Σημειώσεις για εμβολοφόρους βάσει του Βιβλίου:
Ρακόπουλος Κ., Καθηγητής ΕΜΠ, “ΜΕΚ ΙΙ Εμβάθυνση στην Κατασκευή και λειτουργία”

Στοιχεία Δυναμικής του Κινηματικού Μηχανισμού

Μετατόπιση Εμβόλου

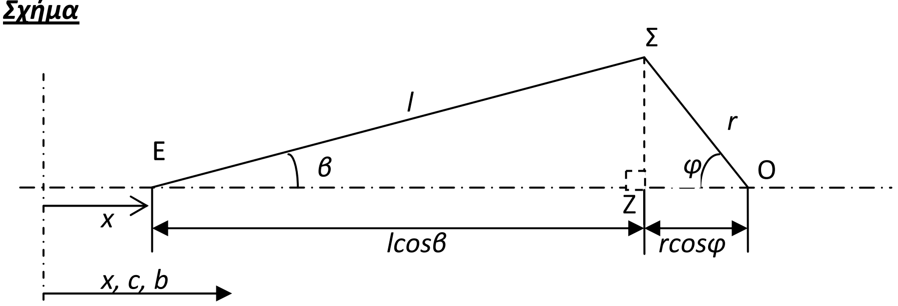
Για μια τυχαία θέση του στροφάλου, η μετατόπιση του εμβόλου είναι:

$$x = r + l - lcos\beta - rcos\varphi$$

Όπου

- *x: μετατόπιση εμβόλου*
- *φ: η σχετική γωνία του στροφάλου*
- *β: η γωνία του διωστήρα*
- *r: η ακτίνα του στροφάλου και*
- *l: η το μήκος του διωστήρα*

Σχήμα



Από ΕΣΖ και ΟΣΖ έχουμε: [ΣΖ] = l . sinβ = r . sinφ

Αντικαθιστώντας με: $\lambda = \frac{r}{l}$ *και αντικαθιστώντας το cosβ με εκφράσεις του sinβ έχουμε:*

$\sin\beta = \lambda sin\varphi$ *και* $cos\beta = \sqrt{(1 - \lambda^2 sin^2\varphi)}$

Ο λόγος r/l παίρνει συγκεκριμένες τιμές οι οποίες κυμαίνονται από 1/5 έως 1/3.

Με βάση τα παραπάνω η σχέση για τη μετατόπιση γίνεται:

$$\frac{x}{r} = (1 - cos\varphi) + \frac{1}{\lambda}(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 sin^2\varphi})$$

Επειδή $\lambda^2 sin^2\varphi < 1$ η έκφραση $\cos\beta = \sqrt{1-\lambda^2 sin^2\varphi}$ μπορεί να αναπτυχθεί σύμφωνα με τη θεωρία του διώνυμου ως εξής:

$$cos\beta = 1 - \frac{1}{2}\lambda^2 sin^2\varphi + \frac{1}{8}\lambda^4 sin^4 - \frac{1}{16}\lambda^6 sin^6\varphi + \frac{5}{128}\lambda^8 sin^8\varphi - \cdots \ldots$$

Επίσης, το $sin^v\varphi$ (όπου ω είναι άρτιος αριθμός) μπορεί να εκφραστεί με συνημιτονικούς όρους, γωνίας πολλαπλασίου της φ:

$$sin^2\varphi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}cos2\varphi$$

$$sin^4\varphi = \frac{3}{8} - \frac{1}{2}cos2\varphi + \frac{1}{8}cos4\varphi$$

$$sin^6\varphi = \frac{5}{16} - \frac{15}{32}cos2\varphi + \frac{3}{16}cos4\varphi - \frac{1}{32}cos6\varphi$$

κλπ.

Επομένως η έκφραση για τη μετατόπιση γίνεται:

$$\frac{x}{r} = a_0 + a_1 cos\varphi + a_2 cos2\varphi + a_4 cos4\varphi + a_6 cos6\varphi + \cdots \ldots$$

Όπου:

$$\alpha_0 = 1 + \frac{\lambda}{4} + \frac{3\lambda^3}{64} + \frac{5\lambda^5}{256} +$$

$$\alpha_1 = -1$$

$$\alpha_2 = -\frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda^3}{16} - \frac{15\lambda^5}{512}$$

$$\alpha_4 = -\frac{\lambda^3}{64} + \frac{3\lambda^5}{256}$$

$$\alpha_6 = -\frac{\lambda^5}{512}$$

κλπ.

Από τις παραπάνω σχέσεις φαίνεται ότι αν προστεθούν δίνουν αποτέλεσμα 0, προϋπόθεση για να ισχύει x=0 για γωνία φ=0 ($cos0^o=1$).

Η μετατόπιση x εκφράζεται ως περιοδική συνάρτηση με συχνότητα την ταχύτητα περιστροφής του κινητήρα δίνεται συναρτήσει αθροίσματος απείρων συνημιτονικών συνιστωσών (τάξης 1ης, 2ης, 4ης, 6ης, κλπ). Από τις εξισώσεις των όρων της συνάρτησης φαίνεται ότι ο δεύτερος όρος δίνει την προβολή της ακτίνας του στροφάλου κατά τον άξονα του κυλίνδρου ενώ οι υπόλοιποι όροι οφείλονται στο λ=r/l (γωνιακότητα του διωστήρα).

Από τα παραπάνω καταλήγουμε στην εξής σχέση:

$$\frac{x}{r} = 1 + \frac{\lambda}{4} - cos\varphi - \frac{\lambda}{4}cos2\varphi - \cdots \dots$$

Παραλείποντας τους όρους λ^3 τάξεως και πάνω προκύπτει η παρακάτω προσεγγιστική σχέση που μπορεί να χρησιμοποιηθεί με μεγάλη ακρίβεια:

$$x \cong r(1 + \frac{\lambda}{4} - cos\varphi - \frac{\lambda}{4}cos2\varphi)$$

Με ανάλογο τρόπο μπορούν να υπολογισθούν προσεγγιστικές σχέσεις για την ταχύτητα και την επιτάχυνση του εμβόλου.

<u>Ταχύτητα Εμβόλου</u>

Ξεκινώντας από τις σχέσεις:

$$c = \frac{dx}{dt}$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

Προκύπτει ότι

$$c = \omega(\frac{dx}{d\varphi})$$

Ακολουθώντας ανάλογη διαδικασία με τη μετατόπιση του εμβόλου έχουμε:

την ακριβή τιμή της ταχύτητας που είναι:

$$c = \omega r sin\varphi(\frac{(1 + \lambda cos\varphi)}{\sqrt{1 - \lambda^2 sin^2\varphi)}})$$

Εκφράζοντας με άπειρους αρμονικούς ημιτονικούς όρους έχουμε:

$$c = \omega r(\gamma_1 sin\varphi + \gamma_2 sin2\varphi + \gamma_4 sin4\varphi + \cdots..)$$

Όπου:

$$\gamma_1 = 1, \gamma_2 = \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda^3}{8} + \frac{15\lambda^5}{256}, \gamma_4 = -\frac{\lambda^3}{16} - \frac{3\lambda^5}{64}, \gamma_6 = \frac{3\lambda^5}{256}, \kappa\lambda\pi.$$

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με την μετατόπιση, καταλήγουμε στην προσεγγιστική σχέση που περιέχει όπως και για τη μετατόπιση, όρους 1ης και 2ης τάξης που είναι αρκετοί για τις περισσότερες τεχνικές εφαρμογές:

$$c \cong \omega r(sin\varphi + \frac{\lambda}{2}sin2\varphi)$$

<u>Επιτάχυνση του εμβόλου</u>

Η παράγωγος της ταχύτητας ως προς το χρόνο είναι η επιτάχυνση του εμβόλου:

$$b = \frac{dc}{dt} = \frac{dc}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt}$$

Με την προϋπόθεση ότι ω=dφ/dt, έχουμε τη ακριβή τιμή της επιτάχυνσης:

$$b = r\omega^2[cos\varphi + \frac{\lambda(cos2\varphi + \lambda^2 sin^2\varphi)}{\sqrt[2]{(1-\lambda^2 sin^2\varphi)^3}}]$$

Με συνημιτονικούς όρους έχουμε:

$$b = r\omega^2(\beta_1 cos\varphi + \beta_2 cos2\varphi + \beta_4 cos4\varphi + \cdots)$$

Όπου:

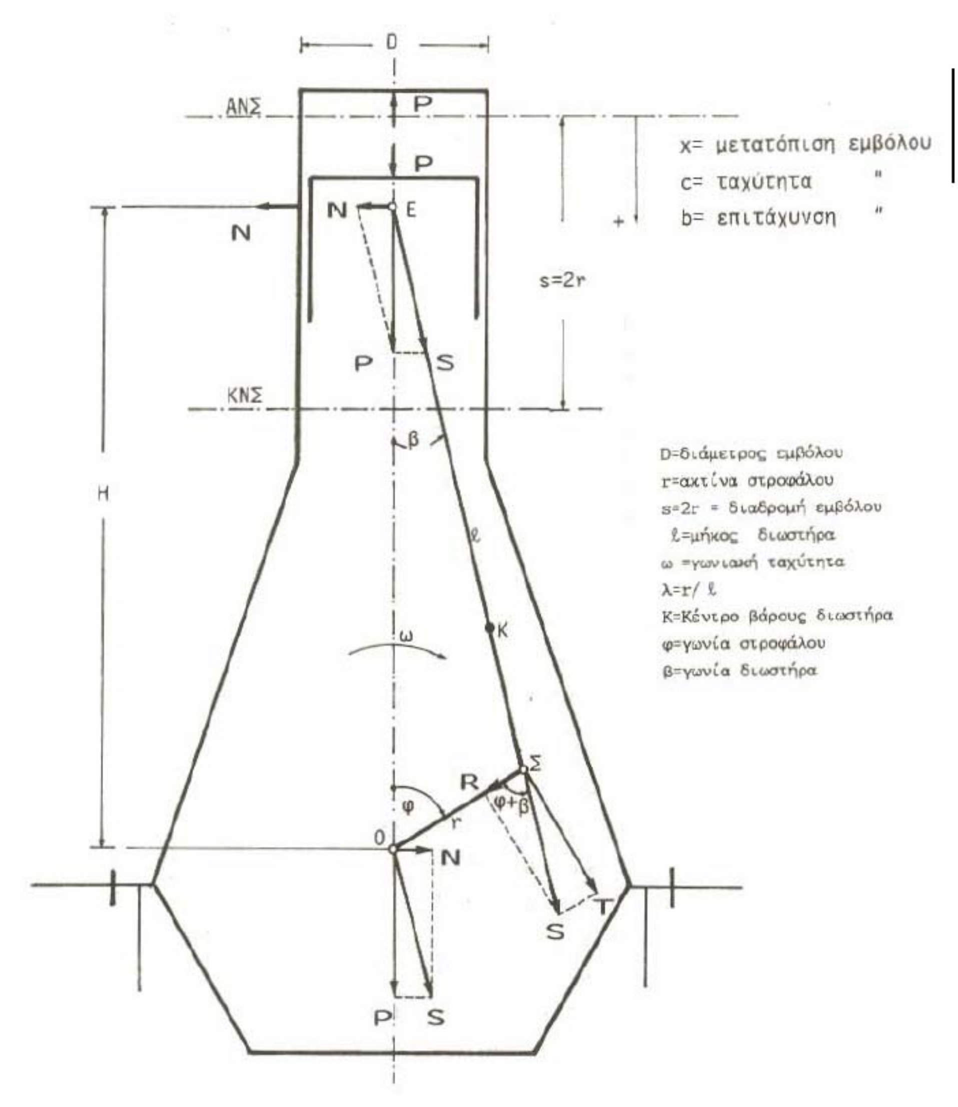
$$\beta_1 = 1, \beta_2 = \lambda + \frac{\lambda^3}{4} + \frac{15\lambda^5}{128}, \beta_4 = -\frac{\lambda^3}{4} - \frac{3\lambda^5}{16}, \beta_6 = \frac{\lambda^5}{128}, \kappa\lambda\pi$$

Ομοίως για την επιτάχυνση του εμβόλου προκύπτει η προσεγγιστική σχέση:

$$b \cong r\omega^2(cos\varphi + \lambda cos2\varphi)$$

Δυνάμεις του κινηματικού Μηχανισμού

Κατά τη διάρκεια του κύκλος λειτουργίας ενός εμβολοφόρου κινητήρα εσωτερικής καύσης η πίεση των αεριών εντός του θαλάμου καύσης μεταβάλλεται συνεχώς. Η ελάχιστη βρίσκεται περίπου στα επίπεδα της ατμοσφαιρικής (για κινητήρες με φυσική αναπνοή) ή στα επίπεδα της πίεσης υπερπλήρωσης, υπερπληρωμένο κινητήρα. Η μέγιστή της τιμή όμως είναι περίπου 40 με 70 φορές μεγαλύτερη από την ελάχιστη.



Δυνάμεις από αέρια

$$P_g = \frac{\pi}{4} D^2 p_g = F p_g$$

Συνιστώσες (πείρος εμβόλου-άνω κεφαλής διωστήρα)

Δύναμη παρειάς κυλίνδρου

$$N_g = P_g tan\beta$$

Δύναμη διωστήρα

$$S_g = \frac{P_g}{cos\beta}$$

Συνιστώσες (Κομβίο στροφάλου-κάτω κεφαλής διωστήρα)

Κάθετα στο στρόφαλο

$$T_g = S_g \sin(\varphi + \beta) = P_g \frac{\sin{(\varphi + \beta)}}{cos\beta}$$

Προς το κέντρο του Στροφαλοφόρου άξονα

$$R_g = S_g \cos(\varphi + \beta) = P_g \frac{\cos{(\varphi + \beta)}}{cos\beta}$$

Επομένως, στρεπτική ροπή είναι το γινόμενο της δύναμης T_g και της απόστασης r:

$$M_{\sigma g} = T_g r = P_g r \frac{\sin{(\varphi + \beta)}}{cos\beta}$$

Συνοπτικά, οι δυνάμεις που ασκούνται επάνω στο κέλυφος του κινητήρα είναι οι εξής:

- *Η απευθείας δύναμη P_g, στο κάλυμμα της μηχανής.*
- *Η κάθετη προς τη διαδρομή του εμβόλου δύναμη N_g στο τοίχωμα του κυλίνδρου.*
- *Η δύναμη S_g που επενεργεί στο έδρανο βάσης του κινητήρα και αναλύεται στις συνιστώσες N_g και P_g.*

Ροπή ανατροπής του κινητήρα $M_{\alpha g}$:

Από το σχήμα στο τρίγωνο ΟΕΣ ισχύει:

$$\frac{r}{sin\beta} = \frac{H}{\sin{(\varphi + \beta)}}$$

Και τελικά προκύπτει η σχέση:

$$M_{\alpha g} = N_g H = -M_{\sigma g}$$

Η στρεπτική ροπή είναι ίση σε τιμή με την ροπή ανατροπής με αντίθετη, όμως φορά. Η τιμή της ροπής είναι χρήσιμη στη στερέωση του κινητήρα.

Θεωρώντας ότι $P_g = T_g$, δηλαδή $P_g cdt = T_g rd\varphi$, προκύπτει η σχέση:

$$T_g = P_g (\frac{c}{r\omega})$$

Πολλές φορές οι πιέσεις και οι ροπές μπορούν να διαιρεθούν με το εμβαδό επιφάνειας του εμβόλου και τον όγκο εμβολισμού αντίστοιχα, πράγμα το οποίο είναι ιδιαιτέρως βολικό.

$$p_{Ng} = p_g tan\beta$$

$$p_{Sg} = \frac{p_g}{cos\beta}$$

$$p_{Tg} = p_g \frac{\sin{(\varphi+\beta)}}{cos\beta}$$

$$p_{Rg} = p_g \frac{\cos{(\varphi+\beta)}}{cos\beta}$$

$$\mu_{\sigma g} = \frac{p_{Tg}}{2}$$

$$\mu_{ag} = -\mu_{\sigma g}$$

$$p_{Tg} = p_g (\frac{c}{r\omega})$$

Η δύναμη T_g εκφράζεται ως περιοδική συνάρτηση της γωνίας φ του στροφαλοφόρου άξονα του κινητήρα και μπορεί να αναπτυχθεί με τη βοήθεια σειρών Fourier με ένα σταθερό όρο $\overline{T}_g$ ίσο προς τη μέση τιμή της T_g για ένα πλήρη κύκλο λειτουργίας και άπειρους τους υπόλοιπους αρμονικούς όρους.

Για 2Χ κινητήρα η βασική περίοδος είναι η γωνία 2π και ξεκινώντας από την συχνότητα n για την T_g έχουμε αρμονικές συνιστώσες συχνότητας n, 2n, 3n,…. Οι οποίες καλούνται αρμονικές στρεπτικές δυνάμεις $1^{ης}$, $2^{ης}$, $3^{ης}$, …. τάξεως.

Για 4Χ κινητήρα έχουμε αντίστοιχα, βασική γωνιακή περίοδο 4π για την Tg και βασική συχνότητα n/2. Οι αρμονικές συνιστώσες συχνότητας είναι n/2, n, 3n/2, 2n, …. Και οι αρμονικές στρεπτικές δυνάμεις ½, 1, 3/2, 2, …. Τάξεως.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι για την στρεπτική πίεση ισχύει $\overline{p}_{Tg} = \overline{p}_T$ και οι σχέσεις που τη συνδέουν με τη μέση ενδεικνύμενη πίεση p_i και υπολογίζονται μέσω του έργου είναι οι εξής:

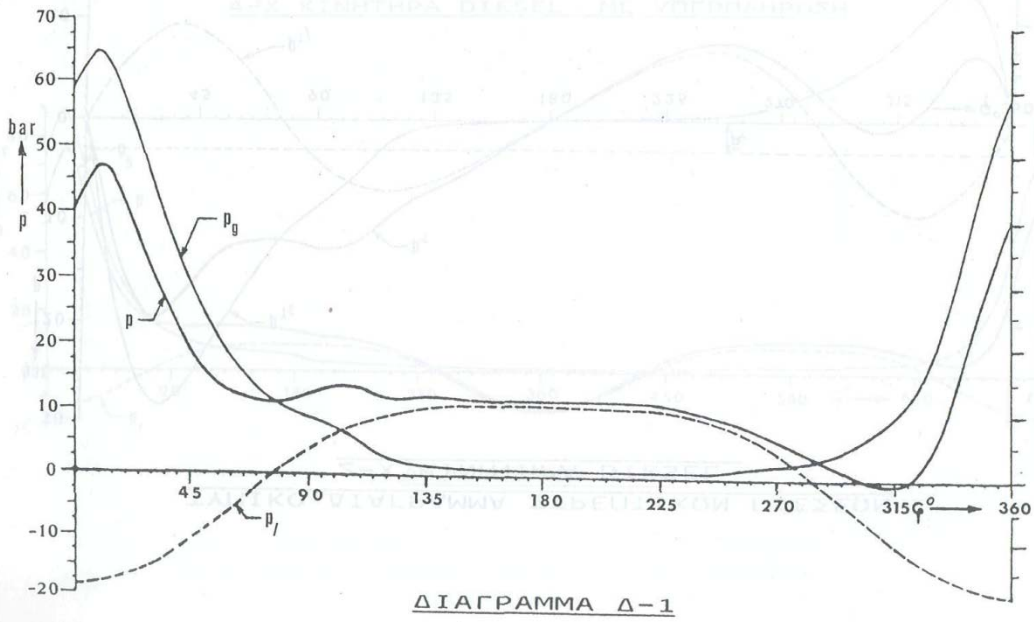
Για 2Χ κινητήρα

$$\text{Ε}\rho\gamma o\ \pi\lambda\acute{\eta}\rho o\upsilon\varsigma\ \kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\upsilon: \overline{p}_i V_h = \overline{p}_i \frac{\pi D^2}{4} 2r = p_T \frac{\pi D^2}{4} 2\pi r \rightarrow \overline{p}_T = \frac{\overline{p}_i}{\pi}$$

Για 4Χ κινητήρα

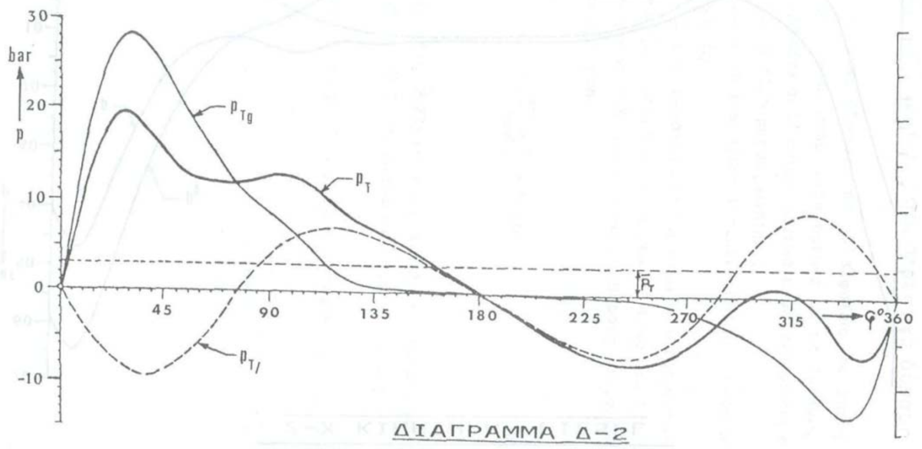
$$\text{Ε}\rho\gamma o\ \pi\lambda\acute{\eta}\rho o\upsilon\varsigma\ \kappa\acute{\upsilon}\kappa\lambda o\upsilon: \overline{p}_i V_h = \overline{p}_i \frac{\pi D^2}{4} 2r = p_T \frac{\pi D^2}{4} 2\pi r \rightarrow \overline{p}_T = \frac{\overline{p}_i}{2\pi}$$

ΤΥΠΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΠΙΕΣΕΩΝ
2-Χ ΚΙΝΗΤΗΡΑ DIESEL

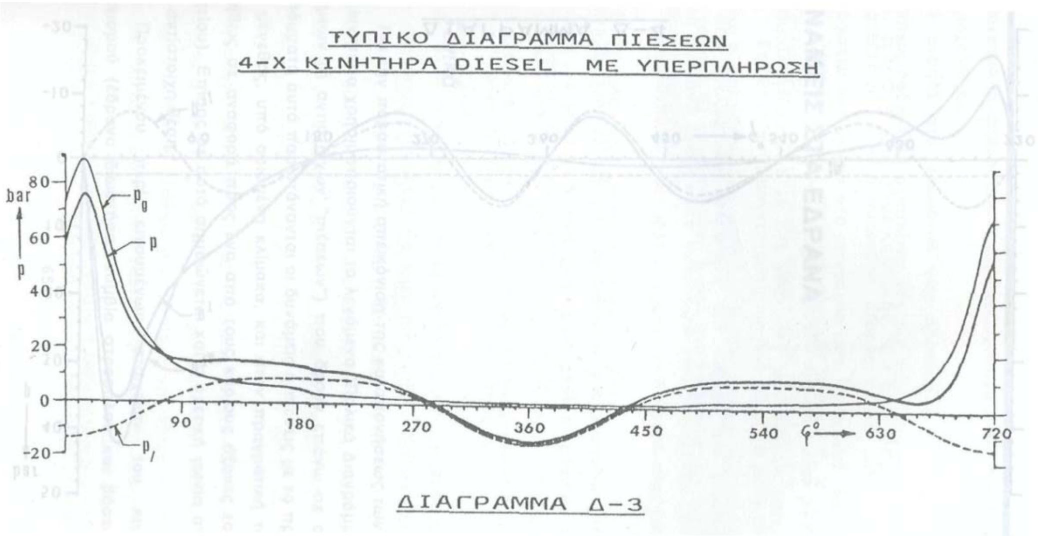


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ Δ-1

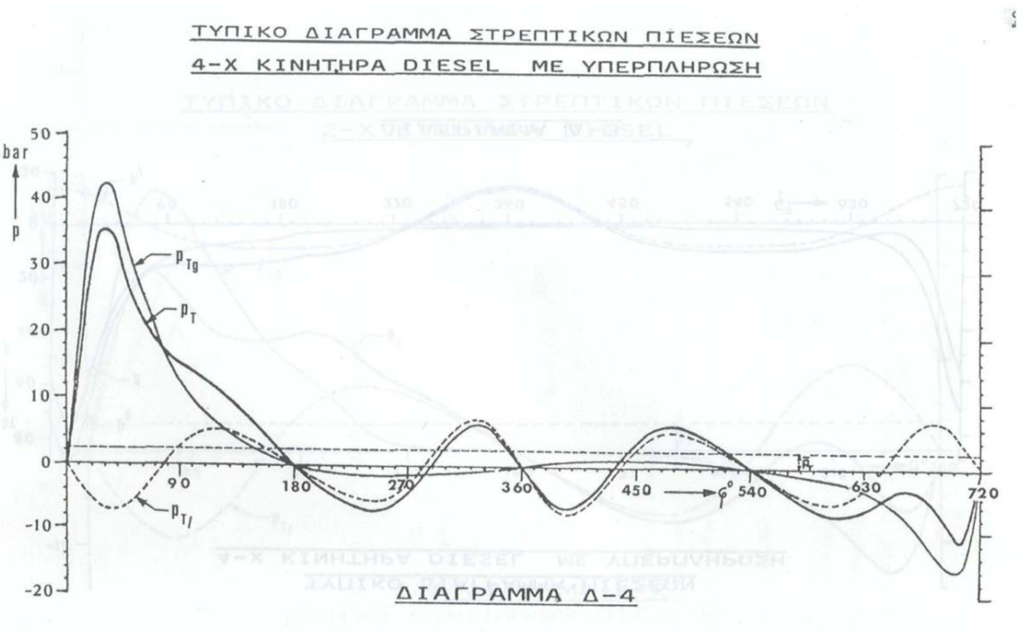
ΤΥΠΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΤΡΕΠΤΙΚΩΝ ΠΙΕΣΕΩΝ
2-Χ ΚΙΝΗΤΗΡΑ DIESEL



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ Δ-2



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ Δ-3



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ Δ-4

<u>Μαζικές Δυνάμεις</u>

Λέγονται οι δυνάμεις που προέρχονται από την κίνηση των μαζών των επιμέρους εξαρτημάτων του κινηματικού μηχανισμού:

- *Έμβολα, ελατήρια, πείρος που εκτελούν παλινδρομική κίνηση ($m_ε$)*
- *Ο στρόφαλος με τους βραχίονες, τα κομβία στροφάλου και βάσεως που εκτελούν περιστροφική κίνηση ($m_σ$)*
- *Ο διωστήρας που εκτελεί και τις δύο κινήσεις, παλινδρομική στο σημείο Ε και περιστροφική στο σημείο Σ ($m_δ$)*

Ο υπολογισμός των αδρανειακών δυνάμεων του διωστήρα είναι δύσκολος διότι, εκτός των άκρων του (Ε: πείρος εμβόλου, Σ: στρόφαλος) τα υπόλοιπα σημεία του εκτελούν σύνθετη κίνηση.

Επομένως θα πρέπει να θεωρηθεί ένα σύστημα στο οποίο η μάζα m_δ θα είναι ισοδύναμη με τις μάζες $m_{\delta l}$ και $m_{\delta r}$ που θα είναι συγκεντρωμένες στα σημεία Ε και Σ αντίστοιχα. Παράλληλα θα πρέπει αυτό το ισοδύναμο μοντέλο να συμπεριφέρεται σε σύστημα εξωτερικών δυνάμεων όπως και ο διωστήρας. Αυτό σημαίνει ότι το υπό θεώρηση κέντρο βάρους του συστήματος θα πρέπει να έχει ίδια γραμμική επιτάχυνση με το κέντρο βάρους του διωστήρα, όπως ίδια πρέπει να είναι και η γωνιακή επιτάχυνση ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο βάρους και είναι κάθετος στο επίπεδο της κίνησης. Έτσι, οι προϋποθέσει που πρέπει να τηρούνται είναι:

- *Η συνολική μάζα του υπό θεώρηση συστήματος να έχει μάζα ίση με τη μάζα του διωστήρα που αντικαθιστά,*
- *Το κέντρο βάρους (Κ.Β.) του συνόλου των μαζών του συστήματος να βρίσκεται στο ίδιο σημείο με το αντίστοιχο του διωστήρα και*
- *Η ροπή αδράνειας να είναι ίση με αυτή του διωστήρα*

Επομένως ισχύει:

$$m_{\delta l} + m_{\delta r} = m_\delta$$

$$m_{\delta l}(EK) - m_{\delta r}(\Sigma K) = 0$$

$$\Theta_\delta = m_{\delta l}(EK)^2 + m_{\delta r}(\Sigma K)^2$$

Λόγω του ότι δεν είναι δυνατόν να ικανοποιούνται και οι τρεις εξισώσεις ταυτόχρονα, προκύπτει ότι το υπό θεώρηση σύστημα θα έχει ροπή αδράνειας Θ^*_δ διάφορη της Θ_δ, επομένως και θα ισχύει:

$$\Theta^*_\delta = m_{\delta l}(EK)^2 + m_{\delta r}(\Sigma K)^2$$

Εν τέλει, μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι παρακάτω σχέσεις λόγω, του ούτως ή άλλως, αμελητέου σφάλματος:

$$m_{\delta l} + m_{\delta r} = m_\delta$$

$$m_{\delta l}(EK) = m_{\delta r}(\Sigma K)$$

Θεωρώντας μάζες $m_{\delta l}$ και $m_{\delta r}$ στα σημεία Ε και Σ τα οποία είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους με αβαρή ράβδο.

Το σημείο Κ είναι στο κέντρο βάρους του διωστήρα και ανάμεσα στα Ε και Σ.

Μετά από ανωτέρω θεωρήσεις, ο κινηματικός μηχανισμός αποτελείται από τις εξής δύο μάζες:

- ***Παλινδρομούσα**:* $m_l = m_\varepsilon + m_{\delta l}$
- ***Περιστρεφόμενη**:* $m_r = m_\sigma + m_{\delta r}$

Παλινδρομικές ($m_l = m_ε + m_{δl}$)

Η δύναμη που ασκείται από το έμβολο στον κινηματικό μηχανισμό είναι:

$$P_l = -m_l b = -m_l r\omega^2 (\frac{b}{r\omega^2})$$

Η P_l όπως και η προαναφερθείσα P_g των αερίων, περνάει μέσω του κινηματικού μηχανισμού στα στηρίγματα του κινητήρα. Επομένως και σε τούτη την περίπτωση έχουμε στρεπτική δύναμη στροφάλου (T_l), στρεπτική ροπή $M_ς = T_l.r$ και φυσικά μία ροπή ανατροπής $M_α$ = -$M_{σl}$. Όλες οι εξισώσεις για την ανάλυση ή αναγωγή της P_g ισχύουν και για την P_l. Πρέπει να σημειωθεί όμως ότι η διαφορά με τις δυνάμεις των αερίων η δύναμη P_l μεταβιβάζεται στις βάσεις του κινητήρα αφού δεν υπάρχει αντίστοιχη δύναμη προς το καπάκι.

Δυναμικά η δύναμη αυτή εξηγείται από το γεγονός ότι για την επιτάχυνση b του εμβόλου απαιτείται η εξάσκηση από τον υπόλοιπο μηχανισμό, δύναμης $P_l' = -P_l = m_l b$ οπότε και το έμβολο θα εξασκεί στον υπόλοιπο μηχανισμό δύναμη ίση και αντιθέτου φοράς, δηλαδή την P_l.

Αν στην ανωτέρω εξίσωση αντικαταστήσουμε τον όρο $(\frac{b}{r\omega^2})$ με $(cos\varphi + \beta_2 cos2\varphi + \beta_4 cos4\varphi + \beta_6 cos6\varphi + \cdots)$ έχουμε:

$$P_l = -m_l b = -, m_l r\omega^2 (cos\varphi + \beta_2 cos2\varphi + \beta_4 cos4\varphi + \beta_6 cos6\varphi + \cdots)$$

Όπως και σε προηγούμενους υπολογισμούς λαμβάνονται δυνάμεις πρώτης και δευτέρας τάξης αφού δίνουν ικανοποιητικά αποτελέσματα από την άποψη της ακρίβειας. Έτσι προκύπτει:

$$P_l = -m_l r\omega^2 (cos\varphi + \lambda cos2\varphi)$$

Σημειώνεται ότι η μέση τιμή της P_l για μία πλήρη περιστροφή (φ=0 έως φ=2π) είναι μηδέν διότι δεν μπορεί να δίνει θετικό έργο σε μία πλήρη περιστροφή του άξονα.

$$\overline{P_l} = 0$$

Το εύρος της "πιέσεως" της τυχούσας αρμονικής ν της Pl, είναι:

$$p_{l\nu} = \frac{Q_\nu m_l r\omega^2}{F}$$

Εφόσον ισχύουν οι σχέσεις:

ω=2πν/60, V_h=F2r=(πD^2/4)2r και c=2sn/60, η προηγούμενη γίνεται:

$$p_{l\nu} = Q_\nu \frac{\pi^2}{2} \frac{m_l}{V_h} \bar{c}^2$$

Για ν=1,2,3,4,5,6,…. Έχουμε:

$$Q_1 = 1, Q_2 = \lambda + \frac{\lambda^3}{4} + \frac{15\lambda^5}{128}, Q_3 = -\frac{\lambda^3}{4} - \frac{3\lambda^5}{16}, Q_6 = \frac{9\lambda^5}{128}, \dots \dots$$

Από την προηγούμενη σχέση βλέπουμε ότι οι καταπονήσεις λόγω μαζικών δυνάμεων είναι ανάλογες με το τετράγωνο της μέσης ταχύτητας του εμβόλου και της βαρύτητας κατασκευής του $\frac{m_l}{V_h}$.

Η στρεπτική δύναμη T_l, λόγω της P_l, μπορεί να υπολογισθεί αναλόγως όπως έγινε και με την αντίστοιχη των αερίων($P_l c = T_l r\omega$). Επίσης αντικαθιστώντας την P_l και c που είναι ήδη γνωστές αρμονικές συνιστώσες προκύπτει:

$$T_l = P_l \left(\frac{c}{r\omega}\right) = -mr\omega^2(cos\varphi + \beta_2 cos2\varphi + \beta_4 cos4\varphi + \cdots)\,(\gamma_1 sin\varphi + \gamma_2 sin2\varphi + \gamma_4 sin4\varphi + \cdots)$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$T_l = \sum_{n=1}^{\infty} \Delta T_l^n \, sin\nu\varphi = \Delta T_l^1 sin\varphi + \Delta T_l^2 sin2\varphi + \Delta T_l^3 sin3\varphi + \cdots$$

Όπου:

$$\Delta T_l^1 = m_l\omega^2 r[\frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda^3}{16} + \frac{15\lambda^5}{512} + \cdots]$$

$$\Delta T_l^2 = m_l\omega^2 r[-\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda^4}{32} - \frac{\lambda^6}{32} - \cdots]$$

$$\Delta T_l^3 = m_l\omega^2 r[-\frac{3\lambda}{4} - \frac{9\lambda^3}{32} - \frac{81\lambda^5}{512} - \cdots]$$

$$\Delta T_l^4 = m_l\omega^2 r[-\frac{\lambda^2}{4} - \frac{\lambda^4}{8} - \frac{\lambda^6}{16} - \cdots]$$

$$\Delta T_l^5 = m_l\omega^2 r[\frac{5\lambda^3}{32} + \frac{75\lambda^5}{512} + \cdots]$$

$$\Delta T_l^6 = m_l\omega^2 r[\frac{3\lambda^4}{32} + \frac{3\lambda^6}{32} + \cdots]$$

Οι αρμονικές συνιστώσες έβδομης τάξης και πάνω είναι μικρές και θεωρούνται αμελητέες σε υπολογισμούς πρακτικών εφαρμογών.

Περιστρεφόμενες

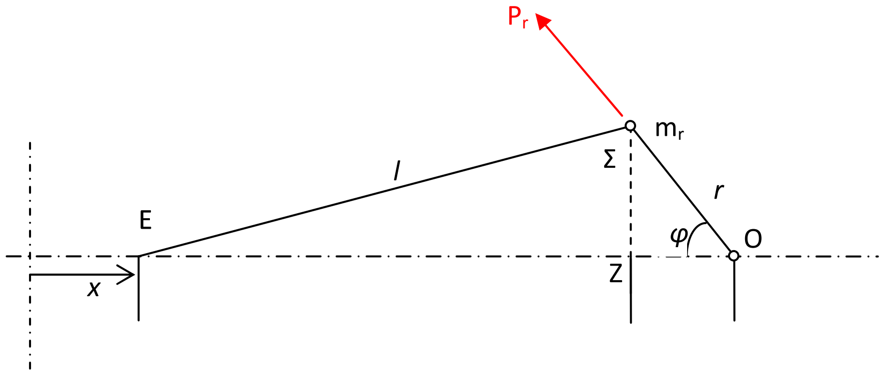
Οι περιστρεφόμενες μάζες οι οποίες αποτελούνται από:

- *Περιστρεφόμενη μάζα διωστήρα*

- *Μάζα στροφάλου*

$$m_r = m_\sigma + m_{\delta r}$$

Η μάζα θεωρείται ότι ασκείται συνολικά σαν μία στο σημείο Σ. Η δύναμη που ασκείται και μεταφέρεται στα έδρανα και στις βάσεις του κινητήρα είναι η φυγόκεντρη δύναμη που οφείλεται στην m_r.



Η δύναμη αυτή δίνεται από τη σχέση:

$$P_r = m_r r \omega^2$$

<u>Επαλληλία Δυνάμεων (Αερίων και Μαζικών)</u>

Η επαλληλία δυνάμεων (Αερίων και Μαζικών) μας δίνει τη συνολική δύναμη P ή την αντίστοιχη συνολική πίεση p=P/F.

Παρατηρείται ότι οι μαζικές δυνάμεις επηρεάζουν σε στιγμιαία βάση το κινητματικό μηχανισμό ενός κινητήρα αλλά στο τέλος ενός κύκλου λειτουργίας δεν έχουν συμβάλλει στην παραγωγή έργου. Άρα $\bar{P}_{Tl} = 0$.

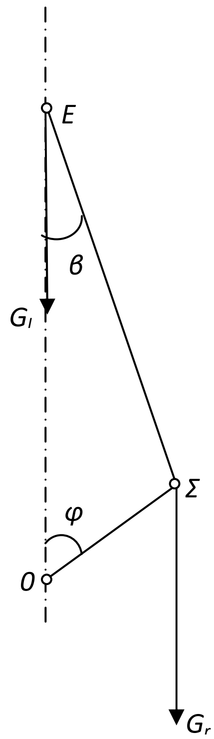
Επίσης $\bar{P}_T = \bar{P}_{Tg}$.

Η παρακάτω σχέση ισχύει για όλες τις περιπτώσεις δυνάμεων, αερίων, παλινδρομουσών μαζών και συνολικής (P_g, P_l και P).

$$\frac{T}{P} = \frac{c}{r\omega} = \frac{\sin(\varphi + \beta)}{\cos\beta}$$

Στρεπτικές δυνάμεις λόγω βαρύτητας

$$T_G = G_l \frac{\sin(\varphi + \beta)}{cos\beta} + G_l sin\varphi$$



Όπου:

G_l είναι τα βάρη των παλινδρομουσών μαζών,

G_r είναι τα βάρη των περιστρεφόμενων Μαζών.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση $\frac{c}{r\omega} = \frac{\sin(\varphi+\beta)}{cos\beta}$ *και τη σχέση της ταχύτητας του εμβόλου όπως έχει εκφραστεί κατά Fourier τότε και η T_G μπορεί αντίστοιχα να αναλυθεί κατά σειρά Fourier:*

$$T_G = (G_l + G_l)sin\varphi + G_l(\gamma_2 sin2\varphi + \gamma_4 sin4\varphi + \cdots)$$

Διαγραμματα στρεπτικών δυνάμεων

Μονοκύλινδος κινητήρας

Πολυκύλινδρος κινητήρας

Δυνάμεις στα έδρανα

Για την αποτύπωση των δυνάμεων (και των πιέσεων) επάνω στα έδρανα ενός κινητήρα χρησιμοποιούνται διαγράμματα, που λόγω της μορφής που παρουσιάζουν ονομάζονται πολικά και παρουσιάζονται παρακάτω.