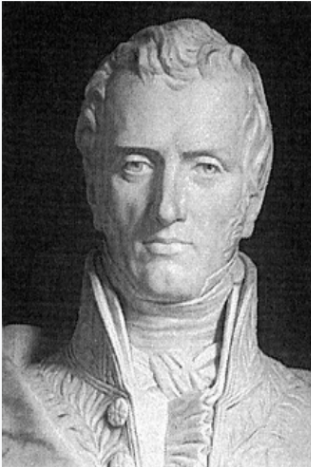


Εξισώσεις ορμής (Navier-Stokes)

$$\frac{Dp_i}{Dt} = \rho \frac{DU_i}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial U_i}{\partial t} + \sum_j U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)$$

Claude-Louis Navier



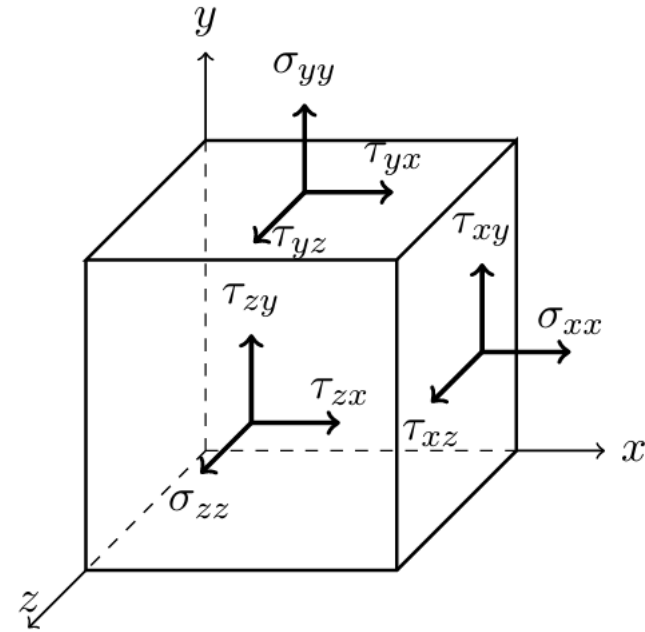
George Gabriel Stokes
(1819-1903)

$$F_x = f_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}$$

$$F_y = f_y + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}$$

$$F_z = f_z + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}$$

$$\bar{\bar{T}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$



Εξισώσεις ορμής (Navier-Stokes)

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = \frac{\mathbf{f}}{\rho} - \frac{\nabla P}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{U}$$

- $\text{Re} \ll 2300$, $\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = \mathbf{0}$

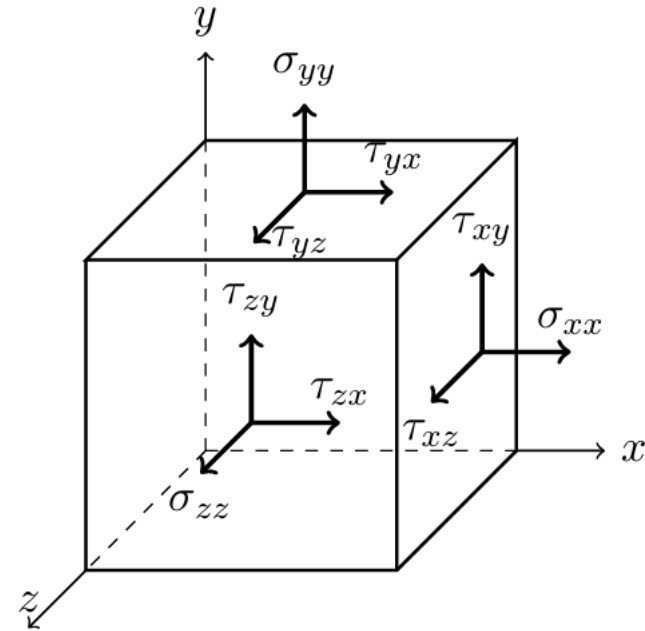
$$0 = \mathbf{f} - \nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{U}$$

- $P \sim 0$, $\mathbf{f} = 0$: εξίσωσης διάχυσης

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \nu \nabla^2 \mathbf{U}$$

- $\text{Re} \gg 2300$, $\mu \sim 0$: εξίσωση Euler

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = \frac{1}{\rho} (\mathbf{f} - \nabla P)$$

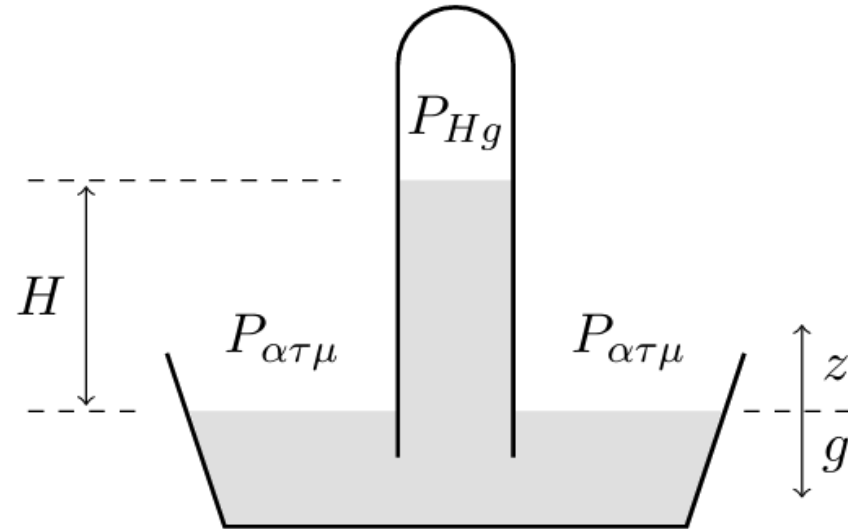


Εφαρμογές

- Μέτρηση πίεσης με χρήση βαρόμετρου

$$f_x - \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad f_y - \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad \text{και} \quad f_z - \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

Evangelista Torricelli

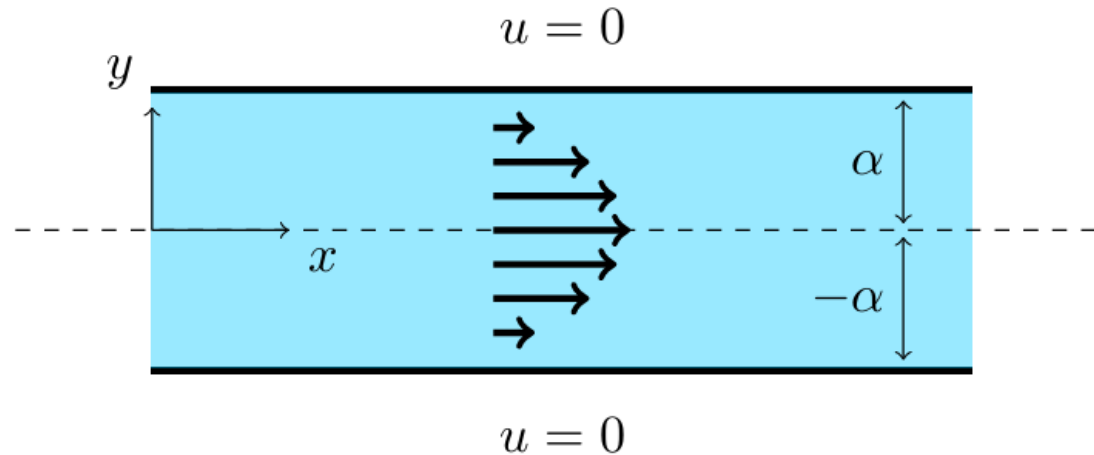


Εφαρμογές

- Μόνιμη ροή μεταξύ ακίνητων παράλληλων πλακών

$$z \gg 2\alpha, \quad dU/dt=0, \quad f=0$$

$$(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} - \nu \nabla^2 \mathbf{U} = -\frac{\nabla P}{\rho}$$



Εφαρμογές

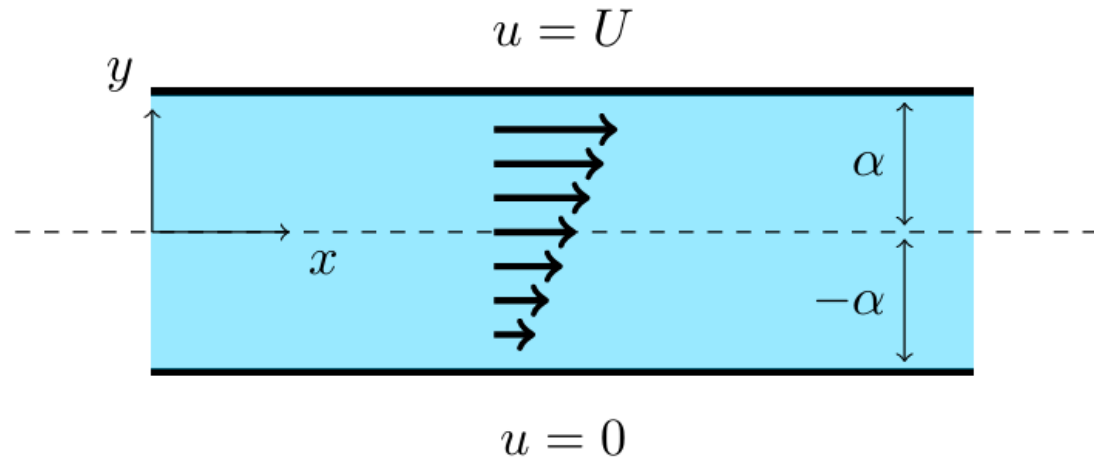
- Μόνιμη ροή μεταξύ κινούμενων παράλληλων πλακών

$$y = \alpha$$

$$(\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} - \nu \nabla^2 \mathbf{U} = -\frac{\nabla P}{\rho}$$

$$P(0, y) = P_1, \quad P(L, y) = P_2$$

$$u(x, -a) = 0, \quad u(x, a) = U$$



Άσκηση

Η κατανομή της ταχύτητας για τυρβώδη ροή σε κυλινδρικό αγωγό σταθερής ακτίνας R δίνεται από τη σχέση,

$$U(y) = U_0 \left(\frac{y}{R} \right)^{1/7},$$

όπου U_0 η μέγιστη ταχύτητα και y η απόσταση στο σωλήνα όπως αυτή μετράται από τα τοιχώματά του. Υπολογίστε τη μέση τιμή της ταχύτητας για την παραπάνω κατανομή.

Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της προηγούμενης άσκησης, να υπολογιστεί ο διορθωτικός συντελεστής της κινητικής ενέργειας, α .