



Επιχειρησιακή Έρευνα και Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων (MECH206)

Δρ. Σοφία Υφαντή

sifanti@hmu.gr

Μοντέλα Επιχειρησιακής Έρευνας

1.) Μοντέλα Αποφάσεων

Στηρίζονται σε πίνακα μορφής κερδών / ζημιών για κάθε εναλλακτική λύση. Επιτρέπει την εκτίμηση της αξίας των πληροφοριών ως προς την πιθανότητα πραγματοποίησης διαφόρων καταστάσεων που θα επηρεάσουν την οικονομική απόδοση κάθε εναλλακτικής λύσης.

2.) Γραμμικός Προγραμματισμός

Επιτρέπει την κατανομή των περιορισμένων πόρων με τον πιο αποτελεσματικό τρόπο. Στα προβλήματα γραμμικού προγραμματισμού όλες οι σχέσεις (αντικειμενική συνάρτηση και περιορισμοί) είναι γραμμικές. Μεταξύ των προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού εντάσσονται και τα προβλήματα της μεταφοράς και της ανάθεσης.

3.) Μοντέλα Προβλημάτων Μεταφοράς

Επιτρέπει την επιλογή των διαδρομών για την μεταφορά αγαθών από τον χώρο παραγωγής ή αποθήκευσης στον χώρο κατανάλωσης με τον πιο οικονομικό τρόπο.

4.) Μοντέλα Ουρών Αναμονής

Λαμβάνει υπόψη το κόστος εξυπηρέτησης και το κόστος αναμονής έτσι ώστε να προσδιορισθεί ένα βέλτιστο επίπεδο εξυπηρέτησης π.χ. το σύστημα εξυπηρέτησης πελατών μιας τράπεζας.

Μοντέλα Επιχειρησιακής Έρευνας

5.) Μοντέλα Προσομίωσης

Χρησιμοποιείται κυρίως για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων.

6.) Παίγνια

Στην κατηγορία αυτή εντάσσονται προβλήματα τα οποία έχουν σχέση με λήψη αποφάσεων σε καταστάσεις σύγκρουσης. Πρόκειται δηλαδή για καταστάσεις όπου υπάρχουν αντίπαλοι (παίκτες). Οι ενέργειες του κάθε παίκτη για την αναζήτηση του βέλτιστου κέρδους εξαρτώνται και από τις ενέργειες των αντιπάλων.

6.) Μοντέλα Προγραμματισμού και Ελέγχου Αποθεμάτων.

Προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το κόστος της επιχείρησης.

7.) Μοντέλα Δικτυωτής Ανάλυσης

Αναπαριστούν την πραγματικότητα σε μορφή δικτύου προσπαθώντας να προσδιοριστούν τα χρονικά όρια για την ολοκλήρωση κάθε εργασίας και την εκτέλεση του έργου σε συγκεκριμένο χρονικό ορίζοντα.

8.) Δυναμικός Προγραμματισμός

Περιλαμβάνει μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό μίας στρατηγικής που αποτελείται από μια σειρά αλληλοδιαδοχικών αποφάσεων, και που το αποτέλεσμα της κάθε μιας επηρεάζει τις επόμενες επιλογές. Έχει χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα προγραμματισμού δαπανών διαφήμισης, κατανομής καναλιών διανομής και σχεδίασης παραγωγής.

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

1. Εισαγωγή*

Ο Γραμμικός Προγραμματισμός (Γ.Π.) έδωσε στην ανθρωπότητα τη δυνατότητα να θέτει γενικούς στόχους και να ορίζει μια σειρά συγκεκριμένων αποφάσεων που πρέπει να ληφθούν ώστε να επιτευχθούν οι στόχοι αυτοί με τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Ασχολείται έτσι με το πρόβλημα της κατανομής των πεπερασμένων πόρων ενός συστήματος σε ανταγωνιζόμενες δραστηριότητες. Αναζητά μεταξύ όλων των εναλλακτικών σχεδιασμών, εκείνον ('πρόγραμμα') ο οποίος θα οδηγήσει στο άριστο αποτέλεσμα.

Από μαθηματικής σκοπιάς, ο γραμμικός προγραμματισμός περιγράφει ένα μοντέλο, το οποίο αφορά τη μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση μιας γραμμικής (αντικειμενικής) συνάρτησης κάτω από κάποιους γραμμικούς περιορισμούς (γραμμικές μαθηματικές σχέσεις – εξού και ο όρος Γραμμικός).

Η αντικειμενική συνάρτηση μπορεί να εκφράζει κέρδος, κόστος, ποσότητα παραγωγής ή οποιοδήποτε άλλο μέτρο αποτελεσματικότητας το οποίο πρέπει να ληφθεί κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Οι περιορισμοί επιβάλλονται από διάφορους παράγοντες **όπως:** (Μπέτσιος, 2015).

- ◆ η ζήτηση,
- ◆ η διαδικασία παραγωγής,
- ◆ ο εξοπλισμός,
- ◆ η χωρητικότητα των αποθηκευτικών χώρων,
- ◆ η διαθεσιμότητα πρώτων υλών κτλ

*Σημειώσεις μαθήματος Επ.Ερ. Τμήμα Οικονομικών Επιστημών Πάτρας, 2019 4

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Οι μεταβλητές έχουν την ιδιότητα (Μπέτσιος, 2015):

- **της αναλογικότητας** (π.χ. αν η παραγωγή μια μονάδας προϊόντος απαιτεί 3 ώρες λειτουργίας των μηχανών, η παραγωγή 5 μονάδων του ίδιου προϊόντος απαιτεί 15 ώρες λειτουργίας) και
- **της προσθετικότητας** (π.χ. η ποσότητα πρώτης ύλης που απαιτείται για την παραγωγή ενός αριθμού προϊόντων ισούται με το άθροισμα της απαιτούμενης ποσότητας πρώτης ύλης για κάθε προϊόν).

Πεπερασμένοι Πόροι => Ανάγκη Γ.Π.

2. Προϋποθέσεις χρήσης Γ.Π.*

- Πρέπει να υπάρχει μια **ορισμένη συνάρτηση** (κέρδους, κόστους ή παραγωγής) η οποία πρέπει να βελτιστοποιηθεί (δηλαδή να μεγιστοποιηθεί ή να ελαχιστοποιηθεί) και η οποία εκφράζεται ως γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών απόφασης.
- Πρέπει να υπάρχουν **περιορισμοί** στην επίτευξη αντικειμενικών στόχων και οι περιορισμοί αυτοί να μπορούν να εκφραστούν ως γραμμικές εξισώσεις ή ανισώσεις σε όρους μεταβλητών.
- Πρέπει να υπάρχουν **εναλλακτικές πορείες δράσης**. Για παράδειγμα ένα προϊόν να μπορεί να παράγεται από δύο διαφορετικές μηχανές και το πρόβλημα να είναι πώς θα καταναμεθεί η παραγωγή στις δύο μηχανές.

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

- **Οι μεταβλητές απόφασης πρέπει να είναι αλληλένδετες και μη αρνητικές.** Η μη αρνητικότητα δείχνει ότι ο Γραμμικός Προγραμματισμός αντιμετωπίζει πραγματικές καταστάσεις στις οποίες η εμφάνιση αρνητικών ποσοτήτων είναι μη λογική.
- **Οι πηγές πρέπει να είναι περιορισμένες.** Για παράδειγμα αν μια εταιρεία αυξήσει την παραγωγή ενός προϊόντος θα πρέπει να μειώσει την παραγωγή των άλλων προϊόντων καθώς η συνολική παραγωγή είναι περιορισμένη.

3. Ιδιότητες Γραμμικού Μοντέλου *

- **Αναλογικότητα:** στην αντικειμενική συνάρτηση και στους περιορισμούς

Η υπόθεση αυτή συνεπάγεται ότι αν ένα προϊόν αποδίδει κέρδος 10, τότε η πώληση 12 μονάδων προϊόντος αποδίδει 120 (μπορεί να μην ισχύει πάντα λόγω ποσοτικών εκπτώσεων). Επιπλέον ακόμα κι αν η τιμή πώλησης είναι σταθερή, το κόστος κατασκευής μπορεί να μεταβάλλεται ανάλογα με τον αριθμό των παραγόμενων προϊόντων κι έτσι να μεταβάλλεται το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος.

Αν για παράδειγμα υποθεθεί ότι απαιτούνται 5 ώρες για την παραγωγή ενός προϊόντος, τότε για την παραγωγή 10 μονάδων του προϊόντος απαιτούνται 50 ώρες. Αυτό επίσης μπορεί να μην είναι απόλυτα ακριβές καθώς ο χρόνος παραγωγής ανά μονάδα προϊόντος συχνά μειώνεται με την αύξηση του αριθμού των παραγόμενων προϊόντων.

Αυτό σημαίνει ότι σε πραγματικές συνθήκες μπορεί να μην ισχύει η αυστηρή γραμμικότητα. Ωστόσο η υποτιθέμενη γραμμικότητα αντιπροσωπεύει αρκετά καλές προσεγγίσεις και δίνει χρήσιμες απαντήσεις.

* Μπέτσιος, 2015

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

- **Προσθετικότητα***:

Αυτό σημαίνει ότι αν απαιτούνται t_1 ώρες λειτουργίας της μηχανής A για το προϊόν 1 και t_2 ώρες λειτουργίας της μηχανής A για το προϊόν 2, τότε ο συνολικός χρόνος λειτουργίας της μηχανής A για την παραγωγή των προϊόντων 1 και 2 θα είναι t_1+t_2 .

Αυτό ωστόσο ισχύει μόνο όταν ο χρόνος αλλαγής απ' το προϊόν 1 στο προϊόν 2 είναι μηδενικός. Κάποιες διαδικασίες δε λειτουργούν με τέτοιο τρόπο. Για παράδειγμα όταν διάφορες χημικές ενώσεις αναμειγνύονται, ο όγκος του αποτελέσματος μπορεί να μην είναι ίσος με το άθροισμα των αρχικών όγκων.

- **Συνέχεια***:

Μια άλλη βασική υπόθεση του γραμμικού προγραμματισμού είναι ότι οι μεταβλητές απόφασης είναι συνεχείς, δηλαδή μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε μη αρνητική τιμή ικανοποιεί τους περιορισμούς.

Υπάρχουν ωστόσο προβλήματα στα οποία οι μεταβλητές μπορούν να παίρνουν ακέραιες τιμές μόνο. Αν και τέτοια προβλήματα δεν είναι ακριβώς προβλήματα Γραμμικού Προγραμματισμού, συχνά λύνονται με τεχνικές Γραμμικού Προγραμματισμού και τότε οι τιμές στρογγυλοποιούνται στους κοντινότερους ακέραιους που ικανοποιούν τους περιορισμούς.

Αυτή η προσέγγιση ωστόσο ισχύει μόνο αν οι μεταβλητές έχουν μεγάλες βέλτιστες τιμές. Επιπλέον πρέπει να διαπιστώνεται αν η λύση των στρογγυλοποιημένων τιμών είναι ρεαλιστική και εφικτή και κατά πόσον είναι η βέλτιστη ακέραια λύση.

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

- **Βεβαιότητα***:

Άλλη βασική υπόθεση του Γραμμικού Προγραμματισμού είναι ότι οι διάφορες παράμετροι, ονομαστικά, οι συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης, οι συντελεστές των περιορισμών και οι τιμές των πηγών στους περιορισμούς είναι γνωστές επακριβώς και οι τιμές τους δε μεταβάλλονται με το χρόνο.

Επιπλέον το κέρδος ή το κόστος ανά μονάδα, η εργασία και οι πρώτες ύλες που απαιτούνται ανά μονάδα προϊόντος, η διαθεσιμότητα εργασίας και πρώτων υλών, η ζήτηση του προϊόντος κτλ. υποτίθεται ότι είναι γνωστά με ακρίβεια. Έτσι ο Γραμμικός Προγραμματισμός υποτίθεται ότι είναι προσδιοριστικός.

- **Πεπερασμένος αριθμός επιλογών***: Στον Γραμμικό Προγραμματισμό θεωρείται ότι υπάρχει πεπερασμένος αριθμός επιλογών και ότι οι μεταβλητές απόφασης είναι αλληλένδετες και μη αρνητικές.

Η μη αρνητικότητα δείχνει ότι ο Γραμμικός Προγραμματισμός αντιμετωπίζει πραγματικά προβλήματα στα οποία είναι αδύνατο να υπάρξουν αρνητικές ποσότητες.

Στον πραγματικό κόσμο τα περισσότερα γεγονότα είναι μη γραμμικά, υπάρχουν ωστόσο πολλά παραδείγματα γραμμικών γεγονότων που εμφανίζονται στην καθημερινή ζωή. Η κατανόηση λοιπόν του Γραμμικού Προγραμματισμού και της εφαρμογής του στη λύση προβλημάτων είναι αναγκαία για τους σημερινούς μάνατζερ.

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

4. Πεδία Εφαρμογής του Γ.Π.*

4.1 Βιομηχανικές εφαρμογές

◇ Προβλήματα παραγωγής διαφορετικών προϊόντων από την ίδια μονάδα: Διαφορετικά προϊόντα έχουν διαφορετικές τιμές πώλησης, απαιτούν διαφορετικές ποσότητες παραγωγικών πόρων και άρα αποδίδουν διαφορετικό κέρδος ανά μονάδα. Το πρόβλημα είναι να προσδιοριστεί η ποσότητα παραγωγής κάθε προϊόντος ώστε συνολικά να μεγιστοποιείται το κέρδος.

◇ Προβλήματα συγχώνευσης: Αυτά τα προβλήματα είναι πιθανό να εμφανιστούν όταν ένα προϊόν μπορεί να κατασκευαστεί από διάφορες διαθέσιμες πρώτες ύλες, διαφόρων συνθέσεων και τιμών. Για παράδειγμα διάφορα είδη κηροζίνης απαιτούνται για αεροπορικούς σκοπούς. Τιμές και λεπτομέρειες των συστατικών που χρησιμοποιούνται, είναι γνωστές και το πρόβλημα είναι να αποφασιστούν οι αναλογίες τους στην παραγωγή των διαφόρων ειδών κηροζίνης ώστε να εξάγεται το μέγιστο δυνατό αποτέλεσμα και να ικανοποιούνται οι περιορισμοί της αποθήκευσης.

◇ Προβλήματα προγραμματισμού της παραγωγής: Περιλαμβάνουν τον προσδιορισμό του βέλτιστου προγράμματος παραγωγής που να ικανοποιεί την διακυμαινόμενη ζήτηση. Ο σκοπός είναι η ικανοποίηση της ζήτησης, η διατήρηση της καταγραφής εμπορευμάτων και της απασχόλησης σε χαμηλά επίπεδα, παράλληλα με την ελαχιστοποίηση του κόστους παραγωγής.

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

- ◇ Προβλήματα απωλειών από επεξεργασία: Εμφανίζονται σε εταιρείες χαρτιού, μετάλλων, γυαλιού κτλ. όπου αντικείμενα συγκεκριμένου μεγέθους κόβονται σε μικρότερα σύμφωνα με τις προτιμήσεις των πελατών. Σκοπός σε αυτές τις περιπτώσεις είναι η ελαχιστοποίηση των αποβλήτων.
- ◇ Εξισορρόπηση της σειράς-συνδεσμολογίας: Αναφέρεται στην κατηγορία προβλημάτων, στα οποία το τελικό προϊόν αποτελείται από έναν αριθμό μερών συνδεδεμένων μεταξύ τους. Τα μέρη αυτά συνδέονται μεταξύ τους με συγκεκριμένη σειρά. Ο χειριστής αυτής της διαδικασίας καλείται να περιορίσει τη χρονική διάρκεια της διαδικασίας αυτής σε χαμηλά επίπεδα.
- ◇ Προβλήματα παραγωγής ή αγοράς: Εμφανίζονται σε μια εταιρεία που καλείται να αντιμετωπίσει περιορισμούς στην παραγόμενη ποσότητα και απότομη έξαρση της ζήτησης των προϊόντων της. Ο κατασκευαστής που δεν είναι σίγουρος για την εξέλιξη της ζήτησης, συνήθως είναι απρόθυμος στο να αυξήσει τις δυνατότητες παραγωγής της εταιρείας και πρέπει να πάρει μια απόφαση υπολογίζοντας τα προϊόντα που μπορεί να παράξει και αυτά που θα πάρει με υπερβολαβία ώστε να ελαχιστοποιηθεί το κόστος.

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

4. Πεδία Εφαρμογής του Γ.Π.*

4.2 Εφαρμογές στη διαχείριση

◇ Προβλήματα επιλογής Μέσων Μαζικής Ενημέρωσης (ΜΜΕ): Περιλαμβάνουν την επιλογή του συνδυασμού διαφημίσεων σε διάφορα ΜΜΕ όπως τηλεόραση, ραδιόφωνο, περιοδικά, εφημερίδες που θα μεγιστοποιήσει την έκθεση του προϊόντος της εταιρείας στο κοινό. Οι περιορισμοί μπορεί να είναι στα συνολικά έξοδα για τις διαφημίσεις, να αφορούν τη μέγιστη δαπάνη για κάθε μέσο, το μέγιστο αριθμό διαφημίσεων σε κάθε μέσο κτλ.

◇ Προβλήματα επιλογής χαρτοφυλακίου: Συχνά αντιμετωπίζονται από τράπεζες, οικονομικές εταιρείες, υπηρεσίες επενδύσεων κτλ. Ένα ποσό πρέπει να κατανεμηθεί σε διάφορες επενδύσεις όπως ομόλογα, καταθέσεις, μετοχές, αμοιβαία κεφάλαια, ακίνητα κτλ. για τη μεγιστοποίηση του αναμενόμενου αποτελέσματος και την ελαχιστοποίηση του αναμενόμενου ρίσκου.

◇ Προβλήματα σχεδιασμού κέρδους: Περιλαμβάνουν το σχεδιασμό των κερδών σε οικονομική ετήσια βάση για την μεγιστοποίηση των περιθωρίων κέρδους των επενδύσεων σε εγκαταστάσεις, εξοπλισμό, εμπορεύματα κτλ..

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

4.2 Εφαρμογές στη διαχείριση

- ◇ Προβλήματα μεταφορών: Περιλαμβάνουν τη μεταφορά προϊόντων από πηγές που βρίσκονται σε διάφορες τοποθεσίες σε διαφορετικούς προορισμούς. Η προσφορά στις πηγές, η ζήτηση στους προορισμούς, οι δαπάνες για τη μεταφορά των φορτίων, τα κόστη αποθήκευσης κτλ. είναι γνωστά και στόχος του προβλήματος είναι ο σχεδιασμός του βέλτιστου μεταφορικού πλάνου που ελαχιστοποιεί το συνολικό μεταφορικό κόστος (ή απόσταση ή διάρκεια).
- ◇ Προβλήματα ανάθεσης έργου: Έχουν να κάνουν με την κατανομή εγκαταστάσεων και ανθρωπίνου δυναμικού στις διάφορες εργασίες. Οι απαιτούμενες εργατοώρες για κάθε εγκατάσταση και κάθε εργασία και το πρόβλημα είναι να βρεθεί η βέλτιστη κατανομή για την ελαχιστοποίηση της διάρκειας των εργασιών.
- ◇ Προβλήματα ανθρωπίνου δυναμικού: Αντιμετωπίζονται από μεγάλα νοσοκομεία, εστιατόρια και εταιρείες που λειτουργούν με βάρδιες. Το πρόβλημα είναι να κατανεμηθεί το ανθρώπινο δυναμικό με τέτοιο τρόπο σε κάθε βάρδια ώστε να ελαχιστοποιηθούν τα έξοδα από τις υπερωρίες.

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

4. Πεδία Εφαρμογής του Γ.Π.*

4.3 Διάφορες Εφαρμογές

- ◇ Προβλήματα διατροφής: Διαμορφώνουν μια άλλη σημαντική κατηγορία στην οποία εφαρμόζεται ο Γραμμικός Προγραμματισμός. Θρεπτικά συστατικά όπως βιταμίνες, πρωτεΐνες, υδατάνθρακες, άμυλο κτλ. είναι γνωστά σε έναν αριθμό τροφών. Επίσης η ελάχιστη ημερήσια απαίτηση κάθε στοιχείου σε μια δίαιτα όπως επίσης και το κόστος κάθε τροφής είναι γνωστά και το πρόβλημα είναι ο προσδιορισμός του ελάχιστου κόστους δίαιτας που ικανοποιεί τις ελάχιστες ημερήσιες απαιτήσεις σε θρεπτικά συστατικά.
- ◇ Αγροτικά προβλήματα: Αυτά τα προβλήματα αφορούν την κατανομή των απαιτούμενων πόρων όπως εκτάσεις γης, νερό, εργασία, λιπάσματα κτλ για τη μεγιστοποίηση των εσόδων.
- ◇ Προβλήματα οργάνωσης πτήσεων: Τα προβλήματα αυτά έχουν σκοπό τον προσδιορισμό της πιο οικονομικής οργάνωσης του συγχρονισμού των πτήσεων για την πιο αποτελεσματική χρήση των αεροπλάνων και των πληρωμάτων.
- ◇ Προστασία του περιβάλλοντος: Περιλαμβάνουν την ανάλυση διάφορων εναλλακτικών για την αποτελεσματική εξοικονόμηση νερού, ανακύκλωση χαρτιού, ενεργειακή πολιτική κτλ.

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

4.3 Διάφορες Εφαρμογές

◇ Τοποθεσία εγκαταστάσεων: Τα προβλήματα αυτά φροντίζουν για τον προσδιορισμό της καλύτερης τοποθεσίας δημοσίων πάρκων, βιβλιοθηκών, κέντρων αναψυχής, σταθμών ασθενοφόρων, πυρηνικών εγκαταστάσεων κτλ. Τα διυλιστήρια πετρελαίου έχουν χρησιμοποιήσει τον Γραμμικό Προγραμματισμό με σημαντική επιτυχία. Παρόμοιες τάσεις εμφανίζονται στις βιομηχανίες χημικών, σιδήρου, χάλυβα, αλουμινίου, μεταποίησης τροφίμων, επεξεργασίας ξύλου κτλ. Άλλοι τομείς στους οποίους έχει εφαρμοστεί ο Γραμμικός Προγραμματισμός αφορούν τον έλεγχο ποιότητας, την αναζήτηση υποβρυχίων, το σχεδιασμό όπλων, τον οικοδομικό σχεδιασμό κ.α..

Γενικά ο Γραμμικός Προγραμματισμός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για κάθε κατάσταση στην οποία μια γραμμική αντικειμενική συνάρτηση πρέπει να βελτιστοποιηθεί σύμφωνα με περιορισμούς εκφρασμένους με γραμμικές εξισώσεις/ανισώσεις

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

5. Κατηγορίες Γ.Π.*

- ◆ Γραμμικός προγραμματισμός, όπου τόσο η αντικειμενική συνάρτηση όσο και οι περιορισμοί είναι γραμμικές σχέσεις
- ◆ Ακέραιος προγραμματισμός, όπου οι μεταβλητές απόφασης μπορούν να πάρουν μόνο ακέραιες τιμές ή αναπαριστούν αποφάσεις «λογικής» και όχι φυσικά μεγέθη
- ◆ Μη γραμμικός προγραμματισμός, όπου κάποιες από τις συναρτήσεις του προβλήματος (αντικειμενική συνάρτηση, περιορισμοί) είναι μη-γραμμικές

6. Περιορισμοί Γ.Π. (Δ.Ξηρόκωστας, 1999, Μέρος II, Κεφ.1)

- **Τεχνολογικούς** που επιβάλλονται από τα τεχνικά και άλλα στοιχεία των διαφόρων δραστηριοτήτων και τους νόμους λειτουργίας τους και
- **Θεσμολογικούς** που είναι διοικητικής και οργανωτικής φύσεως.

*Σημειώσεις μαθήματος Επ.Ερ. Τμήμα Οικονομικών Επιστημών Πάτρας, 2019 15

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

7. Παράδειγμα (Δ.Ξηρόκωστας, 1999, Μέρος II, Κεφ.1):

Ένα μηχανουργείο έχει τριών ειδών μηχανές, Α (τόρνους), Β (πλάνες) και Γ (τριυπάνια) και παράγει τεσσάρων ειδών προϊόντα 1, 2, 3, 4. Κάθε προϊόν πρέπει να περάσει από επεξεργασία και από τις 2 μηχανές. Υποθέτουμε ότι η παραγωγή είναι συνεχής και ότι ο απαιτούμενος χρόνος για την ρύθμιση των μηχανών όταν αλλάζει το προϊόν είναι αμελητέος. Ο κάτωθι πίνακας δίνει τις απαιτούμενες ώρες ανά μηχανή για μία μονάδα κάθε προϊόντος, τις συνολικές διαθέσιμες ώρες κάθε μηχανής ανά εβδομάδα και το κέρδος από την πώληση μίας μονάδας από κάθε προϊόν.

Είδος Μηχανής	Προϊόντα				Ολικός διαθέσιμος χρόνος ανά εβδομάδα
	1	2	3	4	
A	1,5	1	2,4	1	2000
B	1	5	1	3,5	8000
Γ	1,5	3	3,5	1	5000
Κέρδος ανά μονάδα προϊόντος	524	730	834	418	

Ζητείται να βρεθεί ο αριθμός των μονάδων που θα πρέπει να κατασκευαστούν από κάθε προϊόν σε μία εβδομάδα, ώστε το κέρδος από την πώλησή τους να είναι το **μέγιστο** δυνατό.

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Διατύπωση προβλήματος

Έστω x_j ο αριθμός των μονάδων που πρέπει να κατασκευαστεί από κάθε προϊόν j ανά εβδομάδα. Πρέπει να βρούμε τις τιμές των x_1, x_2, x_3, x_4 που μεγιστοποιούν το ολικό κέρδος χωρίς να υπερβούμε τις ολικές διαθέσιμες ώρες κάθε μηχανής.

Το ολικό κέρδος από την πώληση των προϊόντων δίνεται από την σχέση (αντικειμενική συνάρτηση):

$$z = 524x_1 + 730x_2 + 834x_3 + 418x_4$$

Περιορισμοί

Οι περιορισμοί που επιβάλλονται είναι από τον διαθέσιμο χρόνο των μηχανών και εκφράζονται μαθηματικά ως εξής:

Για τις Α τύπου μηχανές: $1,5x_1 + x_2 + 2,4x_3 + x_4 \leq 2000$

Για τις Β τύπου μηχανές: $x_1 + 5x_2 + x_3 + 3,5x_4 \leq 8000$

Για τις Γ τύπου μηχανές: $1,5x_1 + 3x_2 + 3,5x_3 + x_4 \leq 5000$

Επίσης $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0,$

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Οι ανισότητες, τις οποίες εισάγει στο πρόβλημα ο διαθέσιμος χρόνος των μηχανών και η μη αρνητικότητα των μεταβλητών απόφασης, εκφράζουν τους φυσικούς περιορισμούς στους οποίους υπόκειται το εξεταζόμενο σύστημα.

Η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί αποτελούν το μαθηματικό μοντέλο του συστήματος. Επομένως, η μαθηματική μοντελοποίηση για το συγκεκριμένο πρόβλημα προγραμματισμού της παραγωγής είναι:

Αντικειμενική συνάρτηση:

maximize Profit = $\max z = 524x_1 + 730x_2 + 834x_3 + 418x_4$ Μεγιστοποίηση κέρδους

Υπό τους περιορισμούς:

- ▶ $1,5x_1 + x_2 + 2,4x_3 + x_4 \leq 2000$
- ▶ $x_1 + 5x_2 + x_3 + 3,5x_4 \leq 8000$
- ▶ $1,5x_1 + 3x_2 + 3,5x_3 + x_4 \leq 5000$
- ▶ $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$

Ασκήσεις για το σπίτι

- (1) Μία εταιρία προτίθεται να επενδύσει 100 εκατομμύρια € σε κοινές και σε προνομιούχες μετοχές εταιριών εισηγμένων στο χρηματιστήριο, καθώς και σε ομόλογα του δημοσίου. Η αναμενόμενη ετήσια απόδοση των τριών αυτών τύπων επένδυσης είναι κατά σειρά 15%, 10%, και 7%. Δεδομένου ότι οι επενδύσεις σε κοινές και σε προνομιούχες μετοχές κρίνονται υψηλού κινδύνου, η εταιρία έχει αποφασίσει να επενδύσει σε αυτό το είδος μετοχών όχι παραπάνω από το 25% του συνολικά επενδυόμενου κεφαλαίου. Επιπλέον, το επενδυόμενο ποσό σε προνομιούχες μετοχές δεν πρέπει να υπερβαίνει το 50% της συνολικής επένδυσης σε μετοχές, ενώ τουλάχιστον το 20% του επενδυόμενου κεφαλαίου πρέπει να αφορά ομόλογα του δημοσίου. Η εταιρία ενδιαφέρεται να επιλέξει εκείνο το επενδυτικό σχήμα που μεγιστοποιεί την απόδοση του κεφαλαίου της.
- (2) Ένα εργοστάσιο παράγει δυο προϊόντα, τα προϊόντα 1 και 2. Η έρευνα αγοράς περιορίζει την παραγωγή του προϊόντος 1 στους 10 τόνους κάθε μήνα και του προϊόντος 2 στους 8 τόνους. Για την παραγωγή των προϊόντων χρησιμοποιούνται δυο πρώτες ύλες, οι A και B. Για την παραγωγή ενός τόνου προϊόντος 1 απαιτούνται 1 τόνος πρώτης ύλης A και 3 τόνοι πρώτης ύλης B, ενώ για την παραγωγή ενός τόνου προϊόντος 2 απαιτούνται 2 τόνοι πρώτης ύλης A και 1 τόνος πρώτης ύλης B. Οι μηνιαίες διαθέσιμες ποσότητες πρώτων υλών A και B είναι αντίστοιχα 14 και 16 τόνοι. Η πώληση ενός τόνου προϊόντος 1 αφήνει καθαρό κέρδος 5 χιλιάδες ευρώ ενώ το καθαρό κέρδος για το προϊόν 2 είναι 4 χιλιάδες ευρώ κάθε μήνα.

Ασκήσεις για το σπίτι

3. Μια επιχείρηση παράγει τρία προϊόντα, τα Π1, Π2 και Π3. Για την παραγωγή των προϊόντων απαιτείται επεξεργασία από τρεις μηχανές, τις Α, Β και Γ. Ο χρόνος επεξεργασίας των προϊόντων στις μηχανές αντίστοιχα δίνεται στον ακόλουθο πίνακα, μαζί με τις διαθέσιμες εβδομαδιαίες ώρες των μηχανών.

Μηχανές	Π1	Π2	Π3	Δυναμικότητα Μηχανών (h)
Α	9	3	5	500
Β	5	4	0	350
Γ	3	0	2	150

Λόγω προηγούμενων συμβάσεων που έχουν υπογραφεί, η επιχείρηση πρέπει να παράγει τουλάχιστον 20 μονάδες του προϊόντος Π3 την εβδομάδα. Το ανά μονάδα κέρδος των προϊόντων είναι 50, 20 και 25€ αντίστοιχα. Ζητείται να βρεθεί η άριστη ποσότητα παραγωγής των προϊόντων ώστε να μεγιστοποιηθεί το συνολικό κέρδος της επιχείρησης.

ANY QUESTIONS?

**I HOPE YOU ENJOYED OUR
PRESENTATION**

www.meme-generator.net