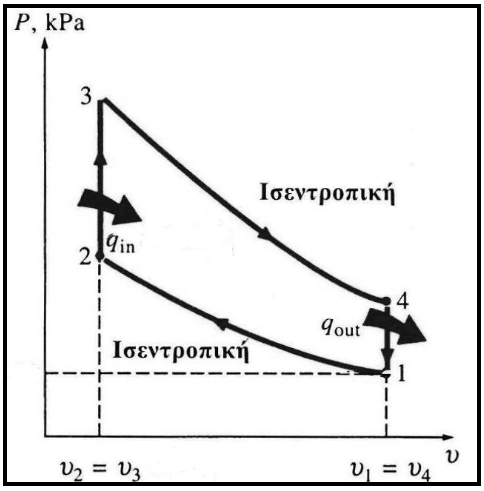
Εφαρμογή 3

Μια μονοκύλινδρη εμβολοφόρος μηχανή εργάζεται σύμφωνα με τον ιδανικό κύκλο αέρα Otto. Στην αρχή της συμπίεσης ο αέρας έχει θερμοκρασία 27 ^{0}C και πίεση 90 kPa. Η θερμοκρασία του αέρα στο τέλος της συμπίεσης είναι 390 ^{0}C ενώ στην αρχή της εκτόνωσης είναι 2800 ^{0}C. Ζητούνται να υπολογιστούν τα ακόλουθα:

1. Η πίεση και η θερμοκρασία σε κάθε σημείο του κύκλου
2. Ο λόγος συμπίεσης της μηχανής
3. Ο βαθμός απόδοσης της μηχανής.
4. Η ωφέλιμη ισχύς ανά μονάδα μάζας εργαζόμενου μέσου εάν ο κύκλος αυτός εκτελείται 5 φορές ανά λεπτό.
5. Η μέση αποτελεσματική πίεση του κύκλου.



Λύση :

1. *Σημείο 1 :* P_1 = 90 kPa, T_1 = 300 K

Σημείο 2 : P_2 = 1444 kPa, T_2 = 663 (K)

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} \Leftrightarrow ..... \Leftrightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Leftrightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Leftrightarrow$$

$$P_2 = 90 \cdot \left(\frac{663}{300}\right)^{3,5} \Leftrightarrow P_2 = 1444\ kPa = 14,4\ bar$$

Σημείο 3 : P_3 = 6693 kPa, T_3 = 3073 (K)

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3}{P_2} \Leftrightarrow P_3 = P_2 \cdot \frac{T_3}{T_2} \Leftrightarrow P_3 = 1444 \cdot \frac{3073}{663} \Leftrightarrow P_3 = 6693\ kPa = 66,9\, bar$$

Σημείο 4 : P_4 = 418,3 kPa, T_4 = 1394 (K)

$$\left.\begin{aligned}&\frac{T_4}{T_3}=\left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\Leftrightarrow T_4=T_3\cdot\left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{0,285}\\&\frac{T_4}{T_1}=\frac{P_4}{P_1}\Leftrightarrow T_4=T_1\cdot\frac{P_4}{P_1}\end{aligned}\right\}\rightarrow P_4^{1-0,285}=\frac{T_3\cdot P_1}{T_1\cdot P_3^{0,285}}$$

ή

$$P_4^{1-0,285}=\frac{3073\cdot 90}{300\cdot 6693^{0,285}}\Leftrightarrow P_4=418,3\ kPa=4,2bar$$

Άρα : $\frac{T_4}{T_1}=\frac{P_4}{P_1}\Leftrightarrow T_4=300\cdot\frac{418,3}{90}\Leftrightarrow T_4=1394\ K$

2. $P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}\Leftrightarrow\frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}\Leftrightarrow\varepsilon=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/\gamma}\Leftrightarrow\varepsilon=7,26$

3. $\eta=\frac{w_{\omega\phi}}{q_{in}}=1-\frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}}\Leftrightarrow\eta=1-\frac{1}{7,2^{0,4}}\Leftrightarrow\eta=0,547=54,7\%$

4. Η ωφέλιμη ισχύς της μηχανής θα είναι :

$$\dot{W}_{\omega\varphi}=W_{\omega\varphi}\left(\frac{J}{cycle}\right)\cdot f\left(\frac{cycles}{sec}\right)\Leftrightarrow\dot{W}_{\omega\varphi}=W_{\omega\varphi}\left(\frac{J}{cycle}\right)\cdot\frac{5\left(\frac{cycles}{min}\right)}{60\left(\frac{sec}{min}\right)}$$

Η ωφέλιμη ισχύς ανά μονάδα μάζας εργαζόμενου μέσου που έχει εγκλωβιστεί στον κύλινδρο θα είναι :

$$\dot{w}_{\omega\varphi}=\frac{\dot{W}_{\omega\varphi}}{m}=w_{\omega\varphi}\left(\frac{J}{kg,cycle}\right)\cdot\frac{5\left(\frac{cycles}{min}\right)}{60\left(\frac{sec}{min}\right)}=942256\cdot\frac{5}{60}=15704\ \frac{W}{kg}=15,7\ \frac{kW}{kg}$$

όπου το ειδικό ωφέλιμο έργο θα δίνεται ως :

$$w_{\omega\varphi}\left(\frac{J}{kg,cycle}\right)=q_{in}-q_{out}=C_V\left(T_3-T_2\right)-C_V\left(T_4-T_1\right)\Leftrightarrow w_{\omega\varphi}=942256\ \frac{J}{kg}$$

5. Από την σχέση (9) θα έχουμε :

$$mep=\frac{W_{\omega\phi}}{V_{MAX}-V_{MIN}}=\frac{W_{\omega\phi}}{V_1-V_2}\Leftrightarrow mep=\frac{w_{\omega\phi}}{v_1-v_2}\Leftrightarrow mep=\frac{w_{\omega\phi}}{\frac{RT_1}{P_1}-\frac{RT_2}{P_2}}$$

ή

$$mep=\frac{942256}{0{,}956-0{,}1317}\Leftrightarrow mep=1142276\,\frac{Nt}{m^2}=11{,}4\ bar$$

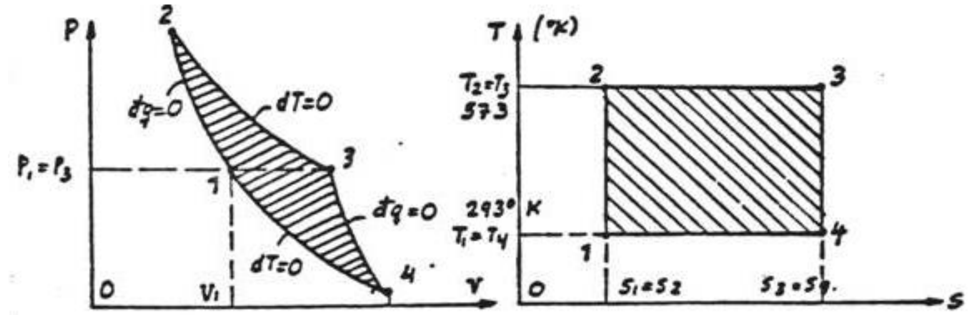
Εφαρμογή 9

Σε κύκλο Carnot ιδανικού αερίου το εργαζόμενο μέσο είναι 2.0 kg αέρας. Η θερμοκρασία του θερμοδοχείου είναι T_H = T_2 = 573 K ενώ ως ψυχροδοχείο χρησιμοποιείται το περιβάλλον το οποίο έχει θερμοκρασία T_L = T_1 = 293 K. Η πίεση P_1 του εργαζόμενου μέσου στο τέλος της ισοθερμοκρασιακής συμπίεσης ισούται με την πίεση P_3 στο τέλος της ισοθερμοκρασιακής εκτόνωσης και είναι P_1 = P_3 = 6 bar.

Ζητούνται:

1) Το παραγόμενο ωφέλιμο μηχανικό έργο.
2) Η ισχύς που παράγεται από τον κύκλο Carnot αν αυτός επαναλαμβάνεται 50 φορές το λεπτό.
3) Ο βαθμός απόδοσης του κύκλου.
4) Η μεταβολή του βαθμού απόδοσης για την περίπτωση εκείνη κατά την οποία η θερμοκρασία του περιβάλλοντος πέσει στους 0 °C.

<u>Λύση :</u>



Αρχικά θα υπολογίσουμε όλα τα καταστατικά μεγέθη P, V, T τα οποία δε δίνονται από την εκφώνηση της άσκησης στα σημεία 2, 3 και 4.

<u>Μεταβολή 1 → 2 Ισεντροπική Συμπίεση :</u>

$$\left.\begin{aligned}
&P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} \rightarrow V_2 = V_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/\gamma} \rightarrow V_2 = V_1\left(\frac{\mathrm{T}_1}{\mathrm{T}_2}\right)^{1/(\gamma-1)}\\
&\gamma = 1,4\\
&T_2 = 573\ K\\
&P_1V_1 = mRT_1 \rightarrow V_1 = \frac{mRT_1}{P_1} = \frac{2\cdot 287\cdot 293}{6\cdot 10^5} = 0,28\ m^3
\end{aligned}\right\} \rightarrow V_2 = 0,0523\ \ m^3$$

Συνεπώς : $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma} \rightarrow P_2 = P_1\left(\dfrac{V_1^{\gamma}}{V_2^{\gamma}}\right) \rightarrow P_2 = 62,8\ bar$

<u>Μεταβολή 2→3 Ισοθερμοκρασιακή Εκτόνωση :</u>

$$P_3V_3\ = P_2V_2\ \rightarrow V_3 = V_2\left(\frac{P_2}{P_3}\right) \rightarrow V_3 = V_2\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = 0,547\ m^3$$

$P_3 = P_1 = 6\ bar,\ T_3 = T_2 = 573\ K$

<u>Μεταβολή 3→4 Ισεντροπική Εκτόνωση :</u>

$$\left.\begin{aligned}
&P_3V_3^{\gamma} = P_4V_4^{\gamma} \rightarrow V_4 = V_3\left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{1/\gamma} \rightarrow V_4 = V_3\left(\frac{\mathrm{T}_3}{\mathrm{T}_4}\right)^{1/(\gamma-1)}\\
&\gamma = 1,4\\
&T_3 = 573\ K\\
&T_4 = T_1 = 293\ K\\
&V_3 = 0,547\ m^3
\end{aligned}\right\} \rightarrow V_4 = 2,92\ \ m^3$$

$$P_3V_3^{\gamma} = P_4V_4^{\gamma} \rightarrow P_4 = P_3\left(\frac{V_3^{\gamma}}{V_4^{\gamma}}\right) \rightarrow P_4 = 0,575\ bar$$

Σχηματίζω λοιπόν τον ακόλουθο πίνακα:

	1	**2**	**3**	**4**
Πίεση P (bar)	6	62.8	6	0.57
Όγκος v (m^3)	0.28	0.0523	0.547	2.92
Θερμοκρασία T(K)	293	573	573	293

1) Το παραγόμενο μηχανικό έργο είναι το άθροισμα των μηχανικών έργων που παράχθηκαν κατά τις μεταβολές 1→2, 2→3, 3→4 και 4→1. Αλλά για κυκλικές μεταβολές η συνολική μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι μηδέν. Άρα από τον 1$^{\text{ο}}$ Θερμοδυναμικό Νόμο θα ισχύει ότι:

$$Q_{tot} = W_{tot} = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}$$

<u>Μεταβολή 1→2: Αδιαβατική → dq = 0</u>

$$W_{12} = \frac{P_1V_1 - P_2V_2}{\gamma - 1} = \frac{mR\left(T_1 - T_2\right)}{\gamma - 1} = \frac{2 \cdot 287 \cdot \left(293 - 573\right)}{(1.4 - 1)} \Rightarrow \boxed{W_{12} = -401{,}8\ kJ}$$

Όμοια για τη μεταβολή 3→4, η οποία είναι αδιαβατική εκτόνωση θα ισχύει ότι:

$$W_{34} = \frac{P_3V_3 - P_4V_4}{\gamma - 1} = \frac{mR\left(T_3 - T_4\right)}{\gamma - 1} = \frac{2 \cdot 287 \cdot \left(573 - 293\right)}{(1.4 - 1)} \Rightarrow \boxed{W_{34} = 401{,}8\ \ kJ}$$

Επομένως: $W_{12} = -W_{34}$.

Για τις μεταβολές 2→3 και 4→1 που είναι ισοθερμοκρασιακές ισχύει ότι :

$$W_{23} = mRT_2 \ln\left(\frac{P_2}{P_3}\right) = 2 \cdot 287 \cdot 573 \cdot \ln\left(\frac{62.8}{6}\right) \Rightarrow \boxed{W_{23} = 772{,}326\ \ kJ}$$

$$W_{14} = mRT_1 \ln\left(\frac{P_1}{P_4}\right) = 2 \cdot 287 \cdot 293 \cdot \ln\left(\frac{0.57}{6}\right) \Rightarrow \boxed{W_{14} = -395{,}879\ \ kJ}$$

Συνεπώς :

$$Q_{tot} = W_{tot} = W_{\omega\varphi} = W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41} \Leftrightarrow Q_{tot} = W_{\omega\varphi} = 376{,}04\ kJ$$

Άρα για κάθε κύκλο Carnot το παραγόμενο ωφέλιμο έργο θα είναι: $W_{\omega\varphi} = 376.04 \frac{kJ}{cycle}$.

2) Άρα η παραγόμενη ωφέλιμη ισχύς για συχνότητα επανάληψης του κύκλου Carnot ίση με 50 κύκλους ανά λεπτό θα είναι:

$$\dot{W}_{\omega\varphi} = W_{\omega\varphi}\left(kJ/\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\right) \cdot \frac{N\left(\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\iota/\min\right)}{60\left(\sec/\min\right)} = 376 \cdot \frac{50}{60} \Rightarrow \boxed{\dot{W}_{\omega\varphi} = 313.3\ kW}$$

Σε θερμοδυναμικούς κύκλους παραγωγής μηχανικής ισχύος, το παραγόμενο ωφέλιμο έργο ανά κύκλο λειτουργίας (Joules/κύκλο) μετατρέπεται σε ωφέλιμη ισχύ πολλαπλασιαζόμενο επί τη συχνότητα πραγματοποίησης των κύκλων λειτουργίας ανά sec ώστε η προκύπτουσα ισχύς να δίνεται σε (Joules/sec = Watts).

3) Ο βαθμός απόδοσης της συγκεκριμένης θερμικής μηχανής θα είναι :

$$n_C = \frac{W_{\omega\varphi}}{Q_H} = \frac{\dot{W}_{\omega\varphi}}{\dot{Q}_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{293}{573} = 0{,}48 = 48\%$$

4) Εάν $T_L' = 273\ \mathrm{K}$ τότε

$$n'_C = 1 - \frac{T_L'}{T_H} = 1 - \frac{273}{573} = 0{,}52 = 52\%$$

Συνεπώς με την μείωση της θερμοκρασίας του ψυχροδοχείου – διατηρούμενης της μεγίστης θερμοκρασίας σταθερής – η απόδοση της θερμικής μηχανής θα αυξηθεί κατά

$$\frac{52-48}{48}\cdot 100\% = 8,33\%$$

Άσκηση 15

Τετρακύλινδρη, τετράχρονη μηχανή απλής ενέργειας έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά: Πραγματική ισχύς $P_E = 14,13 PS$, Μέση ενδεικνύμενη πίεση $\overline{p}_i = 6 \dfrac{Kp}{cm^2}$, Μηχανικός βαθμός απόδοσης ίσο με 75%, Αριθμός στροφών 600 στροφές/min και, $\dfrac{S}{D} = 1.5$ (σχέση διαδρομής προς διάμετρο του εμβόλου). Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα του εμβόλου $\overline{S}_p$.

Η ενδεικνύμενη ισχύς λαμβάνοντας υπόψη και τον μηχανικό βαθμό απόδοσης δίνεται από τη σχέση,

$$P_i = \overline{p}_i \cdot V_H \cdot \frac{n}{a} = \overline{p}_i \cdot (z \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot S) \cdot \frac{n}{a}$$
$$\kappa\alpha\iota \quad P_i = \frac{P_E}{\eta_m}$$

όπου $\overline{p}_i$ *η μέση ενδεικνύμενη πίεση,* V_H *ο συνολικός όγκος εμβολισμού της μηχανής, και* a *παράγοντας που για τετράχρονη μηχανή παίρνει την τιμή 2. Αντίστοιχα* z *είναι ο αριθμός των κυλίνδρων της μηχανής,* D *η διάμετρος του εμβόλου,* S *η διαδρομή του εμβόλου της μηχανής και n είναι οι στροφές ανά δευτερόλεπτο της μηχανής. Γνωρίζοντας όλα τα μεγέθη και επιπλέον τον λόγο* $\dfrac{S}{D}$ *μπορούμε να επιλύσουμε ως προς την διάμετρο του εμβόλου* D

$$\overline{p}_i \cdot (z \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot S) \cdot \frac{N}{60} \cdot \frac{1}{a} = \frac{P_E}{\eta_m} \Rightarrow \quad \overline{p}_i \cdot (z \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot 1{,}5 \cdot D) \cdot \frac{N}{60} \cdot \frac{1}{a} = \frac{P_E}{\eta_m}$$
$$D^3 = \frac{P_E \cdot 60 \cdot 4 \cdot a}{\eta_m \cdot \overline{p}_i \cdot z \cdot \pi \cdot 1{,}5 \cdot \mathrm{N}} = \frac{14{,}13 \cdot 75 \cdot 100 \cdot 60 \cdot 4 \cdot 2}{0{,}75 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 1{,}5 \cdot 600} \left\langle cm^3 \right\rangle = 1.000 \left\langle cm^3 \right\rangle \Rightarrow$$
$$D = 10 \langle cm \rangle$$

άρα η διαδρομή είναι ίση με $S = 1{,}5 \cdot D = 15 \langle cm \rangle$

Η μέση ταχύτητα του εμβόλου δίνεται από τη σχέση $\overline{S}_p = 2 \cdot S \cdot n$ *, όπου S είναι η διαδρομή του εμβόλου και n είναι οι στροφές ανά δευτερόλεπτο της μηχανής.*

$$\overline{S}_p = 2 \cdot S \cdot n = \frac{2 \cdot S \cdot N}{60} = \frac{2 \cdot 0{,}15 \cdot 600}{60} \left\langle \frac{m}{s} \right\rangle = 3 \left\langle \frac{m}{s} \right\rangle$$

<u>Άσκηση 16</u>

Να υπολογιστεί η μέση ταχύτητα κινήσεως του εμβόλου $\overline{S}_p$ τετρακύλινδρης, δίχρονης μηχανής Μ.Ε.Κ., για την οποία δίνονται: Πραγματική ισχύς $P_E = 100\,PS$, Μηχανικός βαθμός απόδοσης ίσος με 90%, Μέση ενδεικνύμενη πίεση $\overline{p}_i = 6{,}5 \frac{Kp}{cm^2}$, και διάμετρος του εμβόλου ίση με $D = 150\,mm$.

Όμοια με την προηγούμενη άσκηση η ενδεικνύμενη ισχύς λαμβάνοντας υπόψη και τον μηχανικό βαθμό απόδοσης δίνεται από τη σχέση,

$$P_i = \overline{p}_i \cdot V_H \cdot \frac{n}{a} = \overline{p}_i \cdot \left(z \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot S\right) \cdot \frac{n}{a}$$

$$\kappa\alpha\iota \quad P_i = \frac{P_E}{\eta_m}$$

όπου $\overline{p}_i$ η μέση ενδεικνύμενη πίεση, V_H ο συνολικός όγκος εμβολισμού της μηχανής, και a παράγοντας που για τετράχρονη μηχανή παίρνει την τιμή 2. Αντίστοιχα z είναι ο αριθμός των κυλίνδρων της μηχανής, D η διάμετρος του εμβόλου, S η διαδρομή του εμβόλου της μηχανής και n είναι οι στροφές ανά δευτερόλεπτο της μηχανής. Η μέση ταχύτητα του εμβόλου δίνεται από τη σχέση $\overline{S}_p = 2 \cdot S \cdot n$. Αντικαθιστώντας στις παραπάνω εξισώσεις έχουμε

$$\overline{p}_i \cdot \left(z \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot S\right) \cdot \frac{n}{a} = \frac{P_E}{\eta_m} \Rightarrow \quad \overline{p}_i \cdot z \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{8} \cdot 2 \cdot S \cdot \frac{n}{a} = \frac{P_E}{\eta_m} \Rightarrow$$

$$\overline{p}_i \cdot z \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{8} \cdot \overline{S}_p \cdot \frac{1}{a} = \frac{P_E}{\eta_m} \Rightarrow \quad \overline{S}_p = \frac{P_E \cdot 8 \cdot a}{\eta_m \cdot \overline{p}_i \cdot z \cdot \pi \cdot D^2} \Rightarrow$$

$$\overline{S}_p = \frac{100 \cdot 75 \cdot 8 \cdot 1}{0.9 \cdot 6{,}5 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 15^2} \left\langle \frac{m}{s} \right\rangle = 3{,}63 \left\langle \frac{m}{s} \right\rangle$$