

Επιχειρησιακή Έρευνα και Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων (MECH206)

Δρ. Σοφία Υφαντή

sifanti@hmu.gr

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

8. Παράδειγμα Γραφικής Επίλυσης (F.S. HILLIER – G.J. LIEBERMAN, Τεύχος Α):

Η επιχείρηση WG παράγει παράθυρα και πόρτες από γυαλί. Έχει τρία εργοστάσια: στο 1^ο παράγονται τα πλαίσια αλουμινίου, στο 2^ο τα ξύλινα πλαίσια και το 3^ο χρησιμοποιείται για την παραγωγή υαλουργικών προϊόντων αλλά και για την συναρμολόγηση.

Καθώς τα κέρδη έχουν μειωθεί η διοίκηση αποφάσισε ανακαίνιση της γραμμής παραγωγής. Μερικά μη επικερδή προϊόντα σταμάτησαν να παράγονται και έτσι ελευθερώθηκε η παραγωγική δυναμικότητα που μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή ενός ή δύο νέων προϊόντων, που είχαν τελευταία ζήτηση. Το ένα ήταν μία γυάλινη πόρτα με πλαίσιο από αλουμίνιο και το άλλο ένα μεγάλο παράθυρο με ξύλινο πλαίσιο. Το τμήμα Μαρκετινγκ πίστευε ότι θα πουληθεί όλη η ποσότητα των δύο προϊόντων, που μπορούσε να παραχθεί από την παραγωγική δυναμικότητα που ελευθερώθηκε. Όμως επειδή τα 2 προϊόντα θα χρησιμοποιούσαν την ίδια παραγωγική δυναμικότητα του 3^{ου} εργοστασίου δεν ήταν γνωστό ποιες ποσότητες προϊόντων θα έδιναν στην επιχείρηση το μέγιστο κέρδος.

Μετά από σχετική έρευνα την ομάδα επιχειρησιακής έρευνας προσδιορίστηκε (α) η παραγωγική δυναμικότητα του κάθε εργοστασίου που ήταν διαθέσιμη για τα δύο προϊόντα, (β) η παραγωγική δυναμικότητα που απαιτείται από κάθε προϊόν για την παραγωγή μίας μονάδας του καθενός και (γ) το ανά μονάδα κέρδος για κάθε προϊόν σε χρηματικές μονάδες. Οι πληροφορίες αυτές παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα:

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

	Χρησιμοποιούμενη δυναμικότητα ανά μονάδα προϊόντος		Διαθέσιμη παραγωγική δυναμικότητα σε μονάδες
	1	2	
Εργοστάσιο 1	1	0	4
Εργοστάσιο 2	0	2	12
Εργοστάσιο 3	3	2	18
Κέρδος προϊόντος ανά μονάδα	3	5	

Διαμόρφωση προβλήματος

Έστω x_1 και x_2 οι μονάδες που θα παραχθούν από τα προϊόντα 1 και 2 αντίστοιχα και Z η συνολική συνεισφορά τους στο κέρδος. Συνεπώς η αντικειμενική συνάρτηση είναι:

$$\text{Maximize } Z = 3x_1 + 5x_2$$

Με τους εξής περιορισμούς:

$$x_1 \leq 4$$

$$2x_2 \leq 12$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18$$

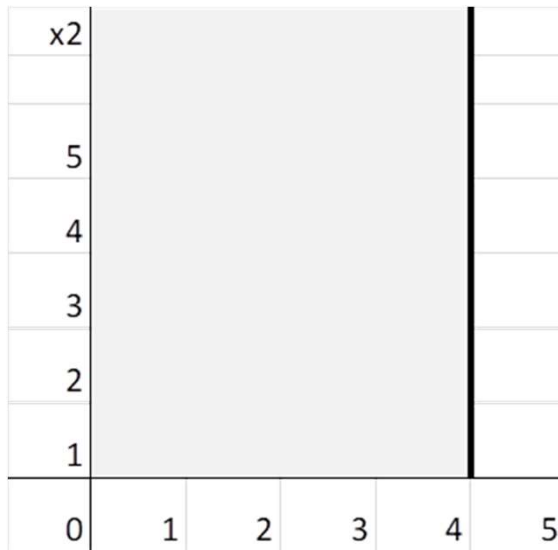
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Καθώς έχουμε δύο μόνο μεταβλητές έχουμε μόνο δύο διαστάσεις και άρα μπορούμε να επιλύσουμε το μοντέλο αυτό με γραφικό τρόπο. Κατασκευάζουμε λοιπόν μία γραφική παράσταση με δύο άξονες x_1 και x_2 . Αρχικά βρίσκουμε τα (x_1, x_2) που επιτρέπονται από τους περιορισμούς. Αυτό γίνεται εφόσον σύρουμε τα ευθύγραμμα τμήματα που περικλείουν την περιοχή των επιτρεπτών τιμών.

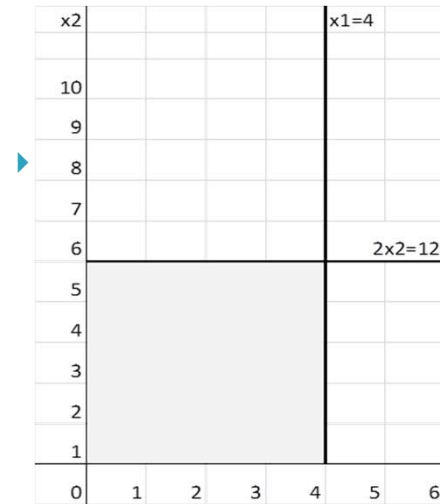
$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \text{ και } x_1 \leq 4$$

Συνεπώς όλα τα x_1, x_2 θα πρέπει να βρίσκονται αριστερά του 4 και εντός της γκρι περιοχής.

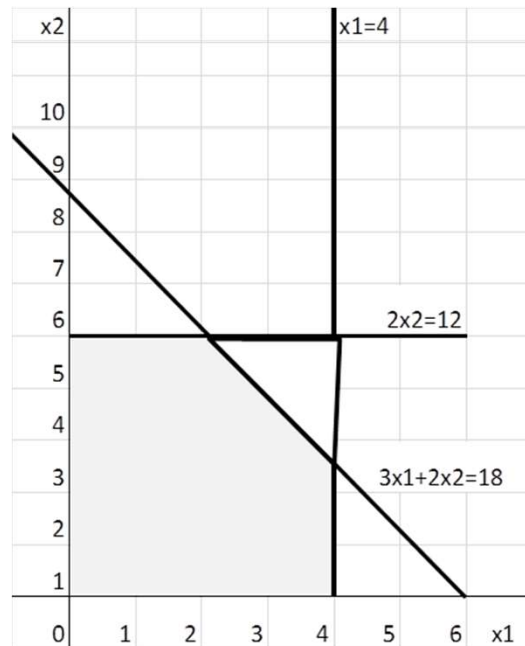


ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Ο επόμενος περιορισμός $2x_2 \leq 12$ διαφοροποιεί την γραφική μας ως κάτωθι:



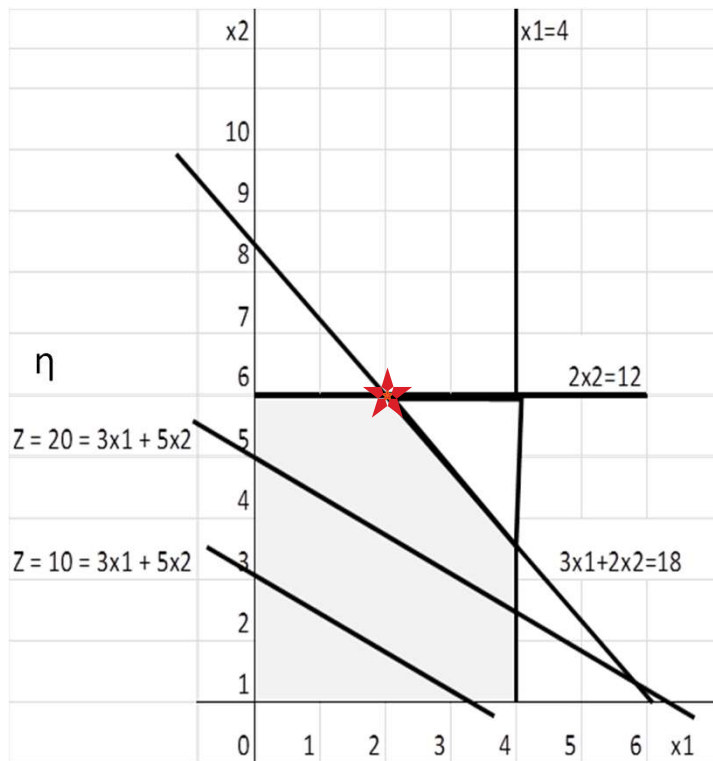
Και προσθέτοντας και τον τελευταίο περιορισμό $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ συμπληρώνει την περιοχή των επιτρεπτών τιμών:



ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

Τελευταίο βήμα η εύρεση του σημείου της περιοχής των επιτρεπτών τιμών που μεγιστοποιεί την $Z = 3x_1 + 5x_2$. Το σημείο αυτό θα βρεθεί με την διαδικασία της δοκιμής και του σφάλματος.

Ας δοκιμάσουμε για $Z = 10 = 3x_1 + 5x_2$ και στην συνέχεια για $Z = 20 = 3x_1 + 5x_2$



Έτσι με την δοκιμασία της δοκιμής μπορούμε να σύρουμε μία οικογένεια παράλληλων ευθειών, που να έχουν τουλάχιστον ένα σημείο στην επιτρεπτή περιοχή και να επιλέξουμε την ευθεία εκείνη της οποίας η απόσταση από την αρχή των αξόνων είναι μέγιστη δυνατή. Η ευθεία αυτή περνάει από το σημείο $(2,6)$ και έτσι έχουμε :

$$3x_1 + 5x_2 = 3*2 + 5*6 = 36 = Z$$

Συνεπώς η εταιρία για την μεγιστοποίηση του κέρδους της θα πρέπει να παράγει **δύο (2)** μονάδες προϊόντος 1 και **έξι (6)** μονάδες προϊόντος 2 με μέγιστο κέρδος **τριάντα έξι (36)** χρηματικές μονάδες.

3^η Άσκηση : την επόμενη Τετάρτη

ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ

Μια Βιομηχανία που κατασκευάζει μεταλλικές Πόρτες και Παράθυρα χρησιμοποιεί τα δυο τμήματα της (σιδηρουργείο και βαφείο). Η Διαδικασία παραγωγής είναι παρόμοια και για τα δύο προϊόντα της

Για την κατασκευή μιας πόρτας απαιτούνται 4 ώρες στο Σιδηρουργείο και 2 ώρες στο βαφείο.

Για κάθε παράθυρο απαιτούνται 2 ώρες στο Σιδηρουργείο και 2 ώρες στο Βαφείο.

Για την επόμενη εβδομάδα οι διαθέσιμες ώρες (συνολικά) στο Σιδηρουργείο είναι 600 και στο Βαφείο 480.

Για κάθε Πόρτα η Επιχείρηση κερδίζει 80 Ευρώ ενώ για κάθε παράθυρο 60 Ευρώ.

Ποια η παραγωγή της σε πόρτες και παράθυρα ώστε να μεγιστοποιηθεί το κέρδος της επιχείρησης



Την επόμενη Εβδομάδα

Επίλυση Ασκήσεων στην αίθουσα

Επίλυση Ασκήσεων για το σπίτι

Μέθοδος SIMPLEX

