

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

Επιχειρησιακή Έρευνα

ΕΛ.ΜΕ.ΠΑ.

2. Η Μέθοδος Ελάχιστου Κόστους*

Η μέθοδος του Ελάχιστου Κόστους είναι η δεύτερη μέθοδος για την επίλυση προβλημάτων μεταφοράς. Η βασική της ιδέα συνίσταται στο γεγονός ότι οι διαδρομές επιλέγονται λαμβάνοντας υπόψη το κόστος μεταφοράς της εκάστοτε διαδρομής και μάλιστα η επιλογή των διαδρομών γίνεται ξεκινώντας από το χαμηλότερο και πηγαίνοντας προς το υψηλότερο κόστος μεταφοράς ανά μονάδα προϊόντος.

Επομένως, οι λύσεις που προκύπτουν αναμένεται να είναι καλύτερες από αυτές που προκύπτουν με βάση την μέθοδο της Βορειοδυτικής γωνίας που παρουσιάστηκε στην προηγούμενη ενότητα.

Όπως και στην περίπτωση της προηγούμενης μεθόδου, για να βρούμε την αρχική βασική εφικτή λύση με την μέθοδο Ελάχιστου Κόστους, θέτουμε σε εφαρμογή τα βήματα του ακόλουθου αλγορίθμου:

1. ξεκινάμε από την διαδρομή με τον μικρότερο συντελεστή κόστους και στην διαδρομή αυτή εκχωρούμε το μέγιστο δυνατό φορτίο ώστε να εξαντληθεί η ποσότητα της πηγής ή να ικανοποιηθεί η ζήτηση του προορισμού.
2. διαγράφουμε την πηγή προέλευσης ή τον προορισμό (ανάλογα).
3. επαναλαμβάνουμε τα παραπάνω βήματα έως ότου εξαντληθούν οι ποσότητες από τις πηγές προέλευσης και ικανοποιηθεί η ζήτηση των προορισμών.
4. σε περίπτωση ισότητας κόστους μεταφοράς, διαλέγουμε στην τύχη.

2. Η Μέθοδος Ελάχιστου Κόστους*

Συνεχίζουμε λοιπόν με το προηγούμενο παράδειγμα.

Σύμφωνα με το πρώτο βήμα της μεθόδου ξεκινάμε με την διαδρομή ή οποία και μας προσφέρει το μικρότερο κόστος από όλες τις διαδρομές με βάση τον τύπο $x = \min \{s_1, d_1\}$.

Έπειτα, μπορούμε να υπολογίσουμε την προσφορά, ($s_i - s_i - x_{ij}$), και την ζήτηση ($d_i = d_i - x_{ij}$), όπως και προηγουμένως.

Συνεπώς, επιλέγουμε την διαδρομή x_{13} και εκχωρούμε 350 μονάδες εξαντλώντας με αυτόν τον τρόπο την προσφερόμενη ποσότητα του Εργοστασίου 1 (η πρώτη σειρά του πίνακα μπορεί τώρα να διαγραφεί). Αυτό αποτυπώνεται και στον πίνακα 2.1

	Προορισμός 1	Προορισμός 2	Προορισμός 3	Προορισμός 4	Προσφορά
Εργοστάσιο 1	5	5	3 (350)	9	0 (350-350)
Εργοστάσιο 2	6	3	4	7	300
Εργοστάσιο 3	5	4	6	8	450
Ζήτηση	200	300	50 (400-350)	200	1100

Ακολουθώντας την ίδια συλλογιστική, από τις εναπομείνουσες διαδρομές επιλέγουμε την διαδρομή με το ελάχιστο κόστος.

Η διαδρομή αυτή είναι η x_{22} και ακολουθούμε την ίδια τακτική όπως και πριν όπως αυτή περιγράφεται στα βήματα 1 και 2. Ο αλγόριθμος τερματίζει όταν εξαντληθεί η προσφορά των πηγών και ικανοποιηθεί η ζήτηση των προορισμών.

2. Η Μέθοδος Ελάχιστου Κόστους*

Η διαδικασία αποτυπώνεται στους πίνακες που ακολουθούν 2.2, 2.3 και 2.4

	Προορισμός 1	Προορισμός 2	Προορισμός 3	Προορισμός 4	Προσφορά
Εργοστάσιο 1	5	5	3 (350)	9	0
Εργοστάσιο 2	6	3 (300)	4	7	0
Εργοστάσιο 3	5 (200)	4	6	8	250 (450-200)
Ζήτηση	0 (200-200)	0	50	200	1100

	Προορισμός 1	Προορισμός 2	Προορισμός 3	Προορισμός 4	Προσφορά
Εργοστάσιο 1	5	5	3 (350)	9	0
Εργοστάσιο 2	6	3 (300)	4	7	0
Εργοστάσιο 3	5 (200)	4	6 (50)	8	200 (250-50)
Ζήτηση	0	0	0 (50-50)	200	1100

	Προορισμός 1	Προορισμός 2	Προορισμός 3	Προορισμός 4	Προσφορά
Εργοστάσιο 1	5	5	3 (350)	9	0
Εργοστάσιο 2	6	3 (300)	4	7	0
Εργοστάσιο 3	5 (200)	4	6 (50)	8 (200)	0 (200-200)
Ζήτηση	0	0	0	0 (200-200)	1100

2. Η Μέθοδος Ελάχιστου Κόστους*

Εφόσον εκχωρήσουμε τα φορτία στους προορισμούς και καταλήξουμε σε μια βασική εφικτή λύση, όπως και στην περίπτωση της μεθόδου της Βορειοδυτικής Γωνίας, θα πρέπει να υπολογίσουμε το ελάχιστο κόστος μεταφοράς.

Το ελάχιστο κόστος μεταφοράς φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί 2.5

Διαδρομή	Κόστος/μονάδα	Μονάδες	Συνολικό Κόστος
x13	3	350	1050
x22	3	300	900
x31	5	200	1000
x33	6	50	300
X34	8	200	1600
Σύνολο			4850

Στο σημείο αυτό, κρίνεται σκόπιμο να κάνουμε κάποιες παρατηρήσεις σχετικά με την μέθοδο Ελαχίστου Κόστους:

- το κόστος που υπολογίζει η μέθοδος είναι μικρότερο σχετικά με την μέθοδο ΒΔ γωνίας εξαιτίας του γεγονότος πως η επιλογή έγινε με βάση το κόστος μεταφοράς.
- η μέθοδος δεν εγγυάται την βέλτιστη λύση. Υπάρχει περίπτωση να προκύψει λύση με λιγότερες διαδρομές όταν σε κάποια εκχώρηση εξαντλείται η προσφορά και ικανοποιείται η ζήτηση ταυτόχρονα (όπως στην περίπτωση του παραδείγματος).
- μειονέκτημα της μεθόδου είναι η μυωπική επιλογή των διαδρομών καθώς δεν εξετάζει το κόστος ευκαιρίας από την επόμενη επιλογή, δηλαδή αγνοεί το τι θα συμβεί μετά από μια κίνηση.

ΑΣΚΗΣΗ

Μία μεταλλευτική εταιρεία εξορύσσει το βασικό προϊόν που εμπορεύεται από τρία λατομεία, έστω L_1 , L_2 και L_3 . Η εβδομαδιαία παραγωγή του κάθε λατομείου είναι 75, 150 και 75 τόνοι χαλκιού αντίστοιχα. Το προϊόν που εξορύσσεται πρέπει να μεταφερθεί σε πέντε κύριους καταναλωτές, έστω K_1 , K_2 , K_3 , K_4 και K_5 , οι οποίοι χρειάζονται για τις ανάγκες τους 100, 60, 40, 75 και 25 τόνους χαλκιού ανά εβδομάδα αντίστοιχα.

Το πρόβλημα που απασχολεί τη διοίκηση της εταιρείας είναι η ελαχιστοποίηση του απαιτούμενου κόστους για τη μεταφορά της ποσότητας του προϊόντος στους καταναλωτές. Για το σκοπό αυτό έγινε αναλυτική κοστολόγηση, η οποία έδωσε τα αποτελέσματα του ακόλουθου πίνακα (τα αριθμητικά δεδομένα συμβολίζουν το κόστος μεταφοράς σε € ανά τόνο χαλκιού).

Tips για το Πρόβλημα Μεταφοράς*

- ✓ Στην περίπτωση που οι διαθέσιμες ποσότητες στις πηγές υπερβαίνουν τις ζητηθείσες στους προορισμούς, δηλαδή $S < D$, τότε προσθέτουμε έναν **τεχνητό προορισμό**, με ποσότητα $S - D > 0$ και κόστος μεταφοράς ανάλογα με το πρόβλημα.
- ✓ Στην αντίθετη περίπτωση όπου η συνολική ζήτηση των προορισμών υπερβαίνει τις αντίστοιχες διαθέσιμες ποσότητες, δηλαδή $S > D$, τότε προσθέτουμε μία πηγή που παράγει ποσότητα $D - S > 0$ και το κόστος μεταφοράς εξαρτάται από το εκάστοτε πρόβλημα.
- ✓ Εάν δεν υπάρχει μέσο μεταφοράς από έναν σταθμό παραγωγής σε έναν σταθμό προορισμού, τότε θεωρούμε ότι υπάρχει ένα μέσο με κόστος **έναν πολύ μεγάλο αριθμό**.
- ✓ Εάν υπάρχουν διάφορα μέσα μεταφοράς από ένα σταθμό παραγωγής σε έναν σταθμό προορισμού με διαφορετικό όμως κόστος μεταφοράς, τότε θεωρούμε ισάριθμους σταθμούς προορισμού, έναν για κάθε μέσο.