

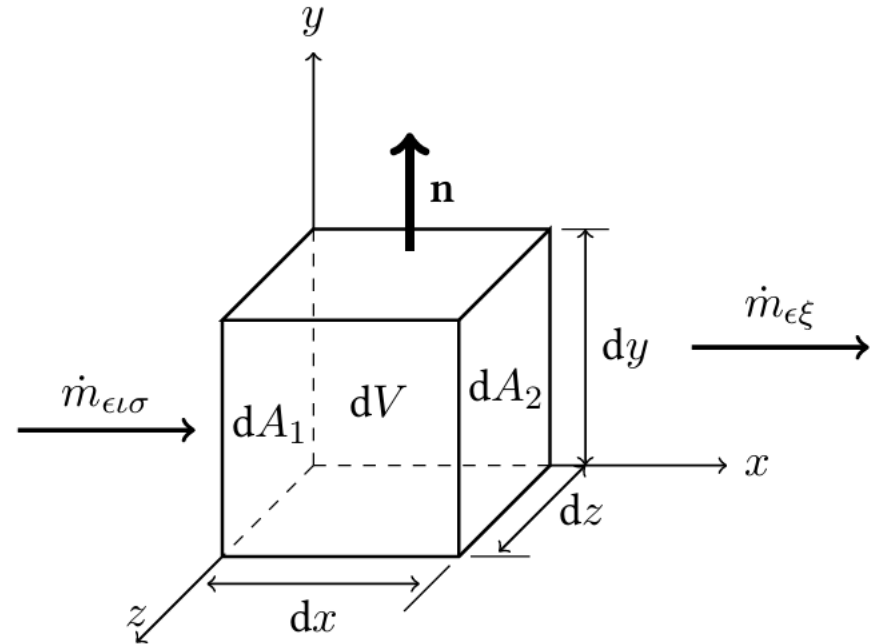
Εξισώσεις Συνέχειας (Καρτεσιανές)

$$\dot{m}_{\epsilon\iota\sigma} - \dot{m}_{\epsilon\xi} = \frac{\partial m}{\partial t}$$

$$\dot{m} = \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{A} = \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} A$$

$$d\dot{m}_{\epsilon\iota\sigma} = \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} dA_1$$

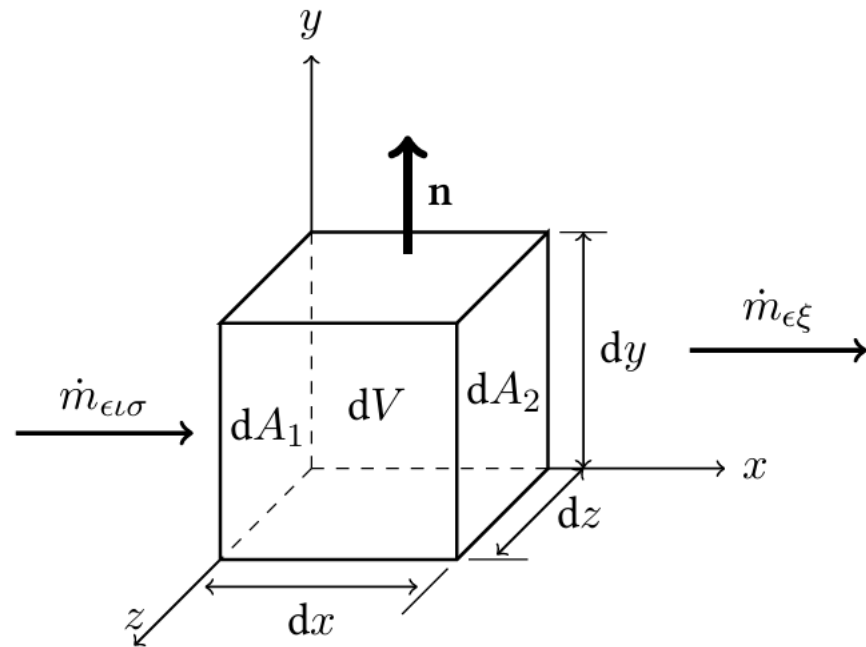
$$d\dot{m}_{\epsilon\xi} = (\rho + d\rho) (\mathbf{U} + d\mathbf{U}) \cdot \mathbf{n} dA_2$$



Εξισώσεις Συνέχειας (Καρτεσιανές)

$$-\left[\frac{\partial(\rho u)}{\partial x}dx\right]dydz - \left[\frac{\partial(\rho v)}{\partial y}dy\right]dxdz - \left[\frac{\partial(\rho w)}{\partial z}dz\right]dxdy = \frac{\partial}{\partial t}(\rho dV)$$

- Συμπιεστή ροή $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\mathbf{U}) = 0$
- Ασυμπίεστη ροή $\nabla \cdot \mathbf{U} = 0$



Εξισώσεις Συνέχειας (Κυλινδρικές)

$$\dot{m}_{\epsilon\iota\sigma,r} = \rho u_r r d\theta dz$$

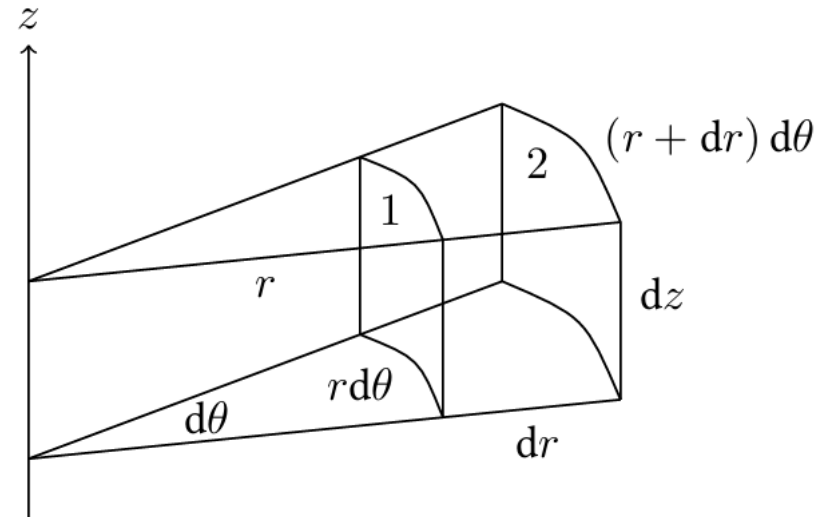
$$\dot{m}_{\epsilon\xi,r} = \left[\rho u_r + \frac{\partial(\rho u_r)}{\partial r} dr \right] (r + dr) d\theta dz$$

$$\dot{m}_{\epsilon\iota\sigma,\theta} = \rho u_\theta dr dz$$

$$\dot{m}_{\epsilon\xi,\theta} = \left[\rho u_\theta + \frac{\partial(\rho u_\theta)}{\partial \theta} d\theta \right] dr dz$$

$$\dot{m}_{\epsilon\iota\sigma,z} = \rho u_z r dr d\theta$$

$$\dot{m}_{\epsilon\xi,z} = \left[\rho u_z + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} dz \right] r dr d\theta$$

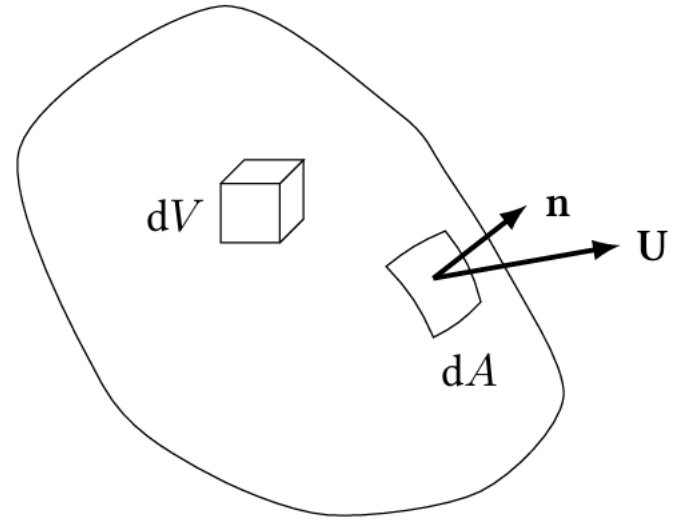


Εξισώσεις Συνέχειας (Ολοκληρωτ.)

$$m = \int_V \rho dV.$$

$$\int_A \rho (\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) dA$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_A \rho (\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) dA = 0$$



Εφαρμογές

- Υπολογισμός παροχής

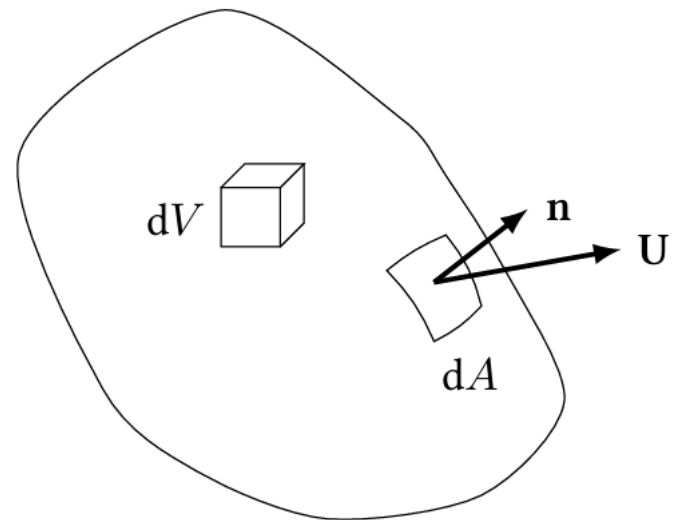
$$d\dot{m}_i = \rho_i \mathbf{U}_i \cdot \mathbf{n}_i dA_i$$

- Ασυμπίεστη ροή

$$u(x,y,z)=2x+y+z$$

$$v(x,y,z)=-ay$$

$$w(x,y,z)=-bz$$



Άσκηση

Νερό παροχής όγκου $Q = 10 \text{ m}^3/h$ ρέει διαμέσου ενός σωλήνα σταθερής διαμέτρου $D = 10 \text{ cm}$. Υπολογίστε την ταχύτητα του ρευστού. Ποια θα είναι η νέα τιμή της ταχύτητας αν η διάμετρος του σωλήνα ελαττωθεί στα $D' = 7 \text{ cm}$;

Άσκηση

Αέρας ρέει από μία δεξαμενή μέσω ενός εύκαμπτου αγωγού διαμέτρου $D = 0,03 \text{ m}$ και εξέρχεται στην ατμόσφαιρα μέσω ενός ακροφυσίου διάμετρου $d = 0,01 \text{ m}$ όπως στο σχήμα. Η υπερπίεση στη δεξαμενή P_1 παραμένει σταθερή και ίση με 2 kPa . Να υπολογιστούν ο ρυθμός ογκομετρικής ροής και η πίεση στον αγωγό (σημείο 2) αν η πυκνότητα του ρευστού είναι $1,3 \text{ kg/m}^3$ και ισχύουν οι παρακάτω παραδοχές:

(α) Η ροή είναι άτριβη, ασυμπίεστη και μόνιμη.

(β) Οι διαστάσεις της δεξαμενής είναι πολύ μεγαλύτερες από τις διαμέτρους του αγωγού και του ακροφυσίου.

Άσκηση

Για ποια τιμή της πραγματικής παραμέτρου β το παρακάτω διδιάστατο πεδίο ταχύτητας,

$$u = \frac{\alpha\beta y}{x^2 + y^2}, \quad v = -\frac{2\alpha x}{x^2 + y^2},$$

περιγράφει ασυμπιεστή ροή; Πώς επηρεάζει η πραγματική παράμετρος α τη συνθήκη ασυμπιεστότητας;