

Αντοχή Υλικών Εργαστηριακή Άσκηση 2

Τίτλος Άσκησης: Επίλυση Δοκού Gerber

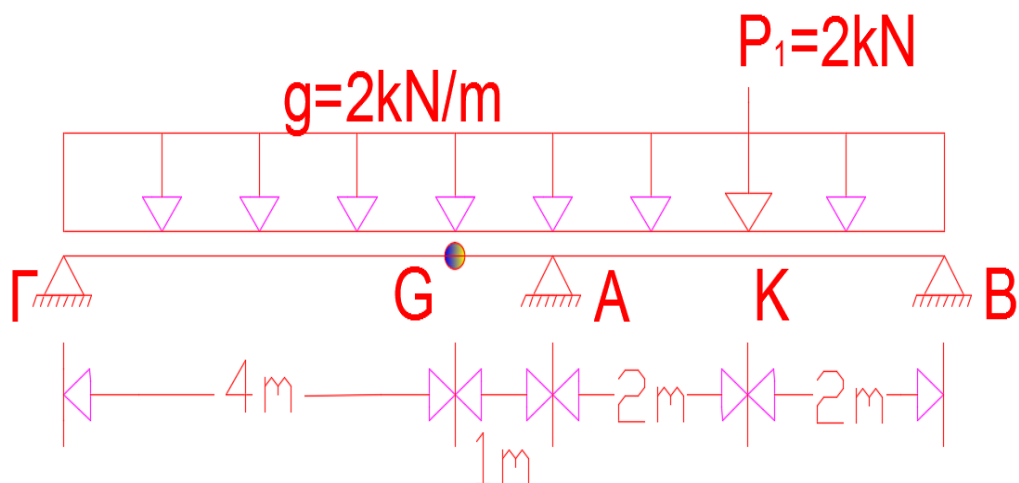
Όνοματεπώνυμο: Μαγγιώρος Βασίλειος

Ημερομηνία: 25/10/18

Σκοπός: Η δημιουργία των Διαγραμμάτων M, Q και η εύρεση της μέγιστης θετικής και αρνητικής ροπής μιας δοκού Gerber.

Εκφώνηση

Δίνεται η δοκός Gerber(σχήμα 1). Ζητούνται τα διαγράμματα M, Q και η μέγιστη θετική και αρνητική ροπή.



(σχήμα 1)

Επίλυση Θέματος

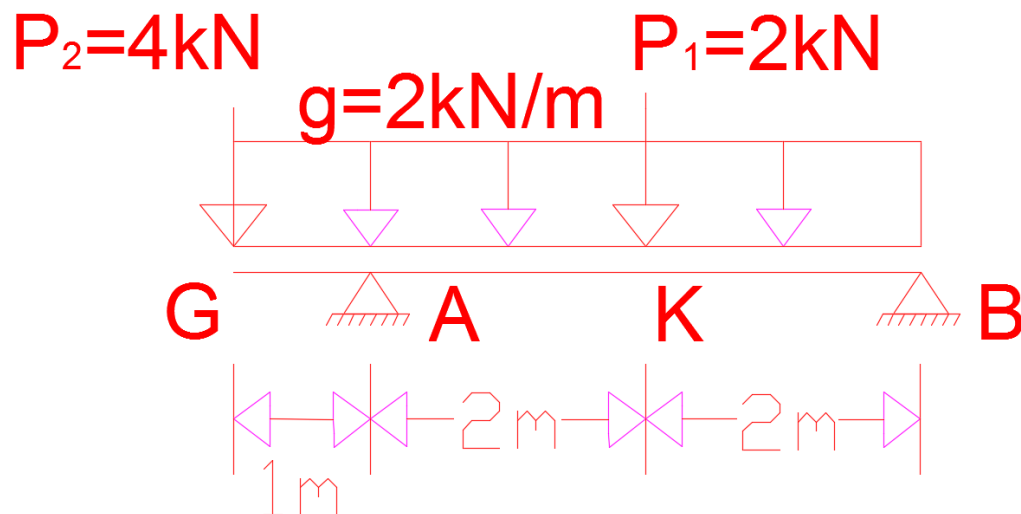
• Αρχικά θα επιλύσουμε το τμήμα Γ-Γ της δοκού Gerber. Η ροπή στο σημείο Γ είναι $M_{\Gamma}=0$. Στο σημείο G η ροπή είναι $M_G=0$ γιατί έχω εσωτερική άρθρωση. Η δύναμη f ισούται με:

$$f_{\Gamma-G} = \frac{g \cdot L^2}{8} = \frac{2 \cdot 4^2}{8} = +4 \text{ kNm}$$

Για το διάγραμμα των τεμνουσών δυνάμεων στο τμήμα Γ-G:

$$\frac{g \cdot L}{2} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \text{ kN} \quad \text{και} \quad -\frac{g \cdot L}{2} = -\frac{2 \cdot 1}{2} = -4 \text{ kN}$$

Στο σημείο G αντικαθιστούμε την εσωτερική άρθρωση με μια σημειακή δύναμη η οποία ισούται με $P_2=4\text{kN}$ με φορά κατακόρυφη προς τα κάτω.



(σχήμα 2)

- Στη συνέχεια θα μελετήσουμε το τμήμα G-A-K-B (σχήμα 2).

Τμήμα G-A :

$$M_{\text{προβ.}} = M_A = -\left(\frac{g \cdot L^2}{2}\right) - (P \cdot L) = -\left(\frac{2 \cdot 1^2}{2}\right) - (4 \cdot 1) = -5 \text{ kNm}$$

$$f_{G-A} = \frac{g \cdot L^2}{8} = \frac{2 \cdot 1^2}{8} = +0,25 \text{ kNm}$$

$$\Delta Q = \frac{M_{\text{τελ.}} - M_{\text{αρχ.}}}{L} = \frac{M_A - M_g}{L} = -5 \text{ kN}$$

$$\frac{g \cdot L}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1 \text{ kN} \quad \text{και} \quad -\frac{g \cdot L}{2} = -\frac{2 \cdot 1}{2} = -1 \text{ kN}$$

Τμήμα A-B :

Θα υπολογίσουμε την τιμή της ροπής του τμήματος A-B.

$$M_{\text{μέση}} = \left(\frac{g \cdot L^2}{8}\right) + \left(\frac{P \cdot L}{4}\right) = \left(\frac{2 \cdot 4^2}{8}\right) + \left(\frac{2 \cdot 4}{4}\right) = 4 + 2 = +6 \text{ kNm}$$

$$\text{Άρα } M_{\text{μέση-τελικό}} = -2,5 + 6 = +3,5 \text{ kNm}$$

Θα υπολογίσουμε τις τέμνουσες δυνάμεις στα τμήματα A-K και K-B.

Τμήμα K-B :

$$\Delta Q = \frac{M_{\text{τελ.}} - M_{\text{αρχ.}}}{L} = \frac{0 - 3,5}{2} = -1,75 \text{ kN}$$

$$\frac{g \cdot L}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ kN} \quad \text{και} \quad -\frac{g \cdot L}{2} = -\frac{2 \cdot 2}{2} = -2 \text{ kN}$$

Τμήμα A-K :

$$\Delta Q = \frac{M_{\text{τελ.}} - M_{\text{αρχ.}}}{L} = \frac{3,5 + 5}{2} = 4,25 \text{ kN}$$

$$\frac{g \cdot L}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ kN} \quad \text{και} \quad -\frac{g \cdot L}{2} = -\frac{2 \cdot 2}{2} = -2 \text{ kN}$$

• Παρατηρούμε στο τμήμα K-B η τέμνουσα δύναμη Q κόβει τον άξονα των X που σημαίνει ότι στο τμήμα αυτό θα έχουμε τη μέγιστη τιμή της ροπής η οποία μας ενδιαφέρει για την εύρεση της επιτρεπόμενης τάσης. Η τιμή της ροπής δίνεται από την σχέση $M_{\text{max}} = \frac{Q \beta^2}{2 \cdot g}$, όπου $Q_B = -3,75 \text{ kN}$. Από την σχέση αυτή προκύπτει ότι $M_{\text{max}} = + 3,5156 \text{ kNm}$ και σε απόσταση από το σημείο B $x = \frac{Q \beta}{g} = -1,875$. Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι βρίσκεται αριστερά του B.

- Οι τιμές της μέγιστης θετικής και αρνητικής ροπής είναι $M = + 4 \text{ kNm}$ στο μέσο του τμήματος Γ-G και $M = -5 \text{ kNm}$ στο σημείο A.

