Θερμοδυναμική Ι

Δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος

Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Δημήτρης Αλ. Κατσαπρακάκης

Οι διατυπώσεις του δεύτερου θερμοδυναμικού νόμου

Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος

- Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος εισάγει επιπλέον περιορισμούς κατά τις θερμοδυναμικές διεργασίες, πέραν του ισοζυγίου της ενέργειας που εισάγεται από τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο.
- Οι επιπλέον περιορισμοί που εισάγονται από το δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο μπορούν να ομαδοποιηθούν σε δύο βασικά σημεία:
  - δεν είναι δυνατές όλες οι ενεργειακές μετατροπές, από οποιαδήποτε αρχική μορφή ενέργειας σε οποιαδήποτε τελική
  - κάποιες μορφές ενέργειας είναι υψηλότερης ποιότητας από κάποιες άλλες.

Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος: διατύπωση Kelvin - Planck

- Με βάση αποκλειστικά τον ορισμό του πρώτου θερμοδυναμικού νόμου, θα μπορούσαμε, θεωρητικά, να δεχτούμε ότι το μηχανικό έργο και η θερμότητα που εμφανίζονται, για παράδειγμα, σε μία ισοθερμοκρασιακή μεταβολή, είναι ισοδύναμες «ποιοτικά» μορφές ενέργειας, δηλαδή η θερμότητα μετατρέπεται σε ισόποσο μηχανικό έργο και αντίστροφα.
- Όμως, σύμφωνα με τη διατύπωση του δεύτερου θερμοδυναμικού νόμου των **Kelvin – Planck**:

«*Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί θερμική μηχανή, η οποία κατά τη διάρκεια πλήρους κυκλικής διεργασίας, να έχει ως μοναδικό αποτέλεσμα την παραλαβή θερμότητας από μοναδικό θερμοδοχείο και την παραγωγή ισόποσου μηχανικού έργου, χωρίς την απόρριψη μέρους της θερμότητας σε ψυχροδοχείο.*»

- Πρακτικά, σε καμία θερμοδυναμική μεταβολή δεν είναι δυνατή η 100% μετατροπή ενός ποσού θερμότητας σε μηχανικό έργο.

Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος: διατύπωση Clausius

- Ισοδύναμη είναι η διατύπωση από τον **Clausius**:

  «*Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί ψυκτική μηχανή, η οποία κατά τη διάρκεια πλήρους κυκλικής διεργασίας, να έχει ως μοναδικό αποτέλεσμα την αφαίρεση θερμότητας από ψυχροδοχείο και την απόρριψη ισόποσης θερμότητας σε θερμοδοχείο, χωρίς την πρόσδοση μηχανικού έργου.*»

- Σε πρακτικά προβλήματα μεταφοράς θερμότητας, ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος ουσιαστικά εισάγει όρια αναφορικά με την απόδοση των εμπλεκόμενων θερμοδυναμικών κύκλων και, κατ’ επέκταση, των ενεργειακών συστημάτων.

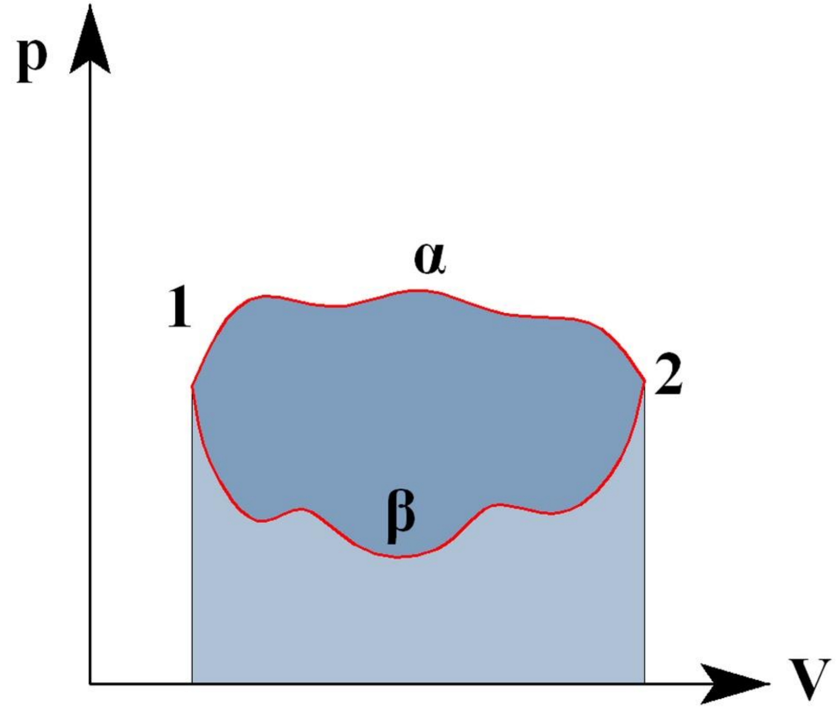
Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος

- Στην παρούσα ενότητα θα περιγράψουμε τους βασικούς θεωρητικούς θερμοδυναμικούς κύκλους που σχετίζονται με τη μελέτη των προβλημάτων μηχανικού. Η θεωρητική προσέγγιση των θερμοδυναμικών κύκλων που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια βασίζεται σε δύο βασικές παραδοχές:
    - κάθε μεταβολή γίνεται πολύ γρήγορα, ώστε, πρακτικά, σε κάθε χρονική στιγμή το σύστημα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία
    - όλες οι επιμέρους μεταβολές που απαρτίζουν το θερμοδυναμικό κύκλο είναι πλήρως αναστρέψιμες.
- Είναι προφανές βέβαια ότι οι πραγματικές διεργασίες δεν μπορούν να προσεγγιστούν με τους ιδανικούς θερμοδυναμικούς κύκλους, αφού τούτες δεν μπορεί να είναι ούτε αναστρέψιμες, αλλά ούτε επιτελούνται ακαριαία. Παρόλα αυτά, οι θεωρητικοί θερμοδυναμικοί κύκλου παρέχουν σημαντική εικόνα για την πραγματική διεργασία, ακόμα και αν αυτή είναι θεωρητική.

Θερμικές μηχανές

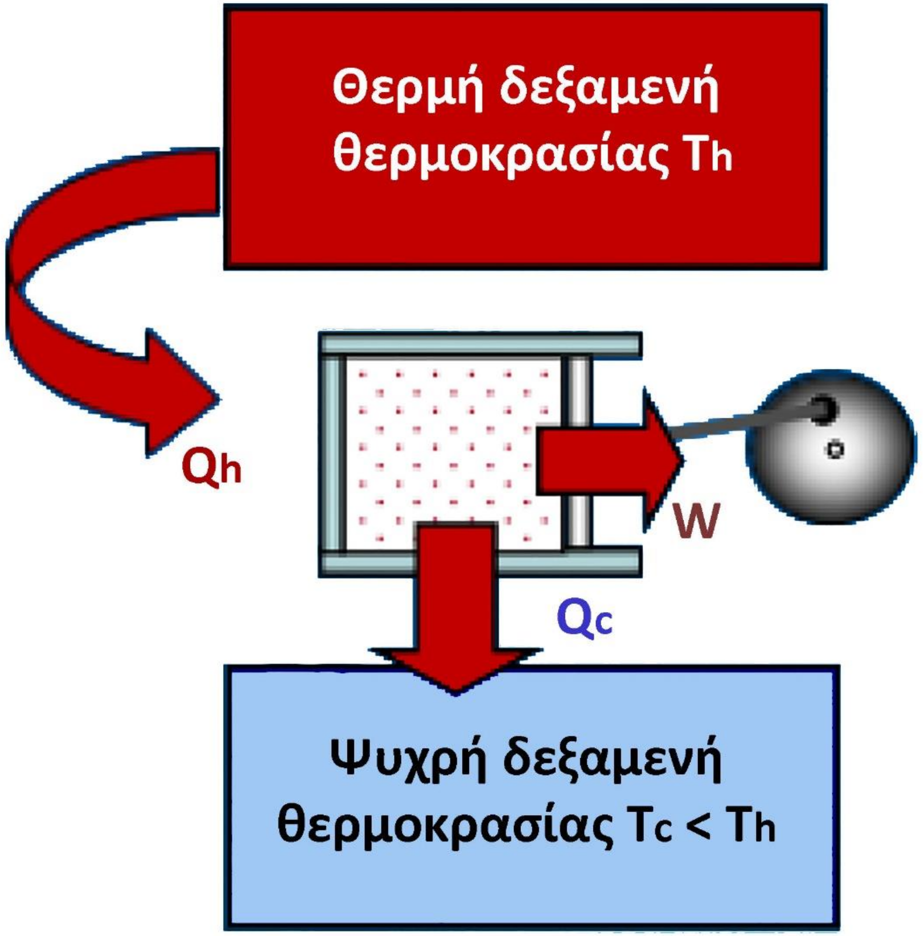
Θερμικές μηχανές: βασικές αρχές λειτουργίας

- Για να λειτουργήσει μία θερμική μηχανή θα πρέπει το εργαζόμενο μέσο να εκτελέσει μία κυκλική μεταβολή κατά την οποία θα παραχθεί μηχανικό έργο.
- Η κυκλική θερμοδυναμική διεργασία ονομάζεται και θερμοδυναμικός κύκλος και στην πράξη μπορεί να εκτελεστεί από δεκάδες μέχρι χιλιάδες φορές το δευτερόλεπτο.
- Αν το εργαζόμενο μέσο είναι τέλειο αέριο, ο κύκλος της μηχανής θα μπορούσε να είναι αυτός του σχήματος.
- Το παραγόμενο έργο απεικονίζεται γραφικά με τη σκούρα γκρι περιοχή που περικλείεται από τις γραμμές των θερμοδυναμικών διεργασιών που συνθέτουν το θερμοδυναμικό κύκλο.
- Στην πράξη το μέσο δεν είναι καν αέριο (π.χ. μπορεί να είναι μίγμα ατμού και νερού) και δεν εκτελεί αναστρέψιμες μεταβολές.



Θερμικές μηχανές: βασικές αρχές λειτουργίας

- Σε γενικές γραμμές, μια θερμική μηχανή αποτελείται από:
  - από μια δεξαμενή θερμότητας (θερμοδοχείο), που προσφέρει θερμότητα Q_h στη μηχανή
  - μία μηχανική διάταξη (π.χ. σύστημα εμβόλου ή στροβίλου), μέσω της οποίας η μηχανή αποδίδει έργο W στο περιβάλλον
  - μια ψυχρή δεξαμενή (ψυχροδοχεί), στην οποία αποβάλλεται θερμότητα Q_c από τη μηχανή.
- Υπενθυμίζεται ότι θερμοδοχείο ονομάζεται ένα σώμα, το οποίο έχει την ικανότητα να προσλαμβάνει ή να αποβάλει επ' άπειρον ποσά θερμότητας, χωρίς να μεταβάλλεται η θερμοκρασία του.
- Αντίστοιχα, ψυχροδοχείο ονομάζεται ένα σώμα που απορροφά θερμότητα, χωρίς να αυξάνεται η θερμοκρασία του.



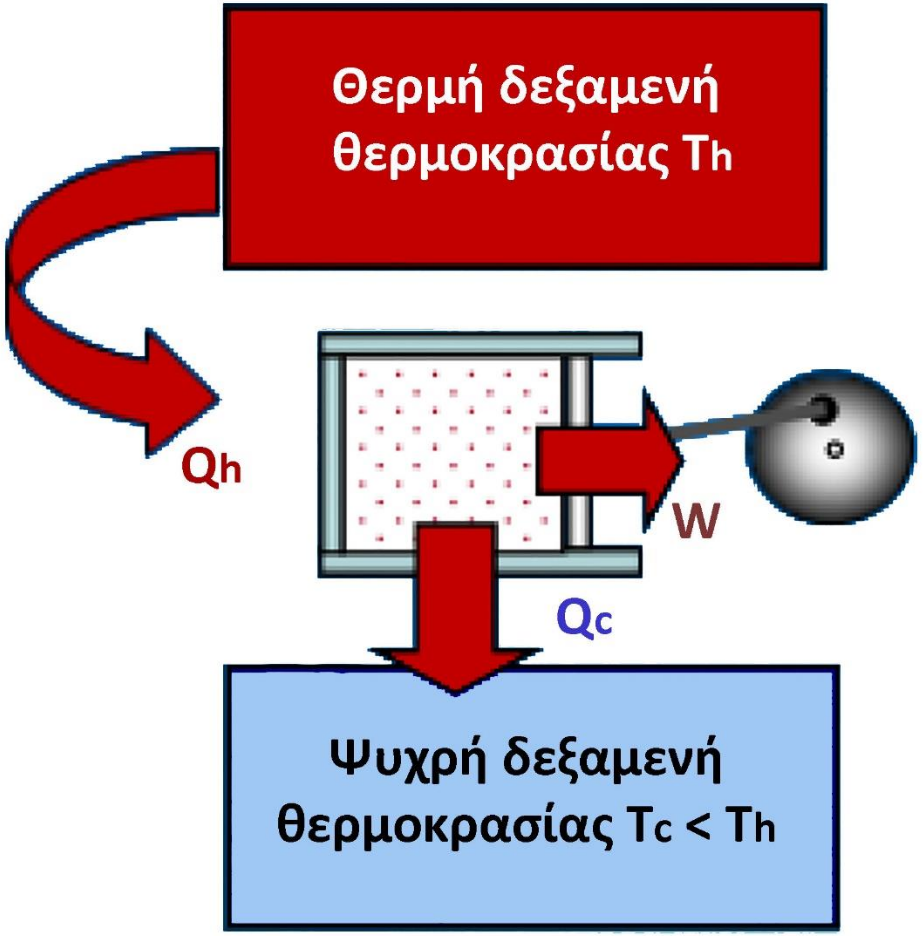
Θερμικές μηχανές: βαθμός απόδοσης

- Βαθμός απόδοσης μιας θερμικής μηχανής ονομάζεται ο λόγος της αποδιδόμενης ωφέλιμης ενέργειας από τη μηχανή προς το περιβάλλον προς την απορροφούμενη ενέργεια από τη μηχανή, η οποία απαιτείται για την παραγωγή της ωφέλιμης.

- Στην περίπτωση μιας θερμικής μηχανής στην οποία εισέρχεται θερμότητα Q_h, αποβάλλεται θερμότητα Q_c και παράγεται ωφέλιμο έργο W,
  ο βαθμός απόδοσής της η ισούται με:

$$\eta=\frac{W}{Q_h}=\frac{Q_h-|Q_c|}{Q_h}=1-\frac{|Q_c|}{Q_h}$$

  Η απόλυτη τιμή της αποβαλλόμενης θερμότητας Q_c εισάγεται γιατί η θερμότητα που αποβάλλεται από το σύστημα έχει εξ ορισμού αρνητικό πρόσημο.



- Ο βαθμός απόδοσης μιας θερμικής μηχανής είναι πάντα μικρότερος της μονάδας, βάσει του δεύτερου θερμοδυναμικού νόμου.

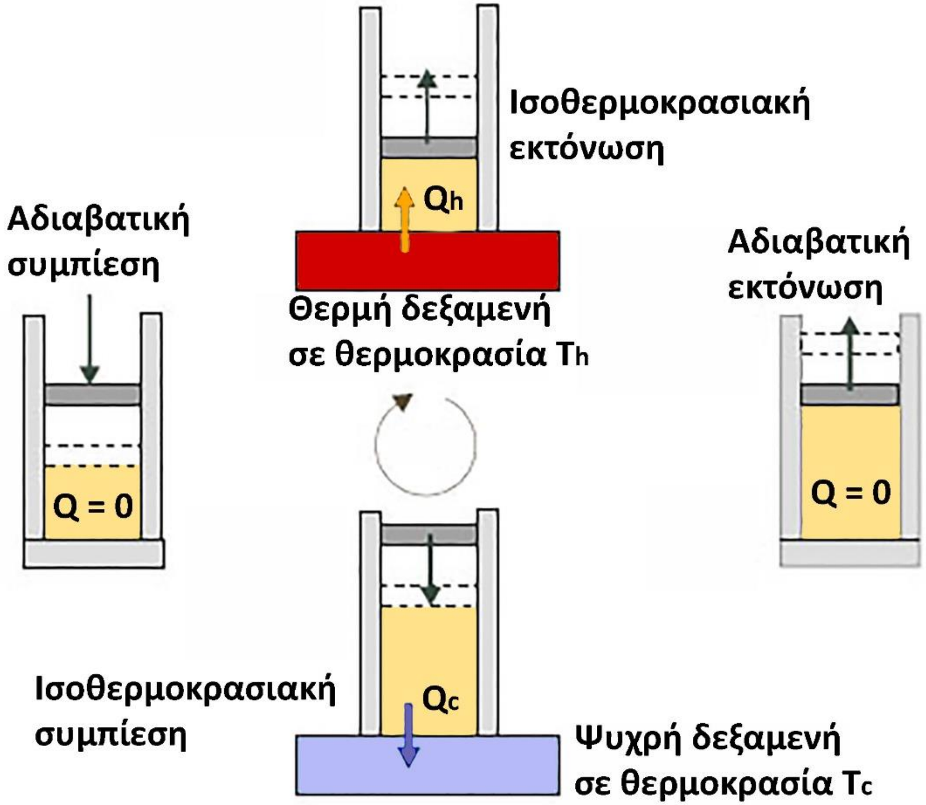
Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος

- Κατά τη διάρκεια του 18ου και του 19ου αγώνα οι μηχανικοί και οι φυσικοί απασχολούνταν από ένα ερώτημα: «θα μπορούσε να φτιαχτεί μια θερμική μηχανή με βαθμό απόδοσης ίσο με τη μονάδα;»
- Η απάντηση, προφανώς, δόθηκε, από το δεύτερο θερμοδυναμικό νόμο, ο οποίος έδωσε τέλος στο όνειρο της τέλειας θερμικής μηχανής.
- Πολύ πιο σημαντική όμως ήταν η συμβολή του στο να καθορίσει την κατεύθυνση προς την οποία συμβαίνουν τα φαινόμενα αυθόρμητα στη φύση.
- Για παράδειγμα, για να μεταφέρουμε θερμότητα από ένα ψυχρό σε ένα θερμό σώμα (όπως γίνεται στο ψυγείο) θα πρέπει να δαπανήσουμε ενέργεια. Όμως αν αφήσουμε το φαινόμενο να εξελιχθεί αυθόρμητα στη φύση, η θερμότητα θα μεταφερθεί πάντα από το θερμό προς το ψυχρό σώμα.
- Γενικότερα, όπως διατυπώθηκε από τον **Clausius**, η φύση, αν αφεθεί να δράση αυθόρμητα, τείνει πάντα να αυξήσει την αταξία σε ένα σύστημα.

Ο κύκλος Carnot

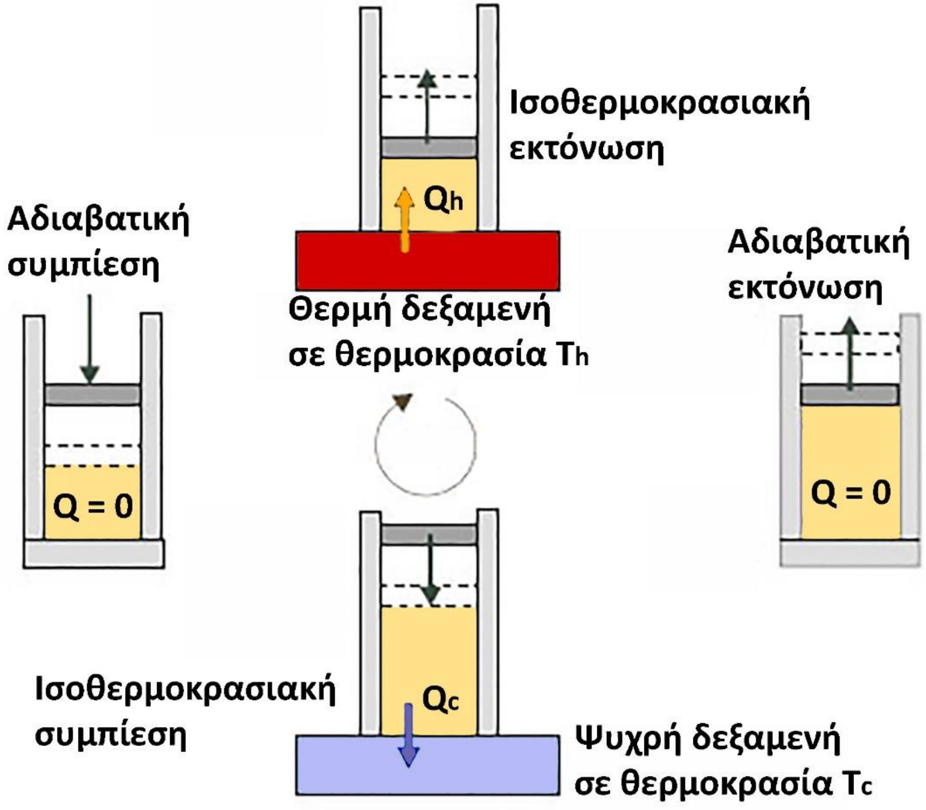
Η θερμική μηχανή Carnot

- Το 1824 ο Γάλλος μηχανικός Nicolas Léonard Sadi Carnot (1796-1832) απέδειξε ότι οι θερμικές μηχανές όχι μόνο δεν μπορούν να έχουν βαθμό απόδοσης ίσο με τη μονάδα, όπως απεδείχθη με το 2ο θερμοδυναμικό νόμο, αλλά στην πραγματικότητα, ο μέγιστος, ιδανικός βαθμός απόδοσης, είναι πολύ μικρότερος της μονάδας.
- Ο Carnot παρατήρησε ότι για να παράγει έργο μία θερμική μηχανή θα πρέπει να υπάρχει ροή θερμότητας από μία θερμή πηγή με υψηλή θερμοκρασία προς μία ψυχρή πηγή με χαμηλότερη θερμοκρασία.
- Επινόησε μία θερμική μηχανή, η οποία αν εργαστεί μεταξύ δύο θερμοκρασιών, T_h της θερμής δεξαμενής και T_c της ψυχρής δεξαμενής, θα έχει το μεγαλύτερο δυνατό βαθμό απόδοσης.
- Επίσης παρατήρησε ότι όσο η διαφορά θερμοκρασίας των δύο δεξαμενών αυξάνεται, τόσο αυξάνεται και το παραγόμενο έργο.



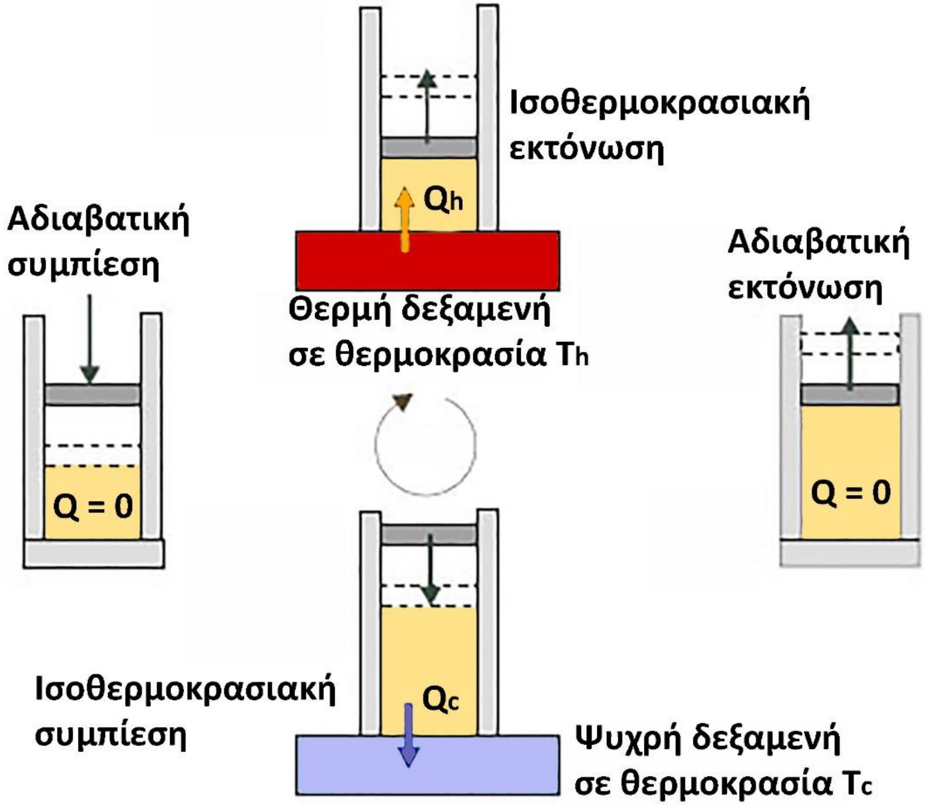
Η θερμική μηχανή Carnot

- Η μηχανή αυτή ονομάστηκε μηχανή Carnot και έχει το μέγιστο δυνατό βαθμό απόδοσης μεταξύ των θερμικών μηχανών.
- Συμπερασματικά, δεν μπορεί να υπάρξει θερμική μηχανή με υψηλότερο βαθμό απόδοσης από αυτόν της μηχανής Carnot, η οποία λειτουργεί μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών.
- Ο δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος ή αρχή του Carnot καθορίζει ότι η θερμότητα ρέει μόνη της από τα θερμότερα προς τα ψυχρότερα σώματα και ποτέ αντιστρόφως.
- Ο νόμος αυτός επίσης καθορίζει τη βασική αρχή λειτουργίας των θερμικών μηχανών, στις οποίες αξιοποιούμε τη διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ μιας θερμής και μιας ψυχρής πηγής.



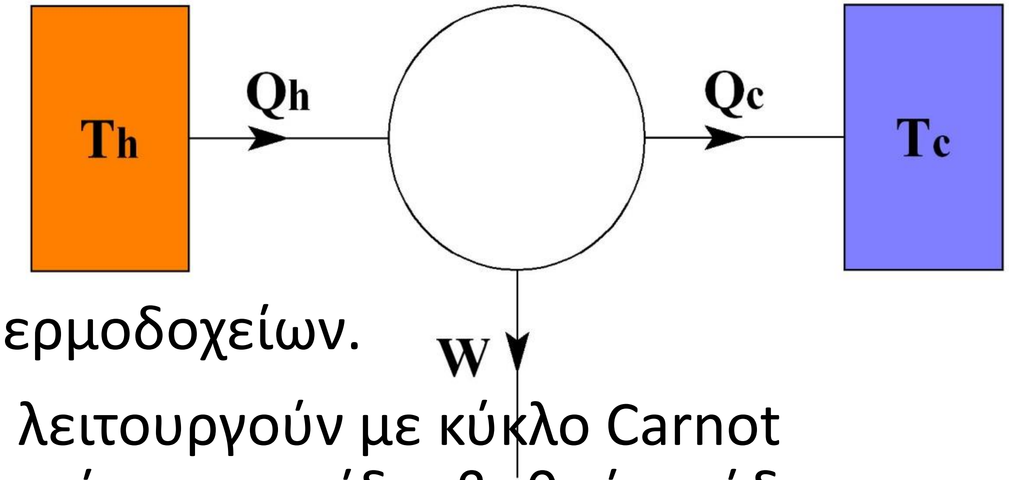
Η θερμική μηχανή Carnot

- Επίσης, ο νόμος αυτός καθορίζει ότι η απόδοση μιας θερμικής μηχανής θα είναι πάντα μικρότερη της μονάδας, ακόμα και όταν η μηχανή αυτή είναι τέλεια.
- Αυτό, πρακτικά, σημαίνει ότι μόνο ένα μέρος από την προσδιδόμενη από τη θερμή πηγή θερμότητα Q_h προς τη θερμική μηχανή μπορεί να μετατραπεί σε μηχανικό έργο W. Το υπόλοιπο αποβάλλεται από τη θερμική μηχανή προς την ψυχρή πηγή ως θερμότητα Q_c.
- Κατά τη λειτουργία της μηχανής Carnot, το εργαζόμενο εκτελεί μία σειρά από διεργασίες που στο σύνολό τους οδηγούν στην αρχική κατάστασή του, δηλαδή εκτελείται μία κυκλική θερμοδυναμική διεργασία.
- Ο θερμοδυναμικός αυτός κύκλος ονομάζεται κύκλος Carnot.



Ο κύκλος Carnot

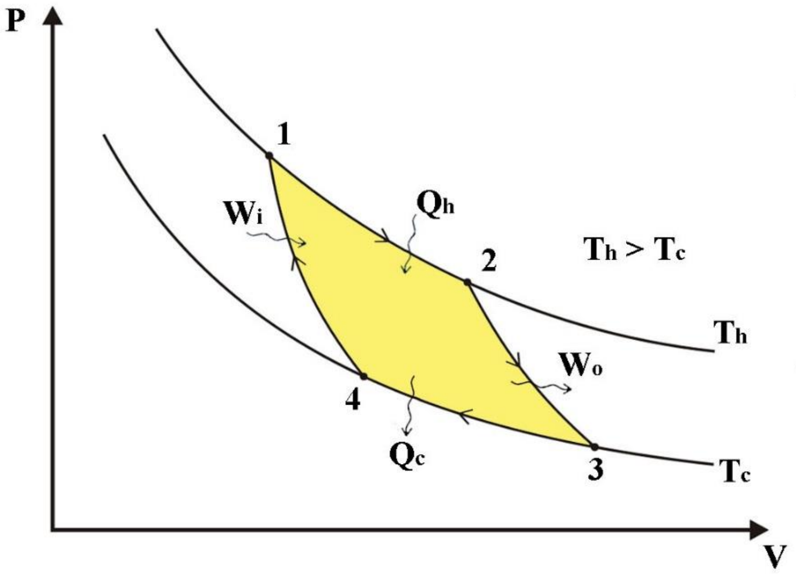
- Ο κύκλος Carnot είναι η κυκλική θερμοδυναμική αντιστρεπτή διεργασία, άντλησης θερμότητας από θερμοδοχείο, αποβολής θερμότητας σε ψυχροδοχείο και παραγωγής μηχανικού έργου, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα (εργοπαραγωγός κύκλος).
- Η έννοια περιγράφει θεωρητικά τη διαδικασία παραγωγής έργου από θερμότητα και αποτελείται από τέσσερις διακριτές θερμοδυναμικές διεργασίες, το τελικό αποτέλεσμα των οποίων είναι η παραγωγή μηχανικού έργου από θερμότητα.
- Ο κύκλος Carnot είναι ο κύκλος με το μεγαλύτερο βαθμό απόδοσης που μπορεί να λειτουργήσει μεταξύ δύο θερμοδοχείων δεδομένων θερμοκρασιών.
- Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί μία μη αντιστρεπτή θερμοδυναμική διεργασία, η οποία να λειτουργεί μεταξύ δύο δεδομένων θερμοδοχείων και να έχει μεγαλύτερο βαθμό απόδοσης από τη μηχανή που λειτουργεί με αντιστρεπτή διεργασία μεταξύ των ιδίων θερμοδοχείων.

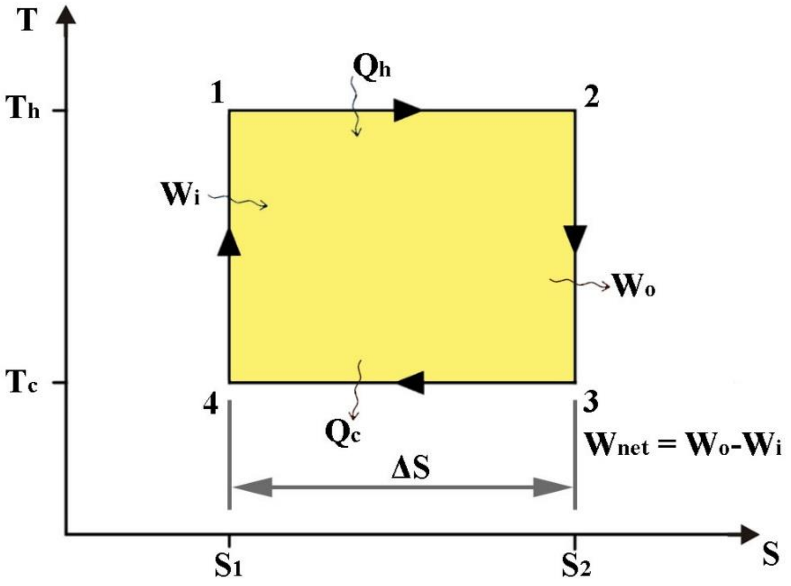


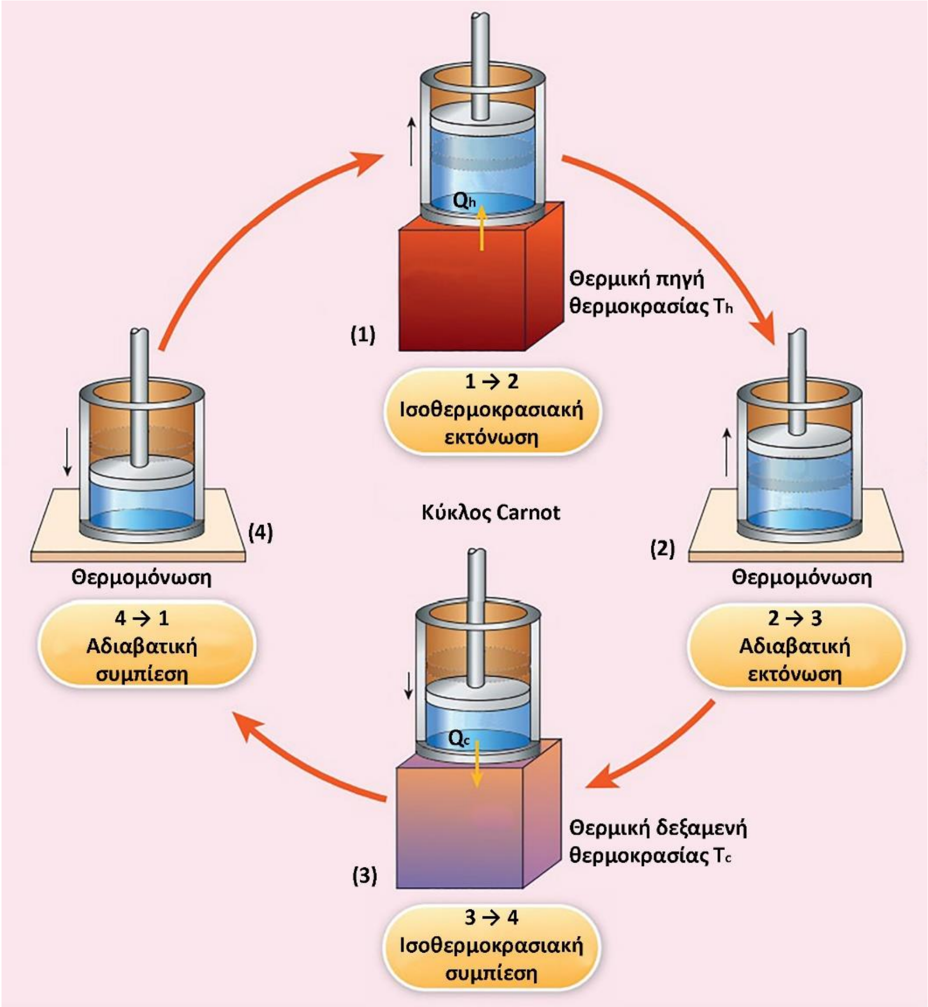
- Όλες οι μηχανές (με οποιοδήποτε εργαζόμενο μέσο) που λειτουργούν με κύκλο Carnot μεταξύ των ιδίων θερμοδοχείων σταθερών θερμοκρασιών, έχουν τον ίδιο βαθμό απόδοσης.

Ο κύκλος Carnot

- Ο κύκλος Carnot αποτελείται από τις ακόλουθες διακριτές θερμοδυναμικές μεταβολές, οι οποίες αναπαριστάνονται σε διαγράμματα πίεσης όγκου (p – V) και θερμοκρασίας – εντροπίας (T – S):
  - 1-2: αναστρέψιμη ισοθερμοκρασιακή εκτόνωση
  - 2-3: αναστρέψιμη ισεντροπική εκτόνωση
  - 3-4: αναστρέψιμη ισοθερμοκρασιακή συμπίεση
  - 4-1: αναστρέψιμη ισεντροπική συμπίεση.







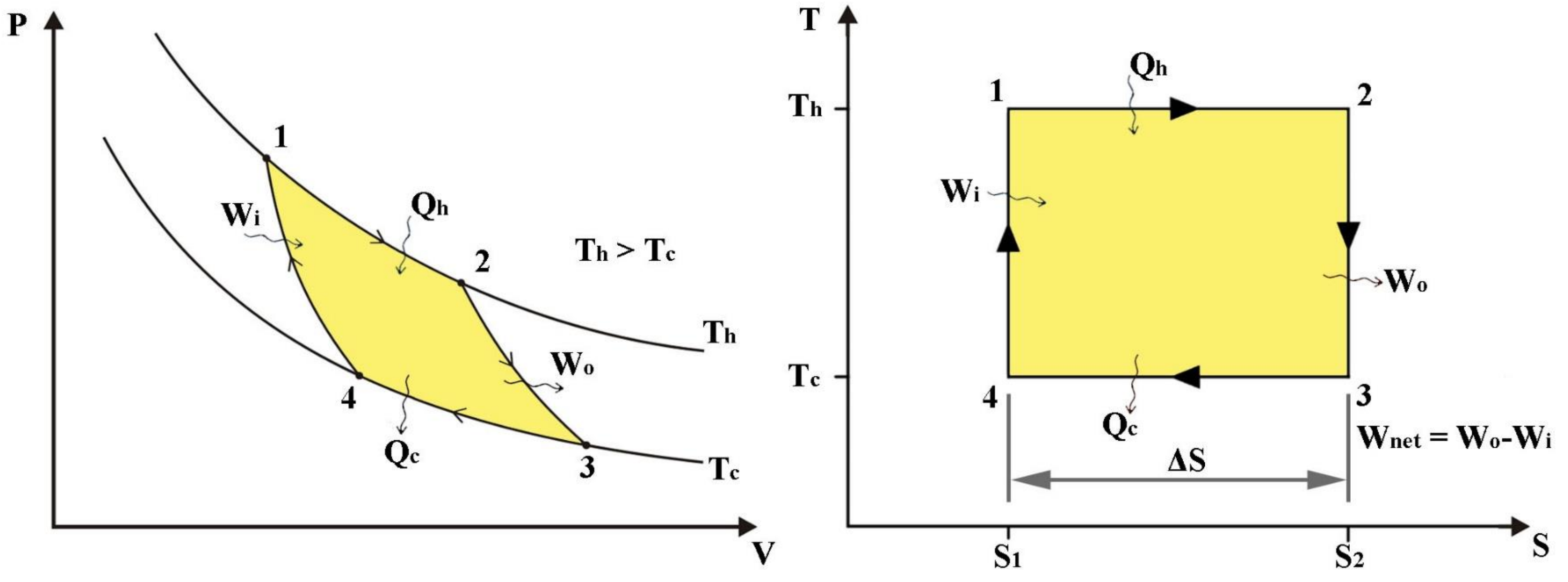
Ο κύκλος Carnot

Στη συνέχεια παρουσιάζεται αναλυτική περιγραφή των επιμέρους μεταβολών του κύκλου.

- 1-2: αναστρέψιμη ισοθερμοκρασιακή εκτόνωση

Κατά τη μεταβολή αυτή προσδίδεται θερμότητα Q_h στο θερμοδυναμικό σύστημα και παράγεται μηχανικό έργο. Η προσδιδόμενη θερμότητα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{12}=\left(\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}\right)_{ANT} \Rightarrow S_2-S_1=\frac{Q_{12}}{T_h} \Leftrightarrow Q_{12}=Q_h=T_h\cdot(S_2-S_1)$$

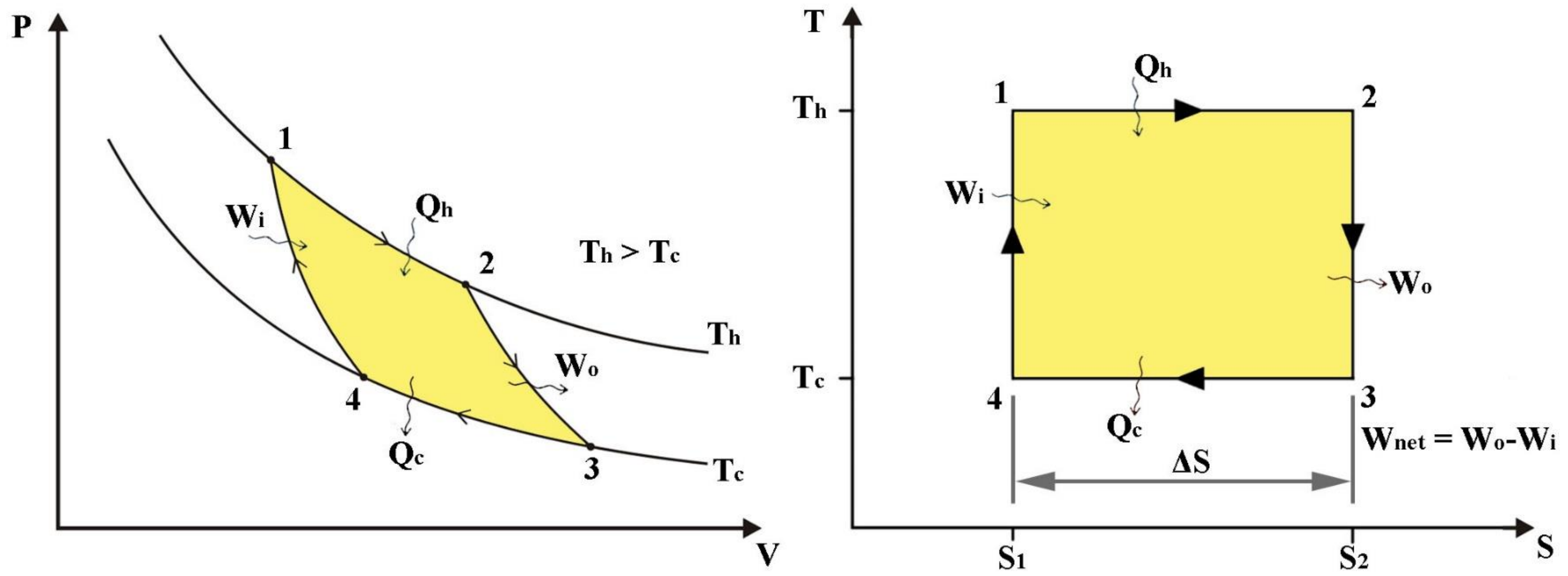


Ο κύκλος Carnot

Στη συνέχεια παρουσιάζεται αναλυτική περιγραφή των επιμέρους μεταβολών του κύκλου.

- 2-3: αναστρέψιμη ισεντροπική εκτόνωση:

  Κατά τη μεταβολή αυτή παράγεται μηχανικό έργο. Η μεταβολή είναι ισεντροπική, συνεπώς δεν υπάρχει συναλλαγή θερμότητας μεταξύ συστήματος και περιβάλλοντος.



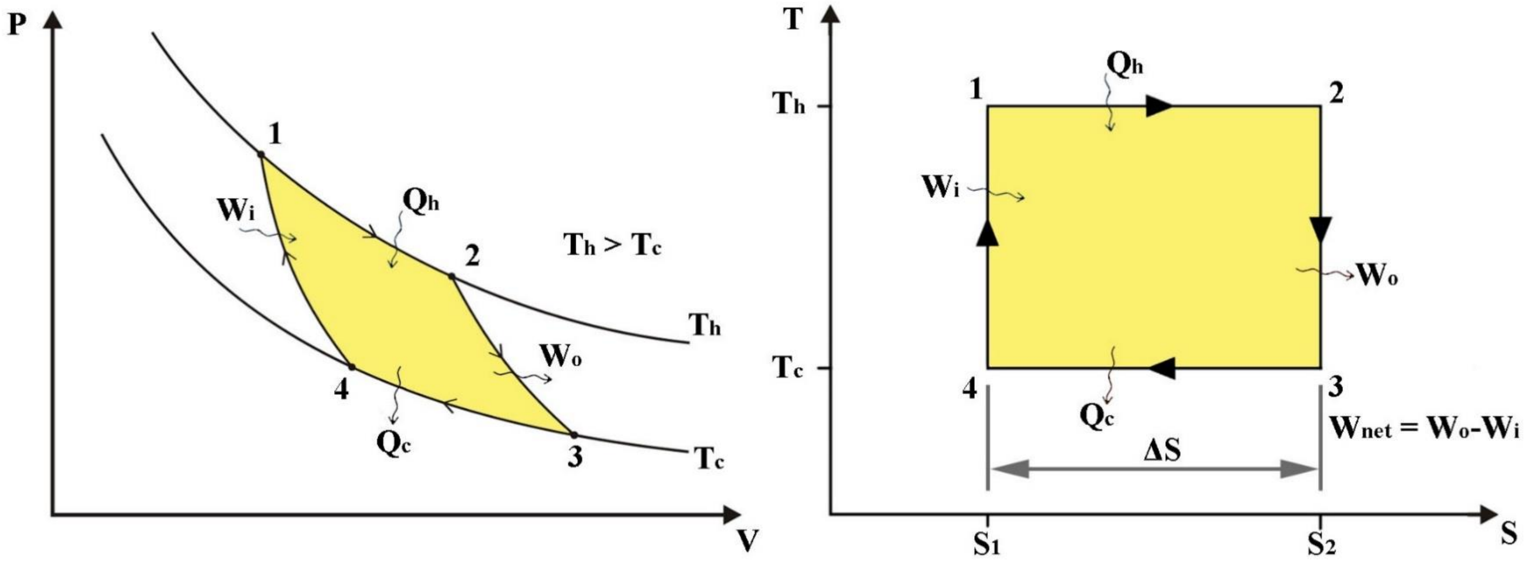
Ο κύκλος Carnot

Στη συνέχεια παρουσιάζεται αναλυτική περιγραφή των επιμέρους μεταβολών του κύκλου.

- 3-4: αναστρέψιμη ισοθερμοκρασιακή συμπίεση

  Κατά τη μεταβολή αυτή αποβάλλεται θερμότητα Q_c από το θερμοδυναμικό σύστημα προς το περιβάλλον και καταναλώνεται μηχανικό έργο για τη συμπίεση του μέσου. Η αποβαλλόμενη θερμότητα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{34}=\left(\int_3^4 \frac{\delta Q}{T}\right)_{ANT} \Rightarrow S_4-S_3=\frac{Q_{34}}{T_C} \Leftrightarrow Q_{34}=Q_C=T_C\cdot(S_4-S_3)$$

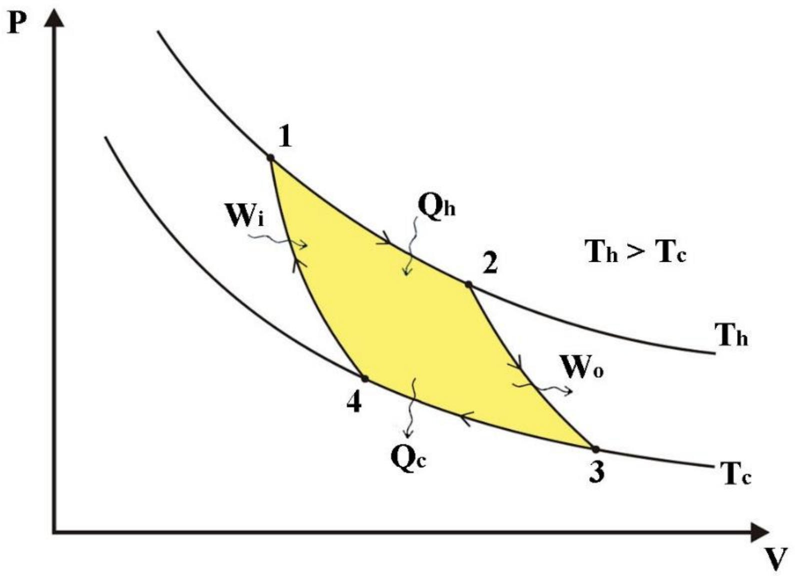


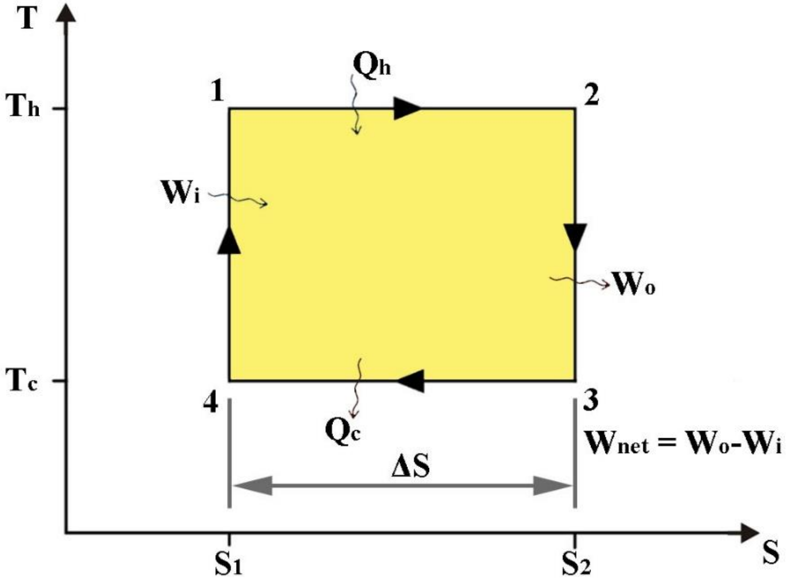
Ο κύκλος Carnot

Στη συνέχεια παρουσιάζεται αναλυτική περιγραφή των επιμέρους μεταβολών του κύκλου.

- 4-1: αναστρέψιμη ισεντροπική συμπίεση:

  Κατά τη μεταβολή αυτή καταναλώνεται επιπλέον μηχανικό έργο για τη συμπίεση του μέσου και την επαναφορά του στην αρχική κατάσταση. Η μεταβολή είναι ισεντροπική, συνεπώς δεν υπάρχει συναλλαγή θερμότητας μεταξύ συστήματος και περιβάλλοντος.





Ο κύκλος Carnot

- Το παραγόμενο μηχανικό έργο ισούται με:

$$W = Q_h - Q_c \Leftrightarrow W = T_h \cdot (S_2 - S_1) - T_c \cdot (S_4 - S_3) \Leftrightarrow W = (S_2 - S_1) \cdot \left(T_h - T_c\right)$$

- Ο βαθμός απόδοσης του κύκλου ισούται με το πηλίκο του παραγόμενου μηχανικού έργου προς την απορροφούμενη θερμότητα, δηλαδή:

$$\eta_c = \frac{W}{Q_h} \Leftrightarrow \eta_c = \frac{(S_2 - S_1) \cdot \left(T_h - T_c\right)}{T_h \cdot (S_2 - S_1)} \Leftrightarrow \eta_c = \frac{T_h - T_c}{T_h} \Leftrightarrow \eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Στην ανωτέρω σχέση οι θερμοκρασίες είναι απόλυτες (σε βαθμούς K).

- Αποδεικνύεται επίσης ότι ο βαθμός απόδοσης του κύκλου Carnot ισούται με (για τέλεια αέρια):

$$\eta_c = 1 - \left(\frac{p_4}{p_1}\right)^{(k-1)/k} = 1 - \left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_4}\right)^{k-1}$$

Ο κύκλος Carnot

- Από την τελευταία έκφραση του βαθμού απόδοσης του κύκλου Carnot παρατηρείται ότι η απόδοση του κύκλου μεγαλώνει όσο περισσότερο μεγαλώνει η διαφορά των θερμοκρασιών T_c και T_h.
- Για να γίνει η απόδοση του κύκλου ίση με τη μονάδα, η θερμοκρασία T_c θα πρέπει να γίνει ίση με 0 K, δηλαδή ίση με το απόλυτο μηδέν, κάτι πρακτικά αδύνατο.
- Με το δεδομένο ότι, συνήθως, οι θερμικές μηχανές λειτουργούν χρησιμοποιώντας ως ψυχρή δεξαμενή θερμότητας το περιβάλλον, από την ανωτέρω σχέση ανάγονται τα συμπεράσματα:
  - το χειμώνα, λόγω χαμηλότερων θερμοκρασιών περιβάλλοντος, η θερμοκρασιακή διαφορά μεταξύ T_c και T_h είναι μεγαλύτερη, άρα και ο βαθμός απόδοσης του θερμοδυναμικού κύκλου αυξάνεται
  - για μία συγκεκριμένη εποχή, με το δεδομένο ότι δεν μπορούμε να επέμβουμε στη θερμοκρασία του περιβάλλοντος T_c, ο βαθμός απόδοσης δύναται να αυξηθεί μόνο αυξάνοντας περισσότερο τη θερμοκρασία T_h της θερμικής πηγής.

Ο κύκλος Carnot

- Από τα ανωτέρω συνάγεται το συμπέρασμα ότι κατά τον κύκλο Carnot έργο παράγεται κατά:
  - ισοθερμοκρασιακή εκτόνωση 1-2
  - ισεντροπική εκτόνωση 2-3.
- Σύμφωνα με τα γνωστά, το έργο κατά την ισοθερμοκρασιακή μεταβολή ισούται:

$$\dot{W}_{12}=\dot{m}\cdot R'\cdot T_h\cdot \ln\frac{V_2}{V_1}$$

- Επίσης, το έργο κατά την ισεντροπική μεταβολή ισούται:

$$\dot{W}_{23}=\dot{m}\cdot R'\cdot\frac{T_c-T_h}{1-\gamma}$$

- Συνεπώς, το συνολικό αποδιδόμενο έργο σε έναν κύκλο Carnot ισούται με:

$$\dot{W}=\dot{W}_{12}+\dot{W}_{23}=\dot{m}\cdot R'\cdot T_h\cdot \ln\frac{V_2}{V_1}+\dot{m}\cdot R'\cdot\frac{T_c-T_h}{1-\gamma}$$

Ο κύκλος Carnot

- Επίσης, θερμότητα συναλλάσσεται μεταξύ περιβάλλοντος και συστήματος κατά:
  - την ισοθερμοκρασιακή εκτόνωση 1-2
  - την ισοθερμοκρασιακή συμπίεση 3-4.
- Κατά την ισοθερμοκρασιακή μεταβολή η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος είναι μηδενική, οπότε το παραγόμενο έργο ισούται με την αποδιδόμενη στο σύστημα θερμότητα, σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο.

$$\dot{W}_{12}=\dot{m}\cdot R'\cdot T_h\cdot \ln\frac{V_2}{V_1}$$

- Συνεπώς, η αποδιδόμενη θερμότητα στο σύστημα κατά τη μεταβολή 1-2 θα είναι:

$$\dot{Q}_{12}=\dot{W}_{12}=\dot{m}\cdot R'\cdot T_h\cdot \ln\frac{V_2}{V_1}$$

- Αντίστοιχα, η αποβαλλόμενη από το σύστημα θερμότητα κατά τη μεταβολή 3-4 θα είναι:

$$\dot{Q}_{34}=\dot{W}_{34}=\dot{m}\cdot R'\cdot T_c\cdot \ln\frac{V_4}{V_3}$$

Ο κύκλος Carnot

- Η πρακτική εφαρμογή της θερμικής μηχανής Carnot εξαρτάται από την αργή κίνηση των εξαρτημάτων έτσι, ώστε το εργαζόμενο μέσο να έχει σε κάθε στιγμή της διεργασίας ομοιόμορφη πίεση και θερμοκρασία.
- Για να συμβεί κάτι τέτοιο στην πράξη θα χρειαζόταν μια μηχανή πολύ μεγάλων διαστάσεων που θα έδινε δυσανάλογα χαμηλή ισχύ. Προφανώς, μία τέτοια κατασκευή δεν θα είχε ούτε τεχνική ούτε οικονομική σκοπιμότητα.
- Οι τριβές που αναπόφευκτα υπάρχουν στις πραγματικές θερμικές μηχανές έχουν ως αποτέλεσμα τη μη αναστρεψιμότητα των διεργασιών, οπότε ένα μέρος από το έργο που παράγεται χάνεται με τη μορφή μηχανικών απωλειών.
- Συνεπώς, η μηχανή Carnot υφίσταται μόνο σε θεωρητικό επίπεδο και δεν μπορεί να κατασκευαστεί στην πράξη. Ανεξάρτητα όμως από αυτό, από τη μελέτη του κύκλου Carnot έχουν προκύψει πολλά χρήσιμα συμπεράσματα, τα οποία βοήθησαν στην κατασκευή και στη βελτίωση των σημερινών θερμικών μηχανών.

Παράδειγμα 1: ο κύκλος Carnot

Μια μηχανή Carnot λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες T_h = 400 K και T_c = 300 K. Σε κάθε κύκλο η μηχανή απορροφά θερμότητα Q_h = 4.000 J από τη θερμή δεξαμενή. Υπολογίστε την απόδοση της μηχανής, το έργο που παράγει και τη θερμότητα που αποβάλλει στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο.

<u>Λύση</u>:

Ο βαθμός απόδοσης της μηχανής ισούται με:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{300\ \mathrm{K}}{400\ \mathrm{K}} \Leftrightarrow \eta_c = 0,25$$

Το έργο που παράγεται σε κάθε κύκλο ισούται με:

$$W = \eta_c \cdot Q_h \Rightarrow W = 0,25 \cdot 4.000\ \mathrm{J} \Leftrightarrow W = 1.000\ \mathrm{J}$$

Η αποβαλλόμενη θερμότητα προκύπτει από τον ισολογισμό ενέργειας του κύκλου:

$$W = Q_h - Q_c \Leftrightarrow Q_c = Q_h - W \Rightarrow Q_c = 4.000\ \mathrm{J} - 1.000\ \mathrm{J} \Leftrightarrow Q_c = 3.000\ \mathrm{J}$$

Παράδειγμα 2: ο κύκλος Carnot

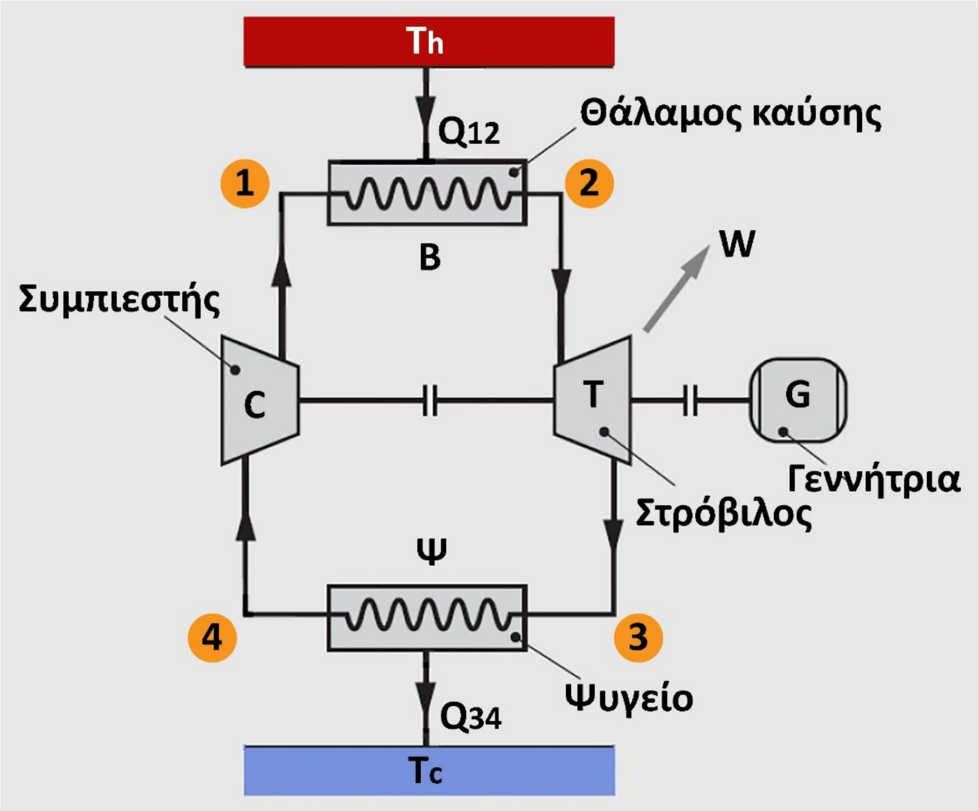
Στο σχήμα παρουσιάζεται μία μορφή της θερμικής μηχανής Carnot. Αποτελείται από ιδανικές (χωρίς τριβές) συνιστώσες, οι οποίες είναι ο αεροσυμπιεστής C, ο στρόβιλος T, ο θάλαμος καύσης B, το ψυγείο Ψ και η γεννήτρια ηλεκτρικού ρεύματος G. Το εργαζόμενο μέσο είναι αέρας που έχει στο σημείο 1 πίεση 4 bar και θερμοκρασία 540 ^oC. Στο ψυγείο ο αέρας εξέρχεται με πίεση 1 bar και στο θάλαμο καύσης δίνουμε ειδική θερμότητα 310 kJ/kg. Ζητείται:

α. ο βαθμός απόδοσης του κύκλου Carnot

β. το ποσό της θερμότητας που αποβάλλεται στο ψυγείο ανά μονάδα μάζας

γ. η θερμοκρασία στο ψυγείο.

<u>Λύση</u>:



Παράδειγμα 2: ο κύκλος Carnot

Λύση:

α. Ο βαθμός απόδοσης της μηχανής δύναται να υπολογιστεί, θεωρώντας τον αέρα ως τέλειο αέριο, από την ακόλουθη σχέση, στην οποία εμφανίζονται οι πιέσεις (από πίνακες γ = 1,4):

$$\eta_c = 1-\left(\frac{p_4}{p_1}\right)^{(k-1)/k} \Rightarrow \eta_c = 1-\left(\frac{1\ \text{bar}}{4\ \text{bar}}\right)^{(1,4-1)/1,4} \Leftrightarrow \eta_c = 0,327$$

β. Η αποβαλλόμενη θερμότητα από το ψυγείο υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\eta_c=\frac{W}{Q_h} \Leftrightarrow \eta_c=\frac{Q_h-Q_c}{Q_h} \Leftrightarrow \eta_c=1-\frac{Q_c}{Q_h} \Leftrightarrow Q_c=Q_h\cdot\left(1-\eta_c\right) \Rightarrow Q_c=310\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}\cdot(1-0,327) \Leftrightarrow Q_c=208,6\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

γ. Η θερμοκρασία στο ψυγείο υπολογίζεται από τη σχέση του βαθμού απόδοσης του κύκλου (T_h = 540 ^{o}C +273 = 813 K):

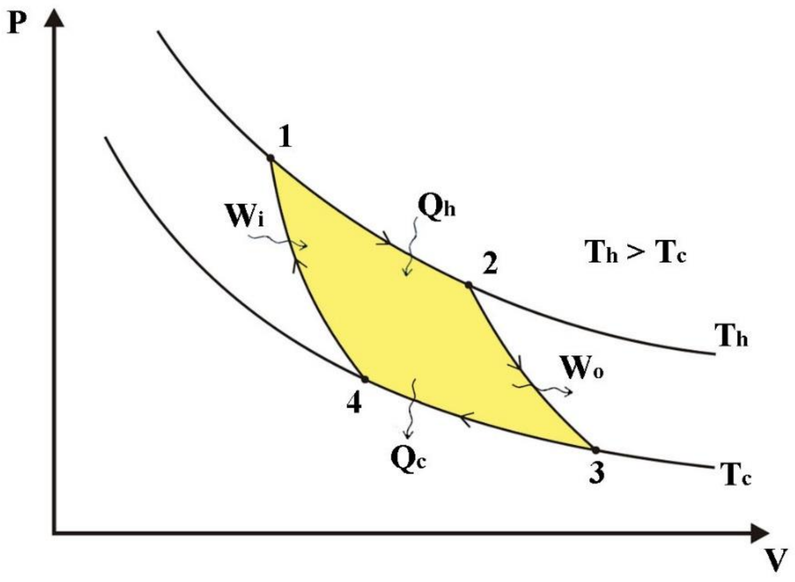
$$\eta_c=1-\frac{T_c}{T_h} \Leftrightarrow T_c=T_h\cdot\left(1-\eta_c\right) \Rightarrow T_c= 813\ \text{K}\cdot(1-0,327) \Leftrightarrow T_c= 547,1\ \text{K} = 274,1\ ^{o}\text{C}$$

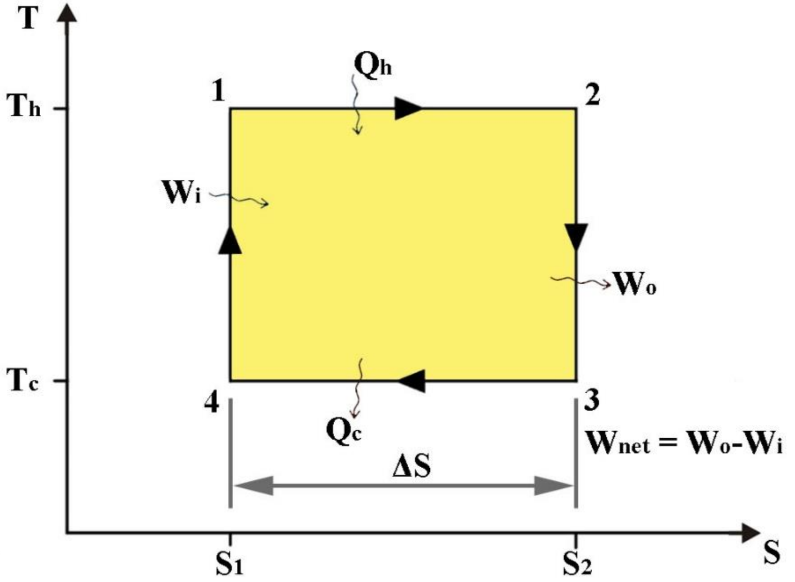
Παράδειγμα 3: ο κύκλος Carnot

Το εργαζόμενο μέσο σε μία μηχανή Carnot είναι αέρας μάζας 0,05 kg. Η μέγιστη θερμοκρασία του κύκλου είναι 940 K και η μέγιστη πίεση $8{,}4\cdot10^3$ kPa. Η θερμότητα που δίνεται στον κύκλο είναι 4,2 kJ. Να προσδιοριστεί ο μέγιστος όγκος του κυλίνδρου αν η ελάχιστη θερμοκρασία κατά την εκτέλεση του κύκλου είναι 300 K.

Λύση:

Στο διάγραμμα του κύκλου στο σύστημα p-V παρατηρείται ότι η μέγιστη θερμοκρασία και η μέγιστη πίεση εμφανίζονται στο σημείο 1, ενώ η ελάχιστη θερμοκρασία και η ελάχιστη πίεση εμφανίζονται στο σημείο 3 (η θερμοκρασία στα σημεία 1 και 2 είναι κοινή και ίση με την T_h, ενώ επίσης η θερμοκρασία στα σημεία 3 και 4 είναι κοινή και ίση με T_c).





Παράδειγμα 3: ο κύκλος Carnot

Για να υπολογιστούν τα ζητούμενα αρκεί να ακολουθήσουμε τις διεργασίες 1-2 και 2-3.

Εφαρμόζοντας την καταστατική εξίσωση στο σημείο 1 έχουμε:

$$p_1 \cdot V_1 = m \cdot R' \cdot T_h \Leftrightarrow V_1 = \frac{m \cdot R' \cdot T_h}{p_1} \Rightarrow V_1 = \frac{0{,}05\ \text{kg} \cdot 0{,}287\ \text{kJ/(kg} \cdot \text{K)} \cdot 940\ \text{K}}{8{,}4 \cdot 10^3\ \text{kPa}} \Leftrightarrow V_1 = 1{,}606 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$$

Η μεταβολή 1-2 είναι ισοθερμοκρασιακή, οπότε γνωρίζουμε ότι ισχύει:

$$Q_{12} = W_{12} = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \Leftrightarrow \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{Q_{12}}{p_1 \cdot V_1} \Rightarrow \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{4{,}2\ \text{kJ}}{8{,}4 \cdot 10^3\ \text{kPa} \cdot 1{,}606 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3}$$

$$\Leftrightarrow \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 0{,}311 \Leftrightarrow \frac{V_2}{V_1} = e^{0{,}311} \Leftrightarrow V_2 = V_1 \cdot e^{0{,}311} \Rightarrow V_2 = 1{,}606 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 \cdot e^{0{,}311}$$

$$\Leftrightarrow V_2 = 2{,}192 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$$

Παράδειγμα 3: ο κύκλος Carnot

Τέλος, για την αδιαβατική μεταβολή 2-3 ισχύει:

$$\frac{V_3}{V_2}=\left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Leftrightarrow V_3=V_2\cdot\left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Rightarrow V_3=2{,}192\cdot 10^{-3}\ m^3\cdot\left(\frac{940\ K}{300\ K}\right)^{\frac{1}{1{,}4-1}} \Leftrightarrow$$

$$V_3=39{,}094\cdot 10^{-3}\ m^3$$

Παράδειγμα 4: ο κύκλος Carnot

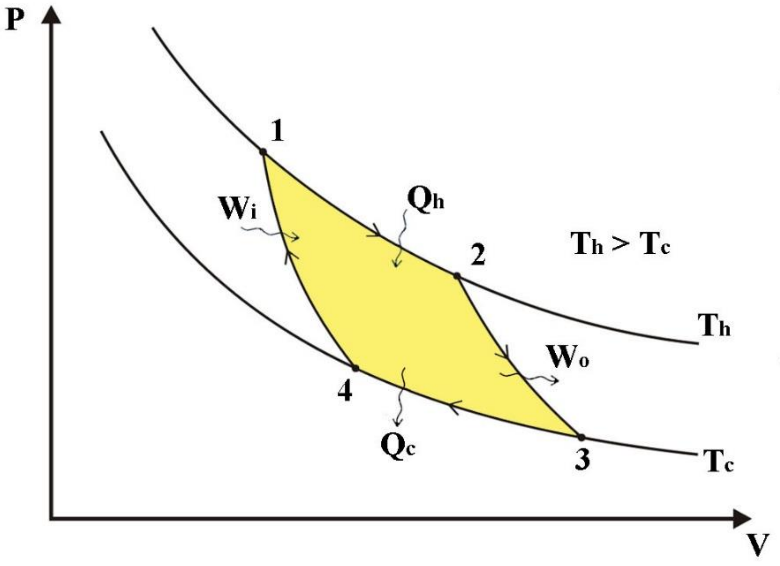
Το εργαζόμενο μέσο σε μία μηχανή Carnot είναι άζωτο. Η θερμότητα που δίνεται στον κύκλο είναι 53 kJ, ενώ ο λόγος όγκων κατά την αδιαβατική εκτόνωση ισούται με $V_3/V_2 = 16$. Η ελάχιστη θερμοκρασία του κύκλου, όπου αφαιρείται ένα ποσό θερμότητας, είναι 22 ^oC. Να προσδιοριστεί:

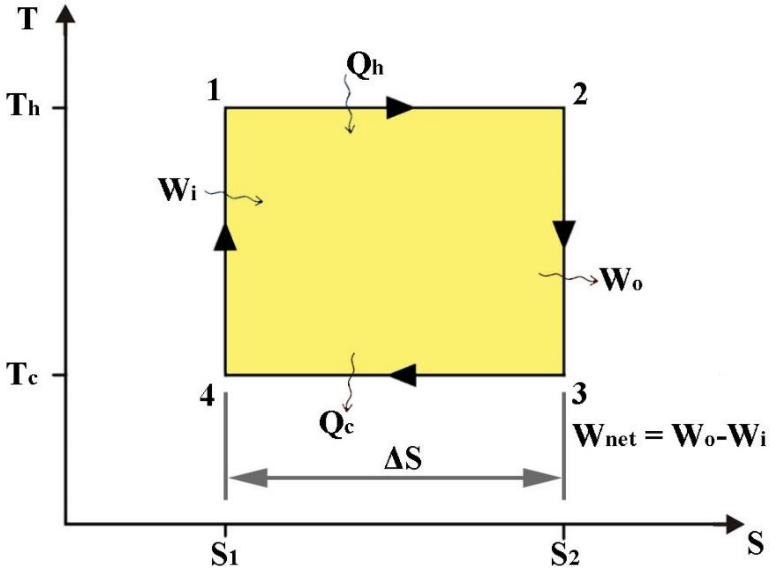
α. ο βαθμός απόδοσης του κύκλου

β. η συνολική θερμότητα που αποβάλλεται από τη θερμική μηχανή

γ. το έργο που παράγεται από τη θερμική μηχανή.

<u>Λύση</u>:





Παράδειγμα 4: ο κύκλος Carnot

α. Κατά την αδιαβατική μεταβολή 2-3 ισχύει:

$$\frac{V_3}{V_2}=\left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \Leftrightarrow \frac{T_2}{T_3}=\frac{T_h}{T_c}=\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_h}{T_c}=16^{1,4-1} \Leftrightarrow \frac{T_h}{T_c}=3,031 \Leftrightarrow \frac{T_c}{T_h}=0,331$$

Πλέον ο βαθμός απόδοσης του κύκλου μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση ορισμού του:

$$\eta_c=1-\frac{T_c}{T_h} \Rightarrow \eta_c=1-0,331 \Leftrightarrow \eta_c=0,669$$

β. Η αφαιρούμενη θερμότητα από τη θερμική μηχανή μπορεί να υπολογιστεί από την εναλλακτική έκφραση του βαθμού απόδοσης:

$$\eta_c=1-\frac{Q_c}{Q_h} \Leftrightarrow Q_c=Q_h\cdot\left(1-\eta_c\right) \Rightarrow Q_c=53\ \mathrm{kJ}\cdot(1-0,669) \Leftrightarrow Q_c=17,5\ \mathrm{kJ}$$

Παράδειγμα 4: ο κύκλος Carnot

γ. Τέλος, το παραγόμενο έργο από τη θερμική μηχανή μπορεί εύκολα να υπολογιστεί εναλλακτικά από τις σχέσεις:

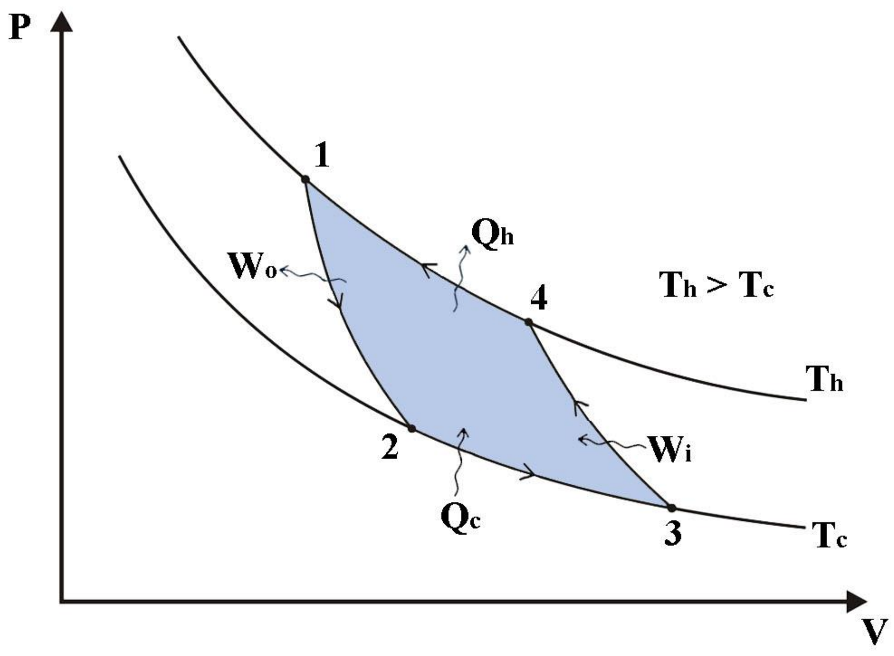
$$W=\eta_c \cdot Q_h \Rightarrow W=0,669 \cdot 53 \text{ kJ} \Leftrightarrow W=35,5 \text{ kJ}$$

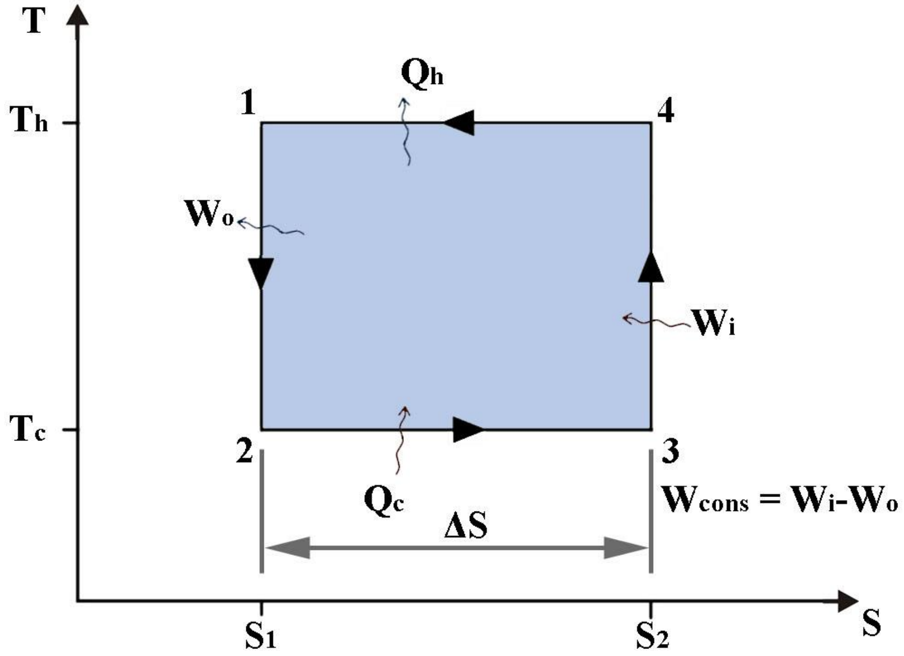
ή:

$$W = Q_h - Q_c \Rightarrow W = 53 \text{ kJ} - 17,5 \text{ kJ} \Leftrightarrow W=35,5 \text{ kJ}$$

Αντίστροφος κύκλος Carnot

- Ο κύκλος Carnot, εκτελούμενος κατά την αντίστροφη φορά από αυτή που παρουσιάστηκε ανωτέρω, έχει ως τελικό αποτέλεσμα την άντληση (απορρόφηση) θερμότητας από το θερμοδοχείο χαμηλής θερμοκρασίας και την απόρριψή της στο θερμοδοχείο υψηλής θερμοκρασίας (ψυκτικός κύκλος).
- Με τον τρόπο αυτό είναι εφικτή η παραγωγή ψύξης και η διατήρηση της θερμοκρασίας ενός περιορισμένου χώρου σε τιμές χαμηλότερες από αυτές του περιβάλλοντος.



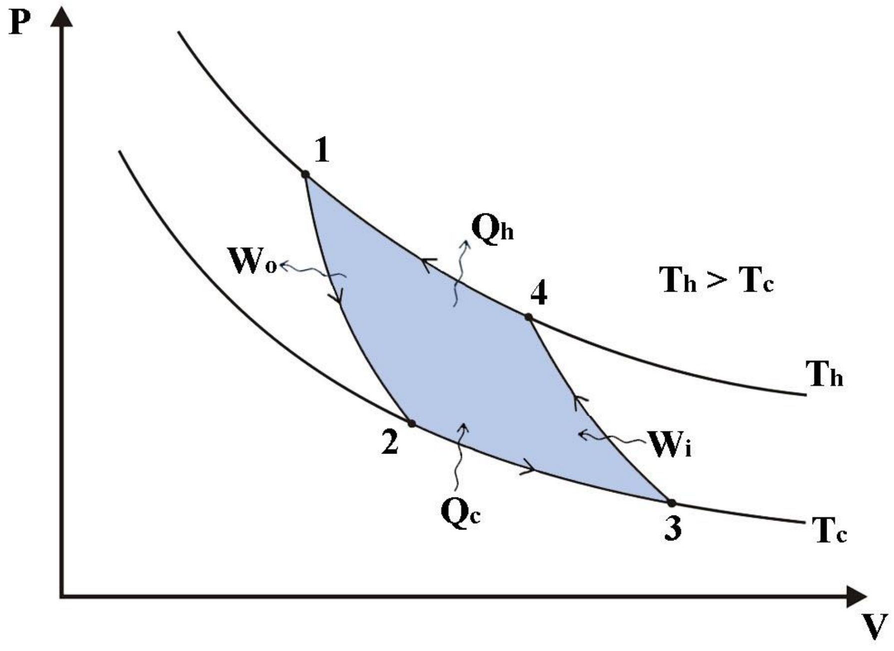


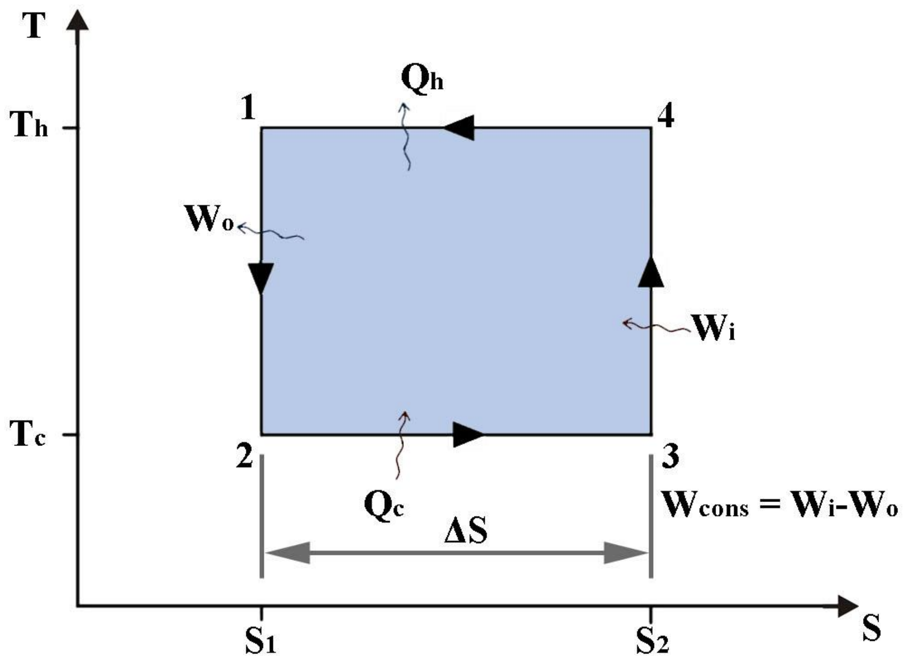
Αντίστροφος κύκλος Carnot

Ο αντίστροφος κύκλος Carnot αποτελείται από τις ακόλουθες διακριτές μεταβολές:

- 1-2: αναστρέψιμη ισεντροπική εκτόνωση

  Κατά τη μεταβολή αυτή παράγεται μηχανικό έργο. Η μεταβολή είναι ισεντροπική, συνεπώς δεν υπάρχει συναλλαγή θερμότητας μεταξύ συστήματος και περιβάλλοντος.



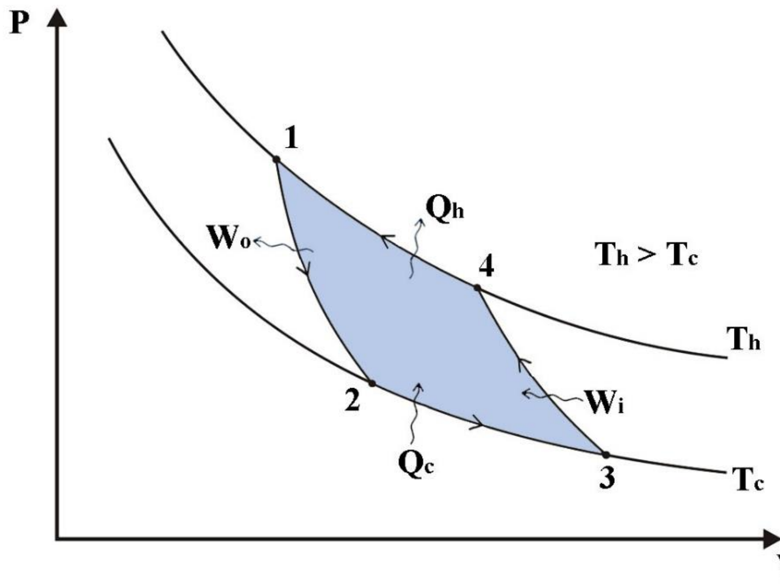


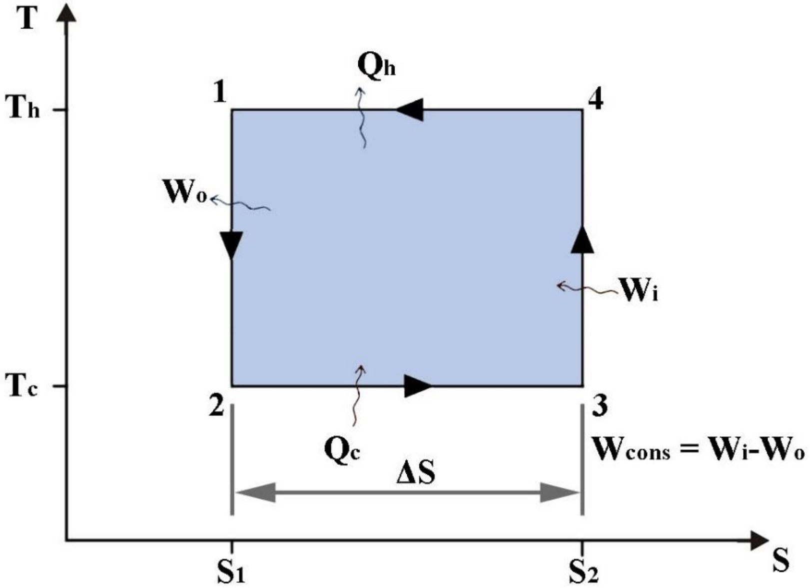
Αντίστροφος κύκλος Carnot

- 2-3: αναστρέψιμη ισοθερμοκρασιακή εκτόνωση

Κατά τη μεταβολή αυτή απορροφάται θερμότητα Q_c από το περιβάλλον προς το θερμοδυναμικό σύστημα και παράγεται μηχανικό έργο. Η απορροφούμενη θερμότητα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{23}=\left(\int_2^3 \frac{\delta Q}{T}\right)_{ANT} \Rightarrow S_3-S_2=\frac{Q_{23}}{T_C} \Leftrightarrow Q_{23}=Q_C=T_C\cdot(S_3-S_2)$$

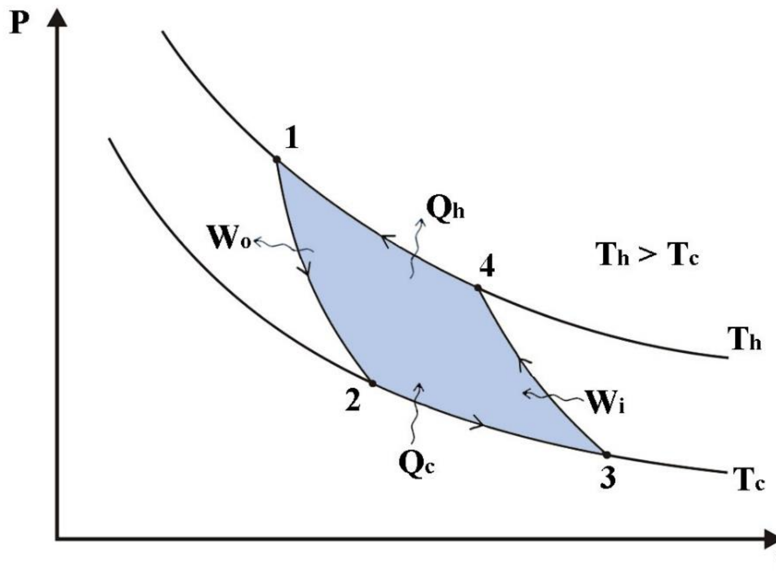


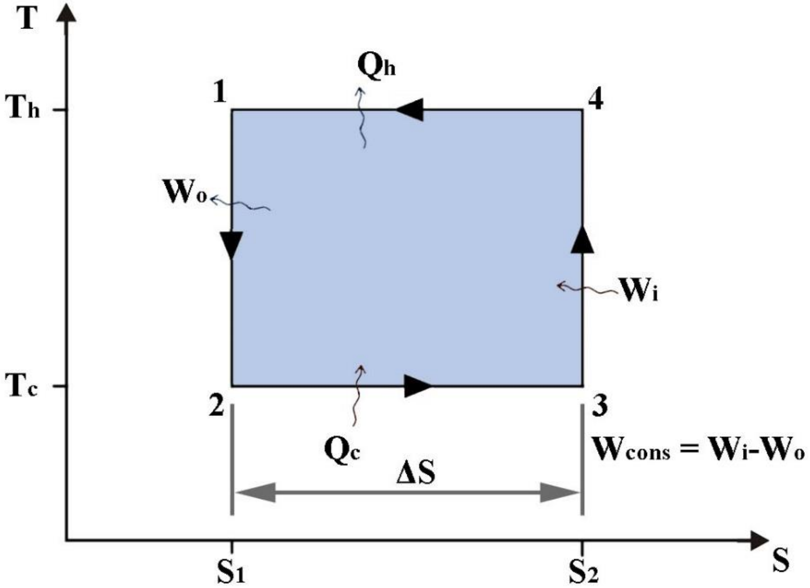


Αντίστροφος κύκλος Carnot

- 3-4: αναστρέψιμη ισεντροπική συμπίεση

Κατά τη μεταβολή αυτή καταναλώνεται μηχανικό έργο για τη συμπίεση του μέσου. Η μεταβολή είναι ισεντροπική, συνεπώς δεν υπάρχει συναλλαγή θερμότητας μεταξύ συστήματος και περιβάλλοντος.



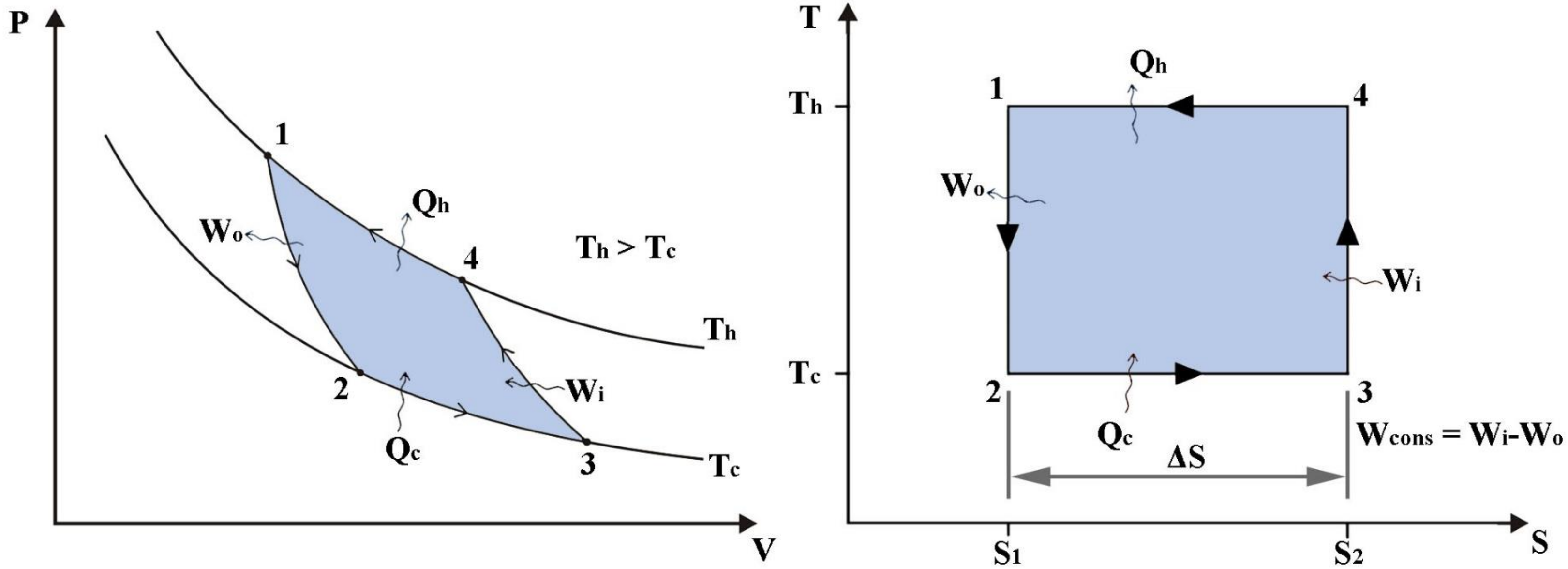


Αντίστροφος κύκλος Carnot

- 4-1: αναστρέψιμη ισοθερμοκρασιακή συμπίεση

Κατά τη μεταβολή αυτή αποβάλλεται θερμότητα Q_c από το θερμοδυναμικό σύστημα προς το περιβάλλον και καταναλώνεται επιπλέον μηχανικό έργο για τη συμπίεση του μέσου έως την αρχική κατάστασή του. Η αποβαλλόμενη θερμότητα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$S_{41}=\left(\int_4^1 \frac{\delta Q}{T}\right)_{ANT} \Rightarrow S_1-S_4=\frac{Q_{41}}{T_h} \Leftrightarrow Q_{41}=Q_h=T_h\cdot(S_1-S_4)$$



Αντίστροφος κύκλος Carnot

- Το καταναλισκόμενο μηχανικό έργο ισούται με:

$$W = Q_h - Q_c \Leftrightarrow W = T_h \cdot (S_1 - S_4) - T_c \cdot (S_3 - S_2) \Leftrightarrow W = -(S_3 - S_2) \cdot \left(T_h - T_c\right)$$

Το αρνητικό πρόσημο στο έργο σημαίνει ότι τούτο προσφέρεται στο σύστημα από το περιβάλλον.

- Ο βαθμός απόδοσης του κύκλου ισούται με το πηλίκο της παραγόμενης ψυκτικής ισχύος Q_c προς το μηχανικό έργο που έχει καταναλωθεί:

$$\eta_{cr} = \frac{Q_c}{|W|} \Leftrightarrow \eta_{cr} = \frac{T_c \cdot (S_3 - S_2)}{(S_3 - S_2) \cdot \left(T_h - T_c\right)} \Leftrightarrow \eta_{cr} = \frac{T_c}{T_h - T_c}$$

Αντίστροφος κύκλος Carnot

- Από την ανωτέρω σχέση παρατηρείται ότι η απόδοση του ψυκτικού κύκλου είναι πολύ πιθανό, αναλόγως τις θερμοκρασίες λειτουργίας της ψυκτικής μηχανής, να προκύψει μεγαλύτερη της μονάδας. Στην πραγματικότητα τούτο το ενδεχόμενο είναι το πλέον πιθανό να προκύψει.
- Για αυτό ακριβώς το λόγο, προκειμένου να διατηρήσουμε την κλασσική έννοια του βαθμού απόδοσης ως το μέγεθος που εκφράζει το ποσοστό από μία αρχική διαθέσιμη μορφή ενέργειας που μετατρέπεται σε μία τελική, ονομάζουμε την απόδοση μιας ψυκτικής συσκευής ως «συντελεστής συμπεριφοράς» και τη συμβολίζουμε με C.O.P., από τα αρχικά του αντίστοιχου αγγλικού όρου Coefficient of Performance.
- Έχει καθιερωθεί ο συντελεστής συμπεριφοράς κλιματιστικής συσκευής για λειτουργία ψύξης να ονομάζεται ως «βαθμός ενεργειακής απόδοσης» και να συμβολίζεται με E.E.R. από τα αρχικά του αντίστοιχου αγγλικού όρου Energy Efficient Ratio.

Αντίστροφος κύκλος Carnot

- Συνεπώς ο σωστός ορισμός της απόδοσης μιας ψυκτικής συσκευής έχει ως εξής:

$$EER=\frac{Q_c}{W}=\frac{T_c}{T_h-T_c}$$

- Αντίστοιχα ορίζεται ο συντελεστής συμπεριφοράς μιας κλιματιστικής συσκευής στην περίπτωση που τούτη χρησιμοποιείται για θέρμανση. Στην περίπτωση αυτή η ωφέλιμη θερμική ισχύς είναι η απορριπτόμενη από το θερμοδυναμικό κύκλο, δηλαδή η Q_h. Ο συντελεστής συμπεριφοράς λοιπόν για τη θέρμανση ορίζεται ως:

$$COP=\frac{Q_h}{W}=\frac{T_h}{T_h-T_c}$$

- Οι ανωτέρω συντελεστές C.O.P. και E.E.R. ονομάζονται θεωρητικοί συντελεστές συμπεριφοράς, ακριβώς επειδή βασίζονται στη θεωρητική προσέγγιση του προβλήματος, βάσει του κύκλου Carnot.

Αντίστροφος κύκλος Carnot

- Συνεπώς ο σωστός ορισμός της απόδοσης μιας ψυκτικής συσκευής έχει ως εξής:

$$EER = \frac{Q_c}{W} = \frac{T_c}{T_h - T_c}$$

- Αντίστοιχα ορίζεται ο συντελεστής συμπεριφοράς μιας κλιματιστικής συσκευής στην περίπτωση που τούτη χρησιμοποιείται για θέρμανση. Στην περίπτωση αυτή η ωφέλιμη θερμική ισχύς είναι η απορριπτόμενη από το θερμοδυναμικό κύκλο, δηλαδή η Q_h. Ο συντελεστής συμπεριφοράς λοιπόν για τη θέρμανση ορίζεται ως:

$$COP = \frac{Q_h}{W} = \frac{T_h}{T_h - T_c}$$

- Οι ανωτέρω συντελεστές C.O.P. και E.E.R. ονομάζονται θεωρητικοί συντελεστές συμπεριφοράς, ακριβώς επειδή βασίζονται στη θεωρητική προσέγγιση του προβλήματος, βάσει του κύκλου Carnot.

Παράδειγμα 5: αντίστροφος κύκλος Carnot

Μια αντίστροφη μηχανή Carnot αφαιρεί θερμική ισχύ 40 kW από μία θερμή πηγή. Η θερμοκρασία της θερμής πηγής είναι 320 K. Η θερμότητα που αφαιρείται από τη θερμή πηγή αποβάλλεται σε θερμοκρασία 260 K. Να προσδιοριστεί η μηχανική ισχύς που απαιτείται για την αφαίρεση της θερμότητας αυτής.

<u>Λύση</u>:

Ο συντελεστής συμπεριφοράς της θερμικής μηχανής κατά την ψυκτική διεργασία ισούται με:

$$\eta_{cr} = EER = \frac{T_c}{T_h - T_c} \Rightarrow EER = \frac{260\ K}{(320-260)\ K} \Leftrightarrow EER = 4{,}33$$

Ο συντελεστής συμπεριφοράς εξ ορισμού ισούται με:

$$EER = \frac{Q_c}{W} \Leftrightarrow W = \frac{Q_c}{EER} \Rightarrow W = \frac{40\ kW}{4{,}33} \Leftrightarrow W = 9{,}2\ kW$$

Παράδειγμα 6: αντίστροφος κύκλος Carnot

Για τη θέρμανση ενός σπιτιού τους χειμερινούς μήνες χρησιμοποιείται μία αντλία θερμότητας. Όταν η μέση εξωτερική θερμοκρασία είναι 0 ^oC και η εσωτερική θερμοκρασία μέσα στο σπίτι είναι 23 ^oC η απώλεια θερμότητας από το σπίτι είναι 20 kW. Να υπολογιστεί η ελάχιστη μηχανική ισχύς που απαιτείται για τη λειτουργία της αντλίας θερμότητας.

Λύση:

Η αντλία θερμότητας θα λειτουργεί μεταξύ της εσωτερικής και της εξωτερικής θερμοκρασίας. Συνεπώς ο συντελεστής συμπεριφοράς της θα ισούται:

$$\eta_{cr} = COP = \frac{T_h}{T_h - T_c} \Rightarrow COP = \frac{296\ K}{(296-273)\ K} \Leftrightarrow COP = 12,87$$

Οι απώλειες θερμότητας θα πρέπει να αναπληρώνονται από την αντλία θερμότητας, συνεπώς $\dot{Q}_h$=60 kW. Ο συντελεστής συμπεριφοράς εξ ορισμού ισούται με:

$$COP = \frac{Q_h}{W} \Leftrightarrow W = \frac{Q_h}{COP} \Rightarrow W = \frac{20\ kW}{12,87} \Leftrightarrow W = 1,55\ kW$$

Παράδειγμα 7: αντίστροφος κύκλος Carnot

Μία αντλία θερμότητας λειτουργεί ακολουθώντας τον κύκλο Carnot. Πόσος είναι ο συντελεστής συμπεριφοράς της αν η θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι 0 ^oC και η επιθυμητή θερμοκρασία εσωτερικών χώρων είναι 22 ^oC;

Λύση:

- Οι απόλυτες θερμοκρασίες λειτουργίας της αντλίας θερμότητας είναι:
- $T_h = 273 + 22\ ^oC = 295$ K
- $T_c = 273 + 0\ ^oC = 273$ K.

Η αντλία θερμότητας λειτουργεί για θέρμανση χώρου, συνεπώς ο θεωρητικός συντελεστής συμπεριφοράς ισούται με:

$$\eta_{cr} = COP = \frac{T_h}{T_h - T_c} \Rightarrow COP = \frac{295\ K}{(295-273)\ K} \Leftrightarrow COP = 13{,}41$$

Σας ευχαριστώ πολύ για την προσοχή σας

Ελληνικό Μεσογειακό Πανεπιστήμιο
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών

Δημήτρης Αλ. Κατσαπρακάκης