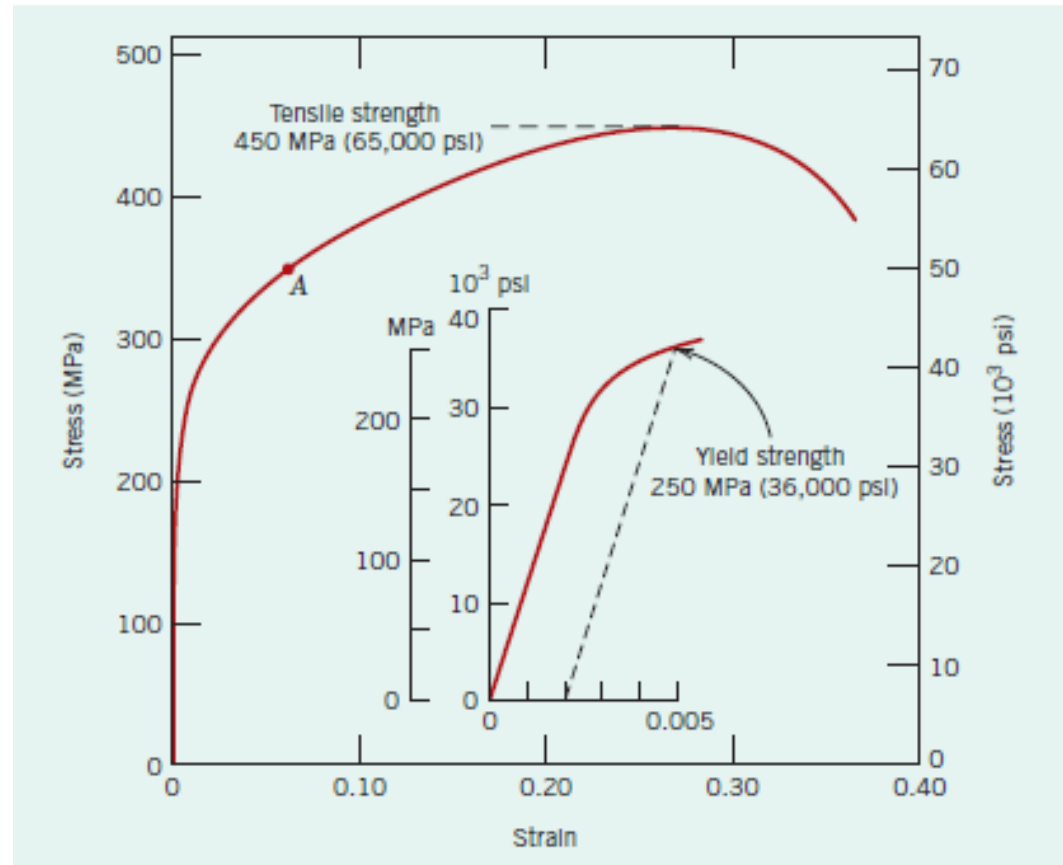
# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## Άσκηση:

Ένα κυλινδρικό δοκίμιο ορείχαλκου μήκους 60 mm πρέπει να επιμηκυνθεί κατά 10.8 mm όταν εφαρμόζεται εφελκυστικό φορτίο 50,000 N.

Να βρεθεί η ακτίνα του δοκιμίου.

Δίνεται ότι το υλικό ακολουθεί το διάγραμμα τάσης–παραμόρφωσης του παρακάτω σχήματος.



# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

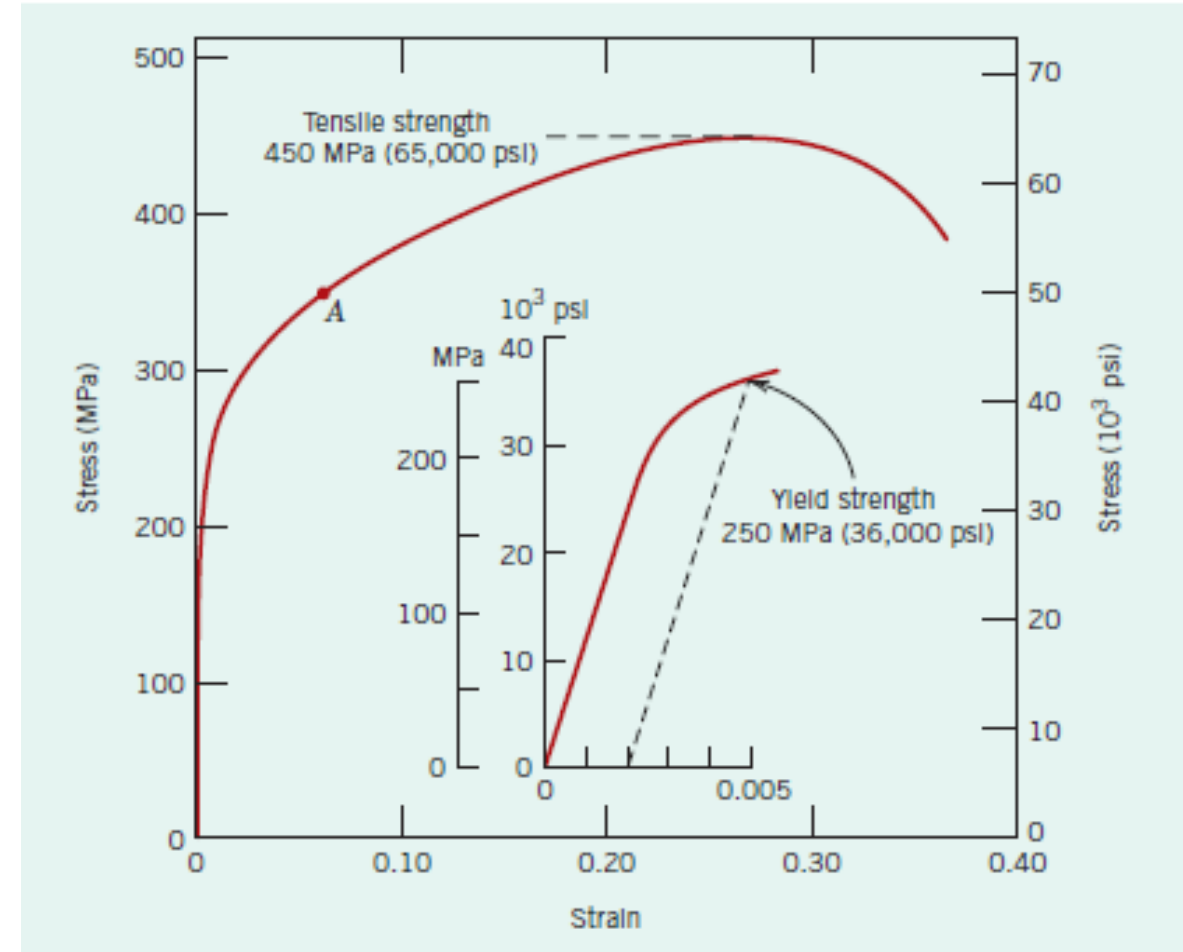
## Υπολογισμός παραμόρφωσης

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\varepsilon = \frac{0.0108\text{m}}{0.06\text{m}} = 0.18$$

$$\text{Για } \varepsilon = \mathbf{0.18} \rightarrow \sigma = 420 \text{ MPa}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r_o^2} \rightarrow r_o = \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \sigma}} = \sqrt{\frac{50000}{\pi \cdot 420 \cdot 10^6}} = 0.0062 \text{ m} = 6.2 \text{ mm}$$



# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

## Άσκηση:

Ένα κυλινδρικό μεταλλικό δοκίμιο με αρχική διάμετρο 12.8 mm και μήκος μέτρησης (gauge length) 50.80 mm υποβάλλεται σε εφελκυσμό μέχρι να συμβεί θραύση.

Η διάμετρος στο σημείο της θραύσης είναι 6.60 mm, και το μήκος μέτρησης μετά τη θραύση είναι 72.14 mm .

Να υπολογιστεί η ολκιμότητα ως:

ποσοστό μείωσης της επιφάνειας (percent reduction in area) και ποσοστό επιμήκυνσης (percent elongation).

# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

(a) Μείωση επιφάνειας (%RA)

$$\%RA = \frac{A_0 - A_f}{A_0} \times 100$$

Για κύκλο:

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

Άρα:

$$\begin{aligned}\%RA &= \frac{d_0^2 - d_f^2}{d_0^2} \times 100 \\ &= \frac{12.8^2 - 6.60^2}{12.8^2} \times 100 \\ &= \frac{163.84 - 43.56}{163.84} \times 100 \\ &= \frac{120.28}{163.84} \times 100 = 73.4\%\end{aligned}$$

# Πλαστική Παραμόρφωση (Plastic Deformation)

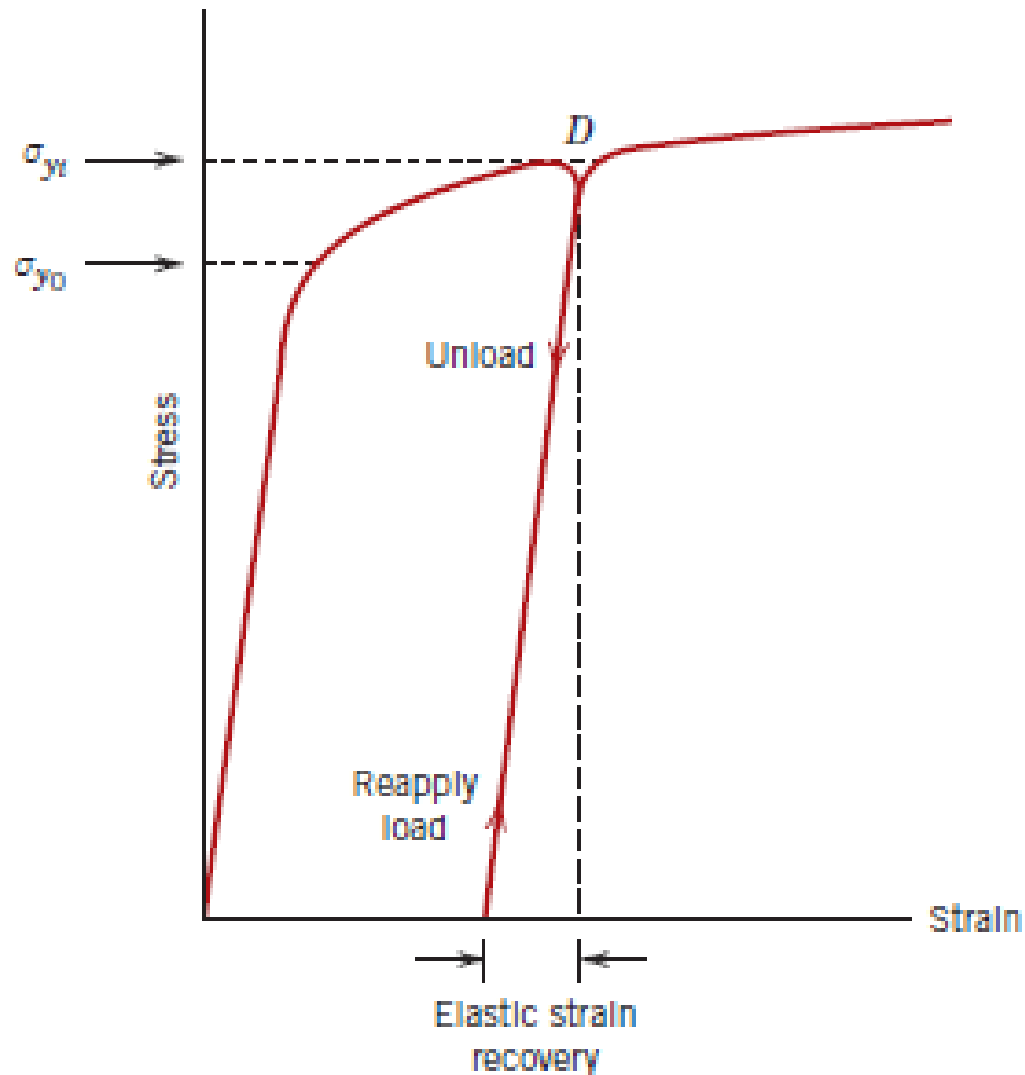
(β) Ποσοστό επιμήκυνσης (%EL)

$$\%EL = \frac{l_f - l_0}{l_0} \times 100$$

$$\%EL = \frac{72.14 - 50.80}{50.80} \times 100$$

$$= \frac{21.34}{50.80} \times 100 = 42\%$$

# Ελαστική Ανάκτηση μετά από Πλαστική Παραμόρφωση



- Ξεκινάς από το μηδέν τάση
- Περνάς στην ελαστική περιοχή
- διαρροή ( $\sigma_{y0}$ )
- Μετά περνάς σε **πλαστική παραμόρφωση**
- σημείο **D** (σημείο αποφόρτισης)
  
- Από το D κατεβαίνεις **γραμμικά**
- Η κλίση είναι ίδια με το **μέτρο ελαστικότητας (E)**
- Αυτό σημαίνει → ανακτάται μόνο το **ελαστικό μέρος**
  
- Παραμένει **πλαστική παραμόρφωση (μόνιμη)**
- **ελαστική ανάκτηση (elastic strain recovery)**
  
- **Επαναφόρτιση (Reapply load)**
- Η καμπύλη ανεβαίνει στην ίδια ευθεία
- Φτάνει ξανά στο σημείο D
- **$\sigma_y > \sigma_{y0}$**
- Το υλικό έγινε **πιο ανθεκτικό**

# Σκληρότητα (Hardness)

☐ **Σκληρότητα** είναι η αντίσταση σε **τοπική πλαστική παραμόρφωση**

Παραδείγματα: χαραγή, μικρό κοίλωμα

- Πιέζεται ένας **διεισδυτής (indenter)** στο υλικό
- Μετράμε μέγεθος ή βάθος αποτυπώματος → μεγαλύτερο αποτύπωμα → πιο μαλακό υλικό
  
- Γρήγορες και οικονομικές
- Μη καταστροφικές
- Δίνουν ένδειξη αντοχής σε εφελκυσμό

☐ **Δοκιμή σκληρότητας Rockwell**

☐ **Δοκιμή σκληρότητας Brinell**

☐ **Δοκιμή μικροσκληρότητα Vickers and Knoop**

# Σκληρότητα (Hardness)

## ❑ Δοκιμή Rockwell

- Μετρά βάθος διείσδυσης
- Χρησιμοποιεί μικρό φορτίο και μεγάλο φορτίο
- Υπάρχουν διαφορετικές κλίμακες (HRB, HRC κ.λπ.)

## ❑ Κλίμακες Rockwell

Διαφέρουν ως προς:

- διεισδυτή (σφαίρα ή διαμάντι)
- φορτίο

Παράδειγμα:

- HRC → σκληρά υλικά (χάλυβες)
- HRB → πιο μαλακά

# Σκληρότητα (Hardness)

## ❑ Δοκιμή Brinell

Χρησιμοποιεί σφαιρικό διεισδυτή  
Μετρά διάμετρο αποτυπώματος  
Κατάλληλη για πιο μαλακά ή μεσαία υλικά

## ❑ Μικροσκληρότητα (Vickers and Knoop)

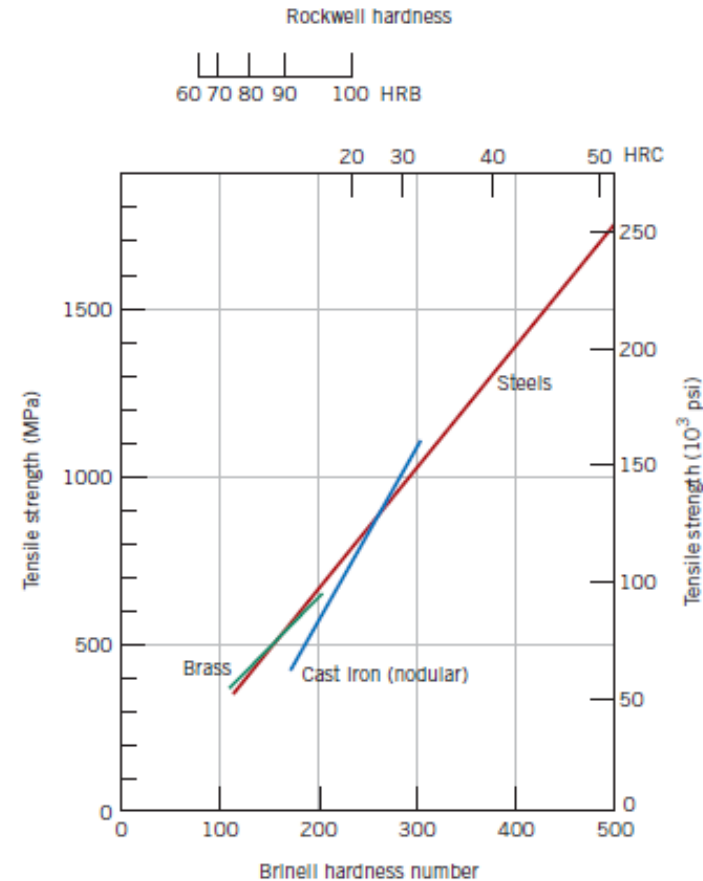
Πολύ μικρά φορτία  
Διαμαντένιος διεισδυτής  
Χρήση:

- λεπτές επιφάνειες
- μικροδομή
- κεραμικά

## ❑ Σχέση σκληρότητας και αντοχής

Για πολλά μέταλλα (χάλυβες) η σκληρότητα είναι ανάλογη της αντοχής σε εφελκυσμό

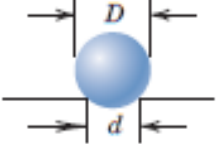
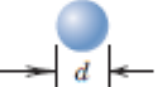
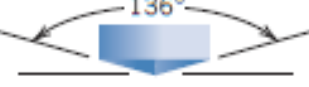

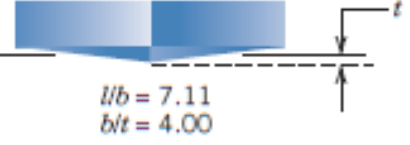
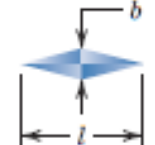
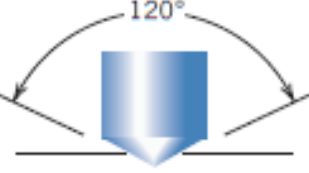


$$TS(MPa) = 3.45 \times HB$$



Brass: ορείχαλκος  
Steels: χάλυβες  
Cast iron (χυτοσίδηρος)

# Σκληρότητα (Hardness)

**Table 6.5** Hardness-Testing Techniques

Test	Indenter	Shape of Indentation		Load	Formula for Hardness Number <sup>a</sup>	
		Side View	Top View			
Brinell	10-mm sphere of steel or tungsten carbide			$P$	$HB = \frac{2P}{\pi D[D - \sqrt{D^2 - d^2}]}$	
Vickers microhardness	Diamond pyramid			$P$	$HV = 1.854P/d_1^2$	
Knoop microhardness	Diamond pyramid			$P$	$HK = 14.2P/l^2$	
Rockwell and superficial Rockwell	{ <ul style="list-style-type: none"> <li>Diamond cone:</li> <li><math>\frac{1}{16}</math>, <math>\frac{1}{8}</math>, <math>\frac{1}{4}</math>, <math>\frac{1}{2}</math> in. diameter</li> <li>steel spheres</li> </ul>		  	$60 \text{ kg}$ $100 \text{ kg}$ $150 \text{ kg}$	} Rockwell  $15 \text{ kg}$ $30 \text{ kg}$ $45 \text{ kg}$	} Superficial Rockwell

<sup>a</sup>For the hardness formulas given,  $P$  (the applied load) is in kg, and  $D$ ,  $d$ ,  $d_1$ , and  $l$  are all in millimeters.

Source: Adapted from H. W. Hayden, W. G. Moffatt, and J. Wulff, *The Structure and Properties of Materials*, Vol. III, *Mechanical Behavior*, John Wiley & Sons, 1965. Reproduced with permission of Kathy Hayden.