

0. Στα θέματα που ακολουθούν θα χρησιμοποιήσουμε τις ακόλουθες σταθερές,

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{m/s (ταχύτητα του φωτός στο κενό)}$$

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s (σταθερά του Planck)}$$

$$\pi = 3,14 \text{ (η γνωστή σταθερά από την γεωμετρία)}$$

Επίσης η σχέση μεταξύ των μονάδων ενέργειας J και eV είναι

$$1\text{eV} = 1,602 \cdot 10^{-19}\text{J}$$

1. Ο διεθνής διαστημικός σταθμός (ISS) περιστρέφεται γύρω από την Γη με ταχύτητα  $u = 28.000\text{km/h}$  και σε ύψος  $h = 400\text{km}$ . Να υπολογίσετε:

A). Πόσες περιστροφές εκτελεί σε μία ημέρα.

B). Την ταχύτητα του σταθμού ως ένα % ποσοστό της ταχύτητας του φωτός στο κενό.

Δίνεται ότι η ακτίνα της Γης είναι  $R = 6378\text{km}$ .

**Απάντηση.** A). Σε χρόνο  $t = 24\text{h}$  ο διεθνής διαστημικός σταθμός καλύπτει μία απόσταση,

$$\begin{aligned} d &= u \cdot t \\ &= 28000 \cdot 24 \\ &= 672000\text{km} \end{aligned}$$

Ο κάθε κύκλος που κάνει γύρω από την Γη έχει μήκος,

$$\begin{aligned} S &= 2\pi(R + h) \\ &= 2\pi(6378 + 400) \\ &= 2\pi \cdot \underline{6778} \\ &= \underline{42565,84}\text{km} \end{aligned}$$

Σύμφωνα με τον κανόνα της πρόσθεσης το αποτέλεσμα του υπολογισμού  $R + h$  έχει δύο σημαντικά ψηφία τα οποία φαίνονται υπογραμμισμένα. Σύμφωνα με τον κανόνα του πολλαπλασιασμού το τελικό αποτέλεσμα θα έχει και αυτό δύο σημαντικά ψηφία τα οποία υπογραμμίζουμε. Δεν στρογγυλοποιούμε γιατί θα το μεταφέρουμε στον τελικό υπολογισμό: Το πλήθος  $N$  των περιστροφών που εκτελεί σε μία μέρα,

$$\begin{aligned} N &= \frac{d}{s} \\ &= \frac{672000}{42565,84} \\ &= 15,78731 \\ &= 16 \end{aligned}$$

Β). Αρχικά θα μετατρέψουμε την ταχύτητα του σταθμού σε μονάδες m/s,

$$\begin{aligned}u &= 28000 \frac{1000}{3600} \\ &= 7777,7778 \text{ m/s}\end{aligned}$$

και στην συνέχεια θα υπολογίσουμε το % κλάσμα της ταχύτητας του ως προς την ταχύτητα  $c$  του φωτός στο κενό,

$$\begin{aligned}\frac{7777,7778}{3 \cdot 10^8} \cdot 100 \% &= 0,0025926 \% \\ &= 0,0026 \%\end{aligned}$$

2. Κάποια κινητά τηλέφωνα εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία συχνότητας 900, Mhz. Να υπολογιστούν:

Α). Το μήκος κύματος  $\lambda$  της ακτινοβολίας σε m και σε nm.

Β). Η ενέργεια του φωτονίου σε eV.

**Απάντηση.** Α). Από τον τύπο της κυματικής έχουμε

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{c}{f} \\ &= \frac{3 \cdot 10^8}{900 \cdot 10^6} \\ &= 0,00333 \cdot 10^2 \\ &= 3,33 \cdot 10^{-1} \text{ m}\end{aligned}$$

και σε nm,

$$\begin{aligned}\lambda &= 3,33 \cdot 10^{-1} \cdot 10^9 \\ &= 3,33 \cdot 10^8 \text{ nm}\end{aligned}$$

Β). Η ενέργεια  $E$  του φωτονίου θα είναι

$$\begin{aligned}E &= hf \\ &= 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 900 \cdot 10^6 \\ &= 5963,4 \cdot 10^{-28} \\ &= 5,9634 \cdot 10^{-25} \text{ J} \\ &= \frac{5,9634 \cdot 10^{-25}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \\ &= 3,7225 \cdot 10^{-6} \\ &= 3,72 \cdot 10^{-6} \text{ eV}\end{aligned}$$

3. Το μήκος κύματος μιας συγκεκριμένης ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στο κενό είναι 354,7nm.

Α). Να υπολογίσετε την ενέργεια του κάθε φωτονίου αυτής της ακτινοβολίας.

Β). Μία παλμική πηγή φωτός, η οποία έχει το παραπάνω μήκος κύματος εκπέμπει συνολική ενέργεια ίση με  $E_{\pi} = 0,243\text{mJ}$  σε κάθε φωτεινό παλμό. Να βρείτε το πλήθος των φωτονίων του κάθε παλμού της πηγής αυτής.

**Απάντηση.** Α). Η ενέργεια του φωτονίου θα δίνεται από τον τύπο

$$\left. \begin{array}{l} E = hf \\ c = \lambda f \end{array} \right\} \Rightarrow E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

και αντικαθιστώντας παίρνουμε

$$\begin{aligned} E &= 6,626 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{354,7 \cdot 10^{-9}} \\ &= \frac{6,626 \cdot 3 \cdot 10^{-34} \cdot 10^8}{354,7 \cdot 10^{-9}} \\ &= 0,0560417 \cdot 10^{-17} \\ &= 5,60417 \cdot 10^{-19} \\ &= 5,604 \cdot 10^{-19}\text{J} \end{aligned}$$

και σε eV,

$$\begin{aligned} E &= \frac{5,60417 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \\ &= 3,498233 \\ &= 3,498\text{eV} \end{aligned}$$

Β). Το πλήθος  $N$  των φωτονίων θα είναι

$$\begin{aligned} N &= \frac{E_{\pi}}{E} \\ &= \frac{0,243 \cdot 10^{-3}}{5,60417 \cdot 10^{-19}} \\ &= 0,043360569 \cdot 10^{16} \\ &= 4,34 \cdot 10^{14} \end{aligned}$$

Παρατηρείστε ότι το πλήθος  $N$  δεν μπορούμε να το γνωρίζουμε με ακρίβεια μεγαλύτερη των τριών σημαντικών ψηφίων.

4. Έστω ότι κατά την αποδιέγερση του μορίου μίας βιταμίνης εκπέμπεται ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με μήκος κύματος  $2812\text{nm}$ . Να υπολογίσετε την ενέργεια του ενός φωτονίου σε μονάδες meV.

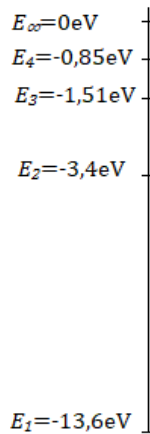
**Απάντηση.** Η ενέργεια του φωτονίου θα δίνεται από τον γνωστό πλέον τύπο,

$$E = h \frac{c}{\lambda}$$

και αντικαθιστώντας παίρνουμε,

$$\begin{aligned}
E &= 6,626 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{2812 \cdot 10^{-9}} \\
&= \frac{6,626 \cdot 3}{2812} \cdot \frac{10^{-34} \cdot 10^8}{10^{-9}} \\
&= 0,00706899 \cdot 10^{-34+8-(-9)} \\
&= 7,06899 \cdot 10^{-20} \text{J} \\
&= \frac{7,06899 \cdot 10^{-20}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \text{eV} \\
&= 4,4126029 \cdot 10^{-1} \\
&= 441,3 \text{meV}
\end{aligned}$$

5. (Ενεργειακές στάθμες Υδρογόνου). Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι κάποιες από τις ενεργειακές στάθμες του ατόμου του υδρογόνου.



Όπως παρατηρείτε οι ενέργειες είναι αρνητικές και η μεγαλύτερη στάθμη  $E_\infty = 0 \text{eV}$ , αντιστοιχεί στην κατάσταση στην οποία το ηλεκτρόνιο έχει διαφύγει από την έλξη του πρωτονίου.

Α). Να βρείτε σε ποια περιοχή του φάσματος βρίσκεται το φωτόνιο που εκπέμπεται κατά την μετάβαση («πτώση») ενός ηλεκτρονίου από τις στάθμες  $E_4$ ,  $E_3$  και  $E_2$  στην στάθμη  $E_1$ .

Β). Ομοίως κατά την μετάβαση ενός ηλεκτρονίου από τις στάθμες  $E_4$  ή  $E_3$  στην στάθμη  $E_2$ .

Γ). Ομοίως από την στάθμη  $E_4$  στην στάθμη  $E_3$ .

**Απάντηση.** Α). Την ενέργεια του εκπεμπόμενου φωτονίου, κατά την μετάβαση του ατόμου του υδρογόνου από την διεγερμένη κατάσταση ενέργειας  $E_4$  στην θεμελιώδη ενέργειας  $E_1$ , θα την συμβολίσουμε με  $E_{4 \rightarrow 1}$  και είναι,

$$\begin{aligned}
E_{4 \rightarrow 1} &= E_4 - E_1 \\
&= -0,85 - (-13,6) \\
&= \underline{12,75 \text{eV}} \\
&= 12,75 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \\
&= \underline{20,4255 \cdot 10^{-19}} \\
&= \underline{2,04255 \cdot 10^{-18} \text{J}}
\end{aligned}$$

Στον παραπάνω υπολογισμό υπογραμμίζουμε τα σημαντικά ψηφία σύμφωνα με τους κανόνες που έχουμε μάθει για την πρόσθεση και τον πολλαπλασιασμό.

Για να βρούμε το μήκος κύματος θα πρέπει να λύσουμε την εξίσωση,

$$E = h \frac{c}{\lambda}$$

ως προς  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

Θα χρησιμοποιήσουμε τον συμβολισμό  $\lambda_{4 \rightarrow 1}$  για το μήκος κύματος του εκπεμπόμενου φωτονίου και αντικαθιστώντας παίρνουμε,

$$\begin{aligned}\lambda_{4 \rightarrow 1} &= \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,04255 \cdot 10^{-18}} \\ &= 9,731952 \cdot 10^{-34+8-(-18)} \\ &= 9,731952 \cdot 10^{-8} \text{m} \\ &= 97,3 \text{nm}\end{aligned}$$

Ομοίως

$$\begin{aligned}E_{3 \rightarrow 1} &= E_3 - E_1 \\ &= -1,51 - (-13,6) \\ &= \underline{12,09 \text{eV}} \\ &= 12,09 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \\ &= \underline{1,936818 \cdot 10^{-18} \text{J}}\end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned}\lambda_{3 \rightarrow 1} &= \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,936818 \cdot 10^{-18}} \\ &= \underline{10,263225 \cdot 10^{-8}} \\ &= 103 \text{nm}\end{aligned}$$

Τέλος,

$$\begin{aligned}E_{2 \rightarrow 1} &= E_2 - E_1 \\ &= -3,4 - (-13,6) \\ &= \underline{10,2 \text{eV}} \\ &= 10,2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \\ &= \underline{1,63434 \cdot 10^{-18} \text{J}}\end{aligned}$$

και

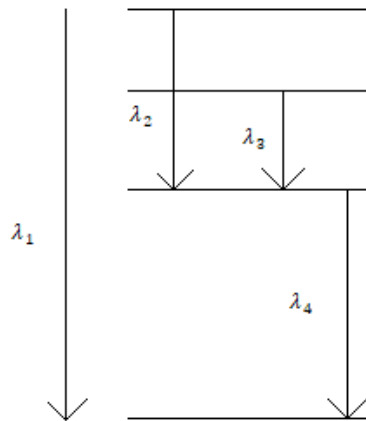
$$\begin{aligned}\lambda_{2 \rightarrow 1} &= \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,63434 \cdot 10^{-18}} \\ &= 12,1627 \cdot 10^{-8} \\ &= 122 \text{ nm}\end{aligned}$$

Συνεπώς και τα τρία φωτόνια ανήκουν στην περιοχή του υπεριώδους.

Β). Με όμοιο τρόπο βρίσκουμε ότι ανήκουν στην περιοχή του ορατού.

Γ). Ομοίως βρίσκουμε ότι ανήκει στην περιοχή του υπέρυθρου.

6. Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει το διάγραμμα τεσσάρων ενεργειακών σταθμών μίας μοριακής ένωσης και τα βέλη πιθανές μεταπτώσεις που συνοδεύονται με εκπομπή φωτονίων μηκών κύματος  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  και  $\lambda_4$ . Γνωρίζουμε ότι  $\lambda_1 = 255,4 \text{ nm}$ ,  $\lambda_3 = 910,1 \text{ nm}$  και  $\lambda_4 = 500,4 \text{ nm}$ .



Α). Υπολογίστε σε μονάδες J και eV την ενέργεια του φωτονίου που αντιστοιχεί στην μετάπτωση με μήκος κύματος  $\lambda_2$ .

Β). Να υπολογιστεί το μήκος κύματος  $\lambda_2$  σε nm.

Γ). Σε ποια περιοχή του φάσματος αντιστοιχούν τα παραπάνω φωτόνια;

**Απάντηση.** Α). Συμβολίζουμε με  $E_1, E_2, E_3$  και  $E_4$  τις ενέργειες των φωτονίων με μήκη κύματος  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  και  $\lambda_4$  αντιστοίχως. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας και τον πλέον γνωστό τύπο

$$E = h \frac{c}{\lambda}$$

παίρνουμε ότι

$$\begin{aligned}E_2 &= E_1 - E_4 \\ &= h \frac{c}{\lambda_1} - h \frac{c}{\lambda_4} \\ &= 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \left( \frac{1}{255,4 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{500,4 \cdot 10^{-9}} \right) \\ &= 0,03810663 \cdot 10^{-17} \\ &= 3,811 \cdot 10^{-19} \text{ J}\end{aligned}$$

και σε eV,

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{3,810663 \cdot 10^{-19}}{1,602 \cdot 10^{-19}} \\ &= 2,37869 \text{ eV} \\ &= 2,379 \text{ eV} \end{aligned}$$

Β). Εφόσον γνωρίζουμε την ενέργεια  $E_2$  μπορούμε να υπολογίσουμε και το μήκος κύματος  $\lambda_2$ ,

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \frac{hc}{E_2} \\ &= \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,810663 \cdot 10^{-19}} \\ &= 5,216415 \cdot 10^{-7} \\ &= 521,6 \text{ nm} \end{aligned}$$

Στο ίδιο αποτέλεσμα θα καταλήξουμε εργαζόμενοι λίγο διαφορετικά,

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 + E_4 \Leftrightarrow \\ h \frac{c}{\lambda_1} &= h \frac{c}{\lambda_2} + h \frac{c}{\lambda_4} \Leftrightarrow \\ \frac{1}{\lambda_1} &= \frac{1}{\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_4} \Leftrightarrow \\ \frac{1}{\lambda_2} &= \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_4} \Leftrightarrow \\ \frac{1}{\lambda_2} &= \frac{1}{255,4} - \frac{1}{500,4} \Leftrightarrow \\ \frac{1}{\lambda_2} &= 0,0019170247 \Leftrightarrow \\ \lambda_2 &= 521,64168 \\ &= 521,6 \text{ nm} \end{aligned}$$

Γ). Συνεπώς έχουμε δύο φωτόνια στην περιοχή του ορατού, ένα στην περιοχή του υπεριώδους και ένα στην περιοχή του υπέρυθρου.