

0. Στα θέματα που ακολουθούν θα χρησιμοποιήσουμε τις ακόλουθες σταθερές,

$$\begin{aligned}c &= 3,00 \cdot 10^8 \text{m/s (ταχύτητα του φωτός)} \\h &= 6,626 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s (σταθερά του Planck)} \\ \pi &= 3,14159 \text{(η γνωστή σταθερά από την γεωμετρία)}\end{aligned}$$

Επίσης η σχέση μεταξύ των μονάδων ενέργειας J και eV είναι

$$1\text{eV} = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

1. Απόσταση Γης-Ήλιου. Το φως χρειάζεται περίπου 8,5min. Πόσο απέχει η Γη από τον Ήλιο σε χιλιόμετρα;

Απάντηση. Αν συμβολίσουμε με d την ζητούμενη απόσταση, τότε

$$\begin{aligned}d &= c \cdot t \\ &= 3 \cdot 10^8 \cdot 8,5 \cdot 60 \\ &= 1530 \cdot 10^8 \\ &= 1,53 \cdot 10^{11} \\ &= 1,5 \cdot 10^{11}\text{m} \\ &= 1,5 \cdot 10^8\text{km}\end{aligned}$$

Παρατηρείστε ότι στρογγυλοποιούμε στα δύο σημαντικά ψηφία γιατί η ακρίβεια στην μέτρηση του χρόνου t δίνεται με δύο σημαντικά ψηφία.

2. Διατρέχοντας τον ισημερινό με την ταχύτητα του φωτός. Πόσες φορές το δευτερόλεπτο θα μπορούσε να κάνει τον γύρω της Γης πάνω από τον Ισημερινό ένα σώμα αν είχε την δυνατότητα (υποθετικά) να κινηθεί με την ταχύτητα του φωτός; Δίνεται ότι η ακτίνα της Γης είναι $R = 6378\text{km}$.

Απάντηση. Η ταχύτητα του φωτός είναι $c = 3 \cdot 10^8\text{m/s}$ και συνεπώς η απόσταση d που διανύει σε ένα δευτερόλεπτο είναι

$$d = 3 \cdot 10^8\text{m}$$

Η περίμετρος s της Γης δίνεται από τον γνωστό τύπο

$$s = 2\pi R$$

όπου $\pi = 3,14$ είναι η γνωστή σταθερά και βρίσκουμε ότι

$$\begin{aligned}s &= 2\pi R \\ &= 2 \cdot 3,14159 \cdot 6378 \\ &= 40074,12204\text{km}\end{aligned}$$

Το πλήθος των κύκλων N που θα έκανε το υποθετικό αυτό σώμα θα ήταν λοιπόν

$$\begin{aligned}
 N &= \frac{d}{s} \\
 &= \frac{3 \cdot 10^5}{40074,12204} \\
 &= 7,4861278 \\
 &= 7,486
 \end{aligned}$$

3. Ένα συγκεκριμένο Laser του εμπορίου παράγει μια πράσινη ακτίνα με μήκος κύματος 532, nm. Ποια είναι η συχνότητα της ακτινοβολίας και ποια η ενέργεια του φωτονίου;

Απάντηση. Από τον γνωστό τύπο της κυματικής λύνοντας ως προς το μήκος κύματος λ παίρνουμε ότι

$$c = \lambda \cdot f \Leftrightarrow f = \frac{c}{\lambda}$$

και αντικαθιστώντας βρίσκουμε

$$\begin{aligned}
 f &= \frac{3 \cdot 10^8}{532 \cdot 10^{-9}} \\
 &= 0,0056398 \cdot 10^{8-(-9)} \\
 &= 0,0056398 \cdot 10^{17} \\
 &= 5,64 \cdot 10^{14} \text{Hz}
 \end{aligned}$$

Η ενέργεια E του φωτονίου δίνεται από τον γνωστό τύπο

$$E = h \cdot f$$

και παίρνουμε

$$\begin{aligned}
 E &= 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 5,6398 \cdot 10^{14} \\
 &= 37,3693148 \cdot 10^{-20} \\
 &= 3,74 \cdot 10^{-19} \text{J}
 \end{aligned}$$

Συνήθως όμως η μονάδα ενέργειας που χρησιμοποιούμε σε τέτοιες κλίμακες είναι το eV και για να πάμε από τα Joule στα eV διαιρούμε με $1,602 \cdot 10^{-19}$,

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{3,73693148 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \\
 &= 2,3326663 \\
 &= 2,33 \text{eV}
 \end{aligned}$$

4. Ο μυϊκός ιστός απορροφά φωτόνια διαφόρων ενεργειών. Μια από αυτές τις ενέργειες είναι 1,279eV. Σε ποιο μήκος κύματος αντιστοιχεί αυτή η ενέργεια και σε ποια περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος ανήκει;

Απάντηση. Συνδυάζοντας τις εξισώσεις,

$$\begin{aligned}
 c &= \lambda \cdot f \\
 E &= h \cdot f
 \end{aligned}$$

παίρνουμε την σχέση

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

την οποία μπορούμε να λύσουμε ως προς το μήκος κύματος λ που είναι και ο μοναδικός άγνωστος. Διαδοχικά λοιπόν έχουμε

$$\lambda \cdot E = \lambda \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda} \Leftrightarrow$$

$$\lambda \cdot E = \cancel{\lambda} \cdot h \cdot \frac{c}{\cancel{\lambda}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\lambda \cdot E}{E} = \frac{h \cdot c}{E} \Leftrightarrow$$

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E}$$

και αυτό που μένει είναι να αντικαταστήσουμε στον παραπάνω τύπο τα γνωστά μεγέθη αφού πρώτα τα μετατρέψουμε στο ίδιο σύστημα μονάδων. Η ενέργεια λοιπόν θα είναι

$$\begin{aligned} E &= 1,279 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{J} \\ &= 2,048958 \cdot 10^{-19} \text{J} \end{aligned}$$

και αντικαθιστώντας,

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,048958 \cdot 10^{-19}} \\ &= 9,70151 \cdot 10^{-7} \\ &= 970,2 \cdot 10^{-9} \\ &= 970,2 \text{nm} \end{aligned}$$

Όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε, αυτό το μήκος κύματος ανήκει στο υπέρυθρο (IR).

5. Φωτόνιο με μήκος κύματος 890, nm διαδίδεται στο κενό. Να βρεθούν:

A. Σε πόσο χρόνο θα διανύσει την απόσταση $d = 5\text{m}$.

B. Η ενέργεια του φωτονίου σε eV και MeV.

Απάντηση. A. Η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι $c = 3 \cdot 10^8 \text{m/s}$ και από τον τύπο

$$c = \frac{d}{t}$$

λύνουμε ως προς t και παίρνουμε

$$t = \frac{d}{c}$$

οπότε αντικαθιστώντας βρίσκουμε

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{5}{3 \cdot 10^8} \\
 &= \frac{5}{3} \cdot 10^{-8} \\
 &= 1,666667 \cdot 10^{-8} \\
 &= 2 \cdot 10^{-8} \text{s} \\
 &= 20 \text{ns}
 \end{aligned}$$

(*). Όμως αν θεωρήσουμε ότι η απόσταση d δεν είναι το αποτέλεσμα κάποιας μέτρησης και την πάρουμε σαν έναν ακριβή αριθμό με άπειρα σημαντικά ψηφία, τότε

$$t = 16,6667 \text{ns}$$

B. Η ενέργεια του φωτονίου δίνεται από τον τύπο

$$E = h \cdot f$$

η οποία σε συνδυασμό με την εξίσωση της κυματικής

$$c = \lambda \cdot f$$

μας δίνει

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Στην τελευταία εξίσωση αντικαθιστούμε τις γνωστές σταθερές και το μήκος κύματος και βρίσκουμε,

$$\begin{aligned}
 E &= 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{890 \cdot 10^{-9}} \\
 &= \frac{6,626 \cdot 3}{890} \cdot \frac{10^{-34} \cdot 10^8}{10^{-9}} \\
 &= 0,0223348 \cdot 10^{-17} \\
 &= 2,223348 \cdot 10^{-19} \text{J}
 \end{aligned}$$

Αυτή είναι η ενέργεια σε Joule την οποία θα μετατρέψουμε σε eV διαιρώντας με $1,602 \cdot 10^{-19}$,

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{2,223348 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \\
 &= 1,378691 \text{eV} \\
 &= 1,38 \text{eV}
 \end{aligned}$$

Για να μετατρέψουμε τα eV σε MeV απλά πολλαπλασιάζουμε με 10^{-6} ,

$$E = 1,38 \cdot 10^{-6} \text{MeV}$$