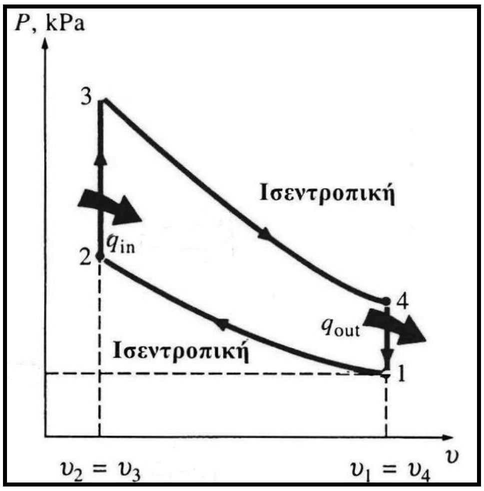
Εφαρμογή 3

Μια μονοκύλινδρη εμβολοφόρο μηχανή εργάζεται σύμφωνα με τον ιδανικό κύκλο αέρα Otto. Στην αρχή της συμπίεσης ο αέρας έχει θερμοκρασία 27 ^{0}C και πίεση 90 kPa. Η θερμοκρασία του αέρα στο τέλος της συμπίεσης είναι 390 ^{0}C ενώ στην αρχή της εκτόνωσης είναι 2800 ^{0}C. Ζητούνται να υπολογιστούν τα ακόλουθα:

1. Η πίεση και η θερμοκρασία σε κάθε σημείο του κύκλου
2. Ο λόγος συμπίεσης της μηχανής
3. Ο βαθμός απόδοσης της μηχανής.
4. Η ωφέλιμη ισχύς ανά μονάδα μάζας εργαζόμενου μέσου εάν ο κύκλος αυτός εκτελείται 5 φορές ανά λεπτό.
5. Η μέση αποτελεσματική πίεση του κύκλου.



Λύση :

1. *Σημείο 1 :* P_1 = 90 kPa, T_1 = 300 K

Σημείο 2 : P_2 = 1444 kPa, T_2 = 663 (K)

$$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma \Leftrightarrow ..... \Leftrightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Leftrightarrow \frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Leftrightarrow$$

$$P_2 = 90 \cdot \left(\frac{663}{300}\right)^{3,5} \Leftrightarrow P_2 = 1444\ kPa = 14,4\ bar$$

Σημείο 3 : P_3 = 6693 kPa, T_3 = 3073 (K)

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{P_3}{P_2} \Leftrightarrow P_3 = P_2 \cdot \frac{T_3}{T_2} \Leftrightarrow P_3 = 1444 \cdot \frac{3073}{663} \Leftrightarrow P_3 = 6693\ kPa = 66,9 bar$$

Σημείο 4 : P_4 = 418,3 kPa, T_4 = 1394 (K)

$$\left.\begin{aligned}&\frac{T_4}{T_3}=\left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\Leftrightarrow T_4=T_3\cdot\left(\frac{P_4}{P_3}\right)^{0,285}\\&\frac{T_4}{T_1}=\frac{P_4}{P_1}\Leftrightarrow T_4=T_1\cdot\frac{P_4}{P_1}\end{aligned}\right\}\rightarrow P_4^{1-0,285}=\frac{T_3\cdot P_1}{T_1\cdot P_3^{0,285}}$$

ή

$$P_4^{1-0,285}=\frac{3073\cdot 90}{300\cdot 6693^{0,285}}\Leftrightarrow P_4=418,3\ kPa=4,2bar$$

Άρα : $\frac{T_4}{T_1}=\frac{P_4}{P_1}\Leftrightarrow T_4=300\cdot\frac{418,3}{90}\Leftrightarrow T_4=1394\ K$

2. $P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}\Leftrightarrow\frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}\Leftrightarrow\boldsymbol{\varepsilon}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{1/\gamma}\Leftrightarrow\boldsymbol{\varepsilon}=7,26$

3. $\boldsymbol{\eta}=\frac{w_{\omega\phi}}{q_{in}}=1-\frac{1}{\boldsymbol{\varepsilon}^{\gamma-1}}\Leftrightarrow\boldsymbol{\eta}=1-\frac{1}{7,2^{0,4}}\Leftrightarrow\boldsymbol{\eta}=0,547=54,7\%$

4. Η ωφέλιμη ισχύς της μηχανής θα είναι :

$$\dot{W}_{\omega\varphi}=W_{\omega\varphi}\left(\frac{J}{cycle}\right)\cdot f\left(\frac{cycles}{sec}\right)\Leftrightarrow\dot{W}_{\omega\varphi}=W_{\omega\varphi}\left(\frac{J}{cycle}\right)\cdot\frac{5\left(\frac{cycles}{min}\right)}{60\left(\frac{sec}{min}\right)}$$

Η ωφέλιμη ισχύς ανά μονάδα μάζας εργαζόμενου μέσου που έχει εγκλωβιστεί στον κύλινδρο θα είναι :

$$\dot{w}_{\omega\varphi}=\frac{\dot{W}_{\omega\varphi}}{m}=w_{\omega\varphi}\left(\frac{J}{kg,cycle}\right)\cdot\frac{5\left(\frac{cycles}{min}\right)}{60\left(\frac{sec}{min}\right)}=942256\cdot\frac{5}{60}=15704\ \frac{W}{kg}=15,7\ \frac{kW}{kg}$$

όπου το ειδικό ωφέλιμο έργο θα δίνεται ως :

$$w_{\omega\varphi}\left(\frac{J}{kg,cycle}\right)=q_{in}-q_{out}=C_V\left(T_3-T_2\right)-C_V\left(T_4-T_1\right)\Leftrightarrow w_{\omega\varphi}=942256\ \frac{J}{kg}$$

5. Από την σχέση (9) θα έχουμε :

$$mep=\frac{W_{\omega\phi}}{V_{MAX}-V_{MIN}}=\frac{W_{\omega\phi}}{V_1-V_2}\Leftrightarrow mep=\frac{w_{\omega\phi}}{v_1-v_2}\Leftrightarrow mep=\frac{w_{\omega\phi}}{\frac{RT_1}{P_1}-\frac{RT_2}{P_2}}$$

ή

$$mep = \frac{942256}{0,956 - 0,1317} \Leftrightarrow mep = 1142276 \frac{Nt}{m^2} = 11,4\ bar$$

<u>Εφαρμογή 10</u>

Στο εσωτερικό θερμικής μηχανής η οποία αποτελείται από ένα σύστημα εμβόλου – κυλίνδρου, βρίσκεται εγκλωβισμένη μάζα αέρα ίση με 0,005 (kg). Κατά την διάρκεια λειτουργίας της μηχανής, η συγκεκριμένη μάζα του αέρα, που αποτελεί το εργαζόμενο μέσο της θερμικής μηχανής και θεωρείται ιδανικό αέριο, υφίσταται την ακόλουθη αντιστρεπτή κυκλική μεταβολή :

- 1→2 Ισοθερμοκρασιακή εκτόνωση (V_1 = 5 lt, P_1 = 4 bar, T_1 = 1393 K, V_2 = $2V_1$).
- 2→3 Ισοβαρής Συμπίεση (ΔU_{23} = -1500 J, V_3 = V_1).
- 3→1 Ισόχωρη θέρμανση μέχρι την αρχική κατάσταση (1).

Ζητούνται :

1. Να υπολογιστεί η θερμοδυναμική κατάσταση του εργαζόμενου μέσου σε κάθε επιμέρους σημείο του κύκλου.
2. Να υπολογιστεί το έργο και η θερμότητα που συναλλάσει το εργαζόμενο μέσο με το περιβάλλον του σε κάθε επιμέρους μεταβολή.
3. Να υπολογιστεί ο βαθμός απόδοσης της θερμικής μηχανής.
4. Εάν ο συγκεκριμένος κύκλος εκτελούνταν 50 φορές το λεπτό, να υπολογιστεί η ωφέλιμη ισχύς της μηχανής καθώς επίσης και η δαπανούμενη θερμική ισχύς.
5. Να υπολογιστεί η ωφέλιμη ισχύς που θα παρήγαγε μια θερμική μηχανή Carnot η οποία θα δούλευε με την ίδια συχνότητα επανάληψης κύκλων και μεταξύ των ιδίων ακραίων θερμοκρασιών δαπανώντας το ίδιο ποσό θερμότητας.

<u>Λύση :</u>

1. Αρχικά θα υπολογίσουμε όλα τα καταστατικά μεγέθη P, V, T τα οποία δε δίνονται από την εκφώνηση της άσκησης στα σημεία 2 και 3.

<u>Σημείο 1 :</u> V_1 = 5 lt, P_1 = 4 bar, T_1 = 1393 K

Υπολογισμός Μάζας Εργαζόμενου μέσου :

$$P_1 \cdot V_1 = m \cdot R \cdot T_1 \Leftrightarrow m = \frac{P_1 \cdot V_1}{R \cdot T_1} \Leftrightarrow m = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 0,005}{287 \cdot 1393} \Leftrightarrow m = 5 \cdot 10^{-3}\ kg$$

__Σημείο 2 :__ V_2 = 10 lt, P_2 = 2 bar, $T_2 = T_1$ = 1393 K

$$P_1V_1 = P_2V_2 \rightarrow P_2 = P_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right) \rightarrow P_2 = 4 \cdot \left(\frac{5}{10}\right) = 2\ bar$$

__Σημείο 3 :__ V_3 = 5 lt, P_3 = 2 bar, T_3 = 696,5 K

$$\frac{V_2}{V_3} = \frac{T_2}{T_3} \Leftrightarrow \frac{T_2}{T_3} = \frac{10}{5} = 2 \Leftrightarrow T_3 = \frac{T_2}{2} = \frac{1393}{2} = 696,5\ K$$

Σχηματίζω λοιπόν τον ακόλουθο πίνακα:

	1	**2**	**3**
Πίεση P (bar)	4	2	2
Όγκος V (lt)	5	10	5
Θερμοκρασία T(K)	1393	1393	696,5

2. Μεταβολή 1→2 :

$$Q_{12} = m \cdot R \cdot T_1 \cdot \ell n\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \Leftrightarrow Q_{12} = 0,005 \cdot 287 \cdot 1393 \cdot \ell n\left(\frac{10}{5}\right) \Leftrightarrow Q_{12} = 1385,6\ J$$

$$\left.\begin{array}{l} Q_{12} - W_{12} = \Delta U_{12} \\ \Delta U_{12} = 0 \end{array}\right\} \rightarrow W_{12} = 1385,6\ J$$

Μεταβολή 2→3 :

$$Q_{23} = m \cdot C_P \cdot (T_3 - T_2) \Leftrightarrow Q_{23} = 0,005 \cdot 1005 \cdot (696,5 - 1393) \Leftrightarrow Q_{23} = -365,7\ J$$

$$W_{23} = P_2 \cdot (V_3 - V_2) \Leftrightarrow W_{23} = 2 \cdot 10^5 \cdot (5 - 10) \cdot 0,001 \Leftrightarrow W_{23} = -1000\ J$$

Μεταβολή 3→1 :

$$Q_{31} = m \cdot C_V \cdot (T_1 - T_3) \Leftrightarrow Q_{31} = 0,005 \cdot 716 \cdot (1393 - 696,5) \Leftrightarrow Q_{31} = 2493,5\ J$$

$$W_{31} = \int_3^1 PdV = 0$$

3. Ο βαθμός απόδοσης της θερμικής μηχανής θα είναι :

$$n = \frac{W_{\omega\varphi}}{Q_H} = \frac{W_{12} + W_{23} + W_{31}}{Q_{in}} = \frac{1385,6 - 1000 + 0}{Q_{12} + Q_{31}} = \frac{385,6}{1385,6 + 2493,5} = 0,098 = 9,98\%$$

4. Η ωφέλιμη ισχύς θα είναι :

$$\dot{W}_{\omega\varphi} = W_{\omega\varphi}\left(J/\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\right) \cdot \frac{N\left(\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\iota/\min\right)}{60(\sec/\min)} = 385,6 \cdot \frac{50}{60} \Rightarrow \boxed{\dot{W}_{\omega\varphi} = 321.3\ W}$$

Η δαπανούμενη θερμική ισχύς θα είναι :

$$\dot{Q}_{in} = Q_{in}\left(J/\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\right)\cdot\frac{N\left(\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\iota/\min\right)}{60\left(\sec/\min\right)} = 3879\cdot\frac{50}{60} \Rightarrow \boxed{\dot{Q}_{in} = 3232\ W}$$

5. Οι ακραίες θερμοκρασίες μεταξύ των οποίων δουλεύει η συγκεκριμένη θερμική μηχανή είναι :

$$T_H = 1393\ K,\ \ T_L = 696,5\ K$$

$$n_C = \frac{W'_{\omega\varphi}}{Q_H} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \Leftrightarrow W'_{\omega\varphi} = Q_H\cdot\left(1-\frac{T_L}{T_H}\right) \text{ ή}$$

$$W'_{\omega\varphi} = 3879\cdot\left(1-\frac{696,5}{1393}\right) \Leftrightarrow W'_{\omega\varphi} = 1939,55\ W$$

Συνεπώς :

$$\dot{W}'_{\omega\varphi} = W'_{\omega\varphi}\left(J/\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\right)\cdot\frac{N\left(\kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\iota/\min\right)}{60\left(\sec/\min\right)} = 1939,55\cdot\frac{50}{60} \Rightarrow \boxed{\dot{W}'_{\omega\varphi} = 1616,3\ W}$$

<u>Εφαρμογή 14</u>

Τετρακύλινδρος εμβολοφόρος κινητήρας λειτουργεί σύμφωνα με τον ιδανικό κύκλο αέρα Otto. Όταν ο κινητήρας λειτουργεί σε συγκεκριμένες συνθήκες είναι γνωστά τα ακόλουθα στοιχεία :

- Μεγίστη θερμοκρασία κύκλου : 1277 ^oC.
- Θερμοκρασία αέρα στο τέλος της εκτόνωσης 447 ^oC.
- Συνθήκες αέρα στην έναρξη της συμπίεσης $P_1 = 0,1$ MPa και $T_1 = 310$ K.
- Η θερμική μηχανή αναρροφά αέρα με ρυθμό 2 Kgr/min.
- Η συχνότητα επανάληψης του κύκλου σε κάθε κύλινδρο είναι 1 κύκλος ανά δευτερόλεπτο.
- Το εργαζόμενο μέσο να θεωρηθεί αέρας σταθεράς σύνθεσης και ποσότητας.
- Το καύσιμο που χρησιμοποιείται στον συγκεκριμένο κινητήρα έχει κατώτερη θερμαντική αξία 42500 (kJ/kg).

<u>Ζητούνται:</u>

1. Ο βαθμός συμπίεσης του κινητήρα.
2. Ο βαθμός απόδοσης του κινητήρα.
3. Η ωφέλιμη ισχύς του κινητήρα.

4. Η κατανάλωση καυσίμου του κινητήρα σε (kg/sec).

Λύση :

1. $\varepsilon = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3} = \left(\frac{T_3}{T_4}\right)^{1/\gamma-1} \Rightarrow \varepsilon = \left(\frac{1550}{720}\right)^{1/0,4} \Rightarrow \varepsilon = 6,8$

2. $\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\gamma-1}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{1}{6,8^{0,4}} \Rightarrow \eta = 0,5355 = 53,5\%$

3. Το ειδικό ωφέλιμο έργο που παράγεται ανά κύκλο και κύλινδρο θα είναι:

$$\left.\begin{aligned} w_{\omega\phi} &= q_{in} - q_{out} = \frac{q_{out}}{1-\eta} - q_{out} \\ q_{out} &= C_v \cdot (T_4 - T_1) = 716 \cdot (720 - 310) = 294,2\ \frac{kJ}{kg} \end{aligned}\right\} \rightarrow w_{\omega\phi} = 339,2\ \frac{kJ}{kg}$$

$$\dot{W}_{\omega\varphi} = z \cdot w_{\omega\varphi,cyl}\left(\frac{kJ}{kg}\right) \cdot \dot{m}\left(\frac{kg}{\sec}\right) \Leftrightarrow \dot{W}_{\omega\varphi} = 4 \cdot 339,2 \cdot \frac{2}{60} = 45,2\ kW$$

4. $\eta = \frac{\dot{W}_{\omega\varphi}}{\dot{Q}_{in}} \Leftrightarrow \dot{Q}_{in} = \frac{\dot{W}_{\omega\varphi}}{\eta} \Leftrightarrow \dot{Q}_{in} = \frac{45,2}{0,535} = 84,5\ kW$. Η θερμική ισχύ που υπολογίσαμε προκύπτει ουσιαστικά από την καύση του καυσίμου στο εσωτερικό των κυλίνδρων. Συνεπώς για την κατανάλωση καυσίμου θα ισχύει :

$$\dot{Q}_{in} = \dot{Q}_{fuel} = \dot{m}_{fuel} \cdot LHV \Leftrightarrow \dot{m}_{fuel} = \frac{\dot{Q}_{in}}{LHV} = \frac{84,5\left(\frac{kJ}{\sec}\right)}{42500\left(\frac{kJ}{kg}\right)} \Leftrightarrow \dot{m}_{fuel} = 0,0019\ \frac{kg}{\sec}$$

Και μια από το βιβλίο του Ρακοπουλου