out = (A+B)B'+B'+BC

$$\begin{aligned}
\text{out} &= (A+B)B' + B' + BC \\
&= AB' + BB' + B' + BC \quad (\text{διανομή } (A+B)B') \\
&= AB' + 0 + B' + BC \quad (\text{γιατί } BB' = 0) \\
&= AB' + B' + BC \\
&= B'(A+1) + BC \quad (\text{παραγοντοποίηση}) \\
&= B' + BC \quad (\text{γιατί } A+1 = 1) \\
&= B' + C \quad (\text{χρήση } B' + BC = (B'+B)(B'+C) = 1 \cdot (B'+C) = B'+C).
\end{aligned}$$

Άρα η απλοποιημένη μορφή είναι:

$$\boxed{\text{out} = B' + C}$$

Έχουμε την έκφραση $X(X'+Y)$. Απλοποιούμε:

$$\begin{aligned}
X(X'+Y) &= X \cdot X' + X \cdot Y \\
&= 0 + XY \qquad (\text{γιατί } X \cdot X' = 0) \\
&= XY.
\end{aligned}$$

Άρα η απλοποιημένη μορφή είναι $\boxed{XY}$.

Έχουμε:

$$X + X'Y$$

Πάμε **βήμα-βήμα:**

$$\begin{aligned}
X + X'Y &= (X+X')(X+Y) \quad (\text{με βάση τον τύπο: } A + BC = (A+B)(A+C)) \\
&= 1 \cdot (X+Y) \quad (\text{επειδή } X + X' = 1) \\
&= X + Y.
\end{aligned}$$

✅ Άρα η **απλοποιημένη μορφή** είναι:

$$\boxed{X + Y.}$$

Απλοποιούμε βήμα-βήμα:

$$(X+Y)(X+Y')$$

Βήμα 1 – Εφαρμογή διανομής:

$$= X(X+Y') + Y(X+Y')$$

ή πιο καθαρά με τον τύπο διανομής:

$$(X+Y)(X+Y') = X + (Y \cdot Y')$$

(Εδώ χρησιμοποιούμε ότι $A + AB = A$ και $Y \cdot Y' = 0$).

Βήμα 2 – Απλοποίηση:

$$X + (Y \cdot Y') = X + 0 = X$$

✅ Τελικό αποτέλεσμα:

$$\boxed{(X+Y)(X+Y') = X}$$

XY+X'Z+YZ

Απλοποιούμε βήμα-βήμα τη λογική συνάρτηση:

$$F = XY + X'Z + YZ$$

🔷 Βήμα 1: Έλεγχος για συνδυασμό όρων

Παρατηρούμε ότι υπάρχει ο όρος YZ, που ίσως απορροφάται από τους άλλους.

🔷 Βήμα 2: Χρήση θεωρημάτων λογικής άλγεβρας

Γνωστή **ταυτότητα συνδυασμού (consensus theorem)**:

$$XY + X'Z + YZ = XY + X'Z$$

Δηλαδή ο όρος YZ είναι **πλεοναστικός** και μπορεί να αφαιρεθεί.

🔷 Βήμα 3: Επομένως

$$\boxed{F = XY + X'Z}$$

✅ Απλοποιημένη μορφή:

$$F = XY + X'Z$$

Αυτή η συνάρτηση περιγράφει ένα **πολυπλέκτη 2×1 (MUX)** με επιλογή X:
αν $X = 1 \rightarrow F = Y$,
αν $X = 0 \rightarrow F = Z$.

Δευτερος τρόπος υλοποίησης:

$$F = XY + X'Z + YZ$$

το κάνουμε ως εξής:

Απλοποίηση με άλγεβρα Boole

Παίρνουμε τον όρο YZ και προσπαθούμε να τον απορροφήσουμε.

Χρησιμοποιούμε το θεώρημα απορρόφησης:

$$YZ \subseteq XY + X'Z \quad (\text{δύο όροι που ήδη καλύπτουν όλες τις περιπτώσεις του YZ})$$

Πιο αναλυτικά:

1) Απορρόφηση του YZ από το XY:

$$XY + YZ = Y(X + Z)$$

2) Απορρόφηση του $Y(X + Z)$ με τον όρο $X'Z$:

Το $X'Z$ δεν απορροφάται από το $Y(X + Z)$, ούτε το αντίστροφο — αλλά μπορούμε να γράψουμε:

$$F = XY + X'Z + YZ = XY + X'Z + YZ$$

Ο σωστός τρόπος είναι:

Ο όρος YZ **είναι πλήρως περιττός**, γιατί ήδη καλύπτεται από τους άλλους δύο όρους.

Απόδειξη:

- Αν $Y = 1$ και $Z = 1$: ο όρος $X'Z$ → 1
- Αν $Y = 1$ και $X = 1$: ο όρος XY → 1

Άρα το YZ δεν προσθέτει νέες περιπτώσεις.

Τελικό απλοποιημένο αποτέλεσμα

$$\boxed{F = XY + X'Z}$$

(X+Y)(X'+Z)(Y+Z)

Ας απλοποιήσουμε **βήμα-βήμα** τη συνάρτηση:

$$F = (X + Y)(X' + Z)(Y + Z)$$

🔷 Βήμα 1: Πολλαπλασιάζουμε τα δύο πρώτα

$$(X + Y)(X' + Z) = XX' + XZ + YX' + YZ$$

Ξέρουμε ότι $XX' = 0$, οπότε:

$$= XZ + X'Y + YZ$$

🔷 Βήμα 2: Εισάγουμε το τρίτο παράγοντα $(Y + Z)$

$$F = (XZ + X'Y + YZ)(Y + Z)$$

Διανέμουμε:

$$F = (XZ)(Y + Z) + (X'Y)(Y + Z) + (YZ)(Y + Z)$$

🔷 Βήμα 3: Αναπτύσσουμε κάθε όρο

$$F = XZY + XZ^2 + X'Y^2 + X'YZ + YZ^2 + Y^2Z$$

Απλοποιούμε με τους νόμους $A^2 = A$ και $Z^2 = Z$:

$$F = XYZ + XZ + X'Y + X'YZ + YZ + YZ$$

Και επειδή $YZ + YZ = YZ$ και $X'YZ$ περιέχεται ήδη μέσα στο $X'Y$ (όχι όμως εδώ — θα ελέγξουμε), ας ενοποιήσουμε όρους προσεκτικά.

🔷 Βήμα 4: Παρατήρηση απορρόφησης

Η συνάρτηση έχει όρους:

$$F = XZ + XYZ + X'Y + X'YZ + YZ$$

Τώρα:

- XZ **απορροφά** το XYZ → γιατί $XZ + XYZ = XZ$
- $X'Y$ **απορροφά** το $X'YZ$ → γιατί $X'Y + X'YZ = X'Y$

Άρα:

$$F = XZ + X'Y + YZ$$

🔷 Βήμα 5: Χρήση θεωρήματος συνδυασμού (consensus)

Γνωρίζουμε ότι:

$$XZ + X'Y + YZ = XZ + X'Y$$

(ο όρος YZ είναι πλεονάζων, "consensus term").

✅ Τελική απλοποιημένη μορφή:

$$\boxed{F = XZ + X'Y}$$

Αυτό είναι επίσης η συνάρτηση ενός **MUX** με επιλογή X:

- Αν $X = 1 \rightarrow F = Z$
- Αν $X = 0 \rightarrow F = Y$.

απλοποιηστε την συναρτηση A'B'C'+A'BC'+AB'C'+ABC'

$$F = A'B'C' + A'BC' + AB'C' + ABC'$$

Βγάζουμε κοινό C':

$$F = C'(A'B' + A'B + AB' + AB)$$

Ομαδοποιούμε τα δύο πρώτα και τα δύο τελευταία:

$$A'B' + A'B = A'(B' + B) = A'$$
$$AB' + AB = A(B' + B) = A$$

Άρα το εσωτερικό γίνεται $A' + A = 1$. Συνεπώς

$$F = C' \cdot 1 = \boxed{C'}.$$

Δίνεται

$$Q = (x + y + z)(x + y' + z)(x + y' + z').$$

1) Απλοποίηση

Παρατηρούμε πρώτα

$$(x + y' + z)(x + y' + z') = x + y' \quad (\text{λόγω } (A + B)(A + B') = A + BB' = A).$$

Άρα

$$Q = (x + y + z)(x + y') = x + (y + z)y' = x + y'z.$$

(ή ισοδύναμα $Q = x + y'z$).

---

2) Άθροισμα των ελαχιστόρων (canonical SOP)

Οι γραμμές όπου $Q = 1$ είναι:

- όλες οι γραμμές με $x = 1$: m4(100), m5(101), m6(110), m7(111),
- η γραμμή $x = 0, y = 0, z = 1$: m1(001).

Άρα ως άθροισμα ελαχιστόρων:

$$\boxed{Q = \Sigma m(1, 4, 5, 6, 7)}$$

και σε πλήρη (canonical) μορφή με γινόμενα όλων των μεταβλητών:

$$Q = x'y'z \ + \ xy'z' \ + \ xy'z \ + \ xyz' \ + \ xyz.$$

(Πρακτικά η συμπαγής απλοποιημένη SOP είναι $Q = x + y'z$.)

3) Γινόμενο μεγιστόρων (canonical POS)

Οι γραμμές με $Q = 0$ είναι m0(000), m2(010), m3(011).

Άρα ως γινόμενο μεγιστόρων:

$$\boxed{Q = \Pi M(0, 2, 3)}$$

και σε μορφή μεγιστόρων:

$$Q = (x + y + z)\,(x + y' + z)\,(x + y' + z'),$$

δηλαδή ακριβώς η αρχική έκφραση (που είναι η canonical POS).

Σύνοψη

- Απλοποιημένη SOP: $Q = x + y'z$.
- Canonical SOP: $Q = \Sigma m(1, 4, 5, 6, 7)$ (ή το άθροισμα των πέντε minterms που έδωσα).
- Canonical POS: $Q = \Pi M(0, 2, 3)$ (ίδιο με το δοθέν γινόμενο).

πίνακας αληθείας για Q=(x+y+z)(x+y′+z)(x+y′+z′) , με τη μορφή Q=x+y′z.

m	x	y	z	y'	y'·z	Q = x + y'·z
0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1
2	0	1	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0
4	1	0	0	1	0	1
5	1	0	1	1	1	1
6	1	1	0	0	0	1
7	1	1	1	0	0	1

Σημειώσεις:

- Στην στήλη **m** οι minterms αρίθμηση είναι με δυαδική σειρά $m = 4x + 2y + z$.
- Όπως φαίνεται, $Q = 1$ για m = 1,4,5,6,7 → επιβεβαιώνει την έκφραση $Q = \Sigma m(1, 4, 5, 6, 7)$.

Απλοποίηση συναρτήσεων

Θεώρημα Απορρόφησης
$A+AB=A$

α) $A+\bar{A}B = A+B$

- 1ος Τρόπος Λύσης

$A+\bar{A}\cdot B = \underset{\uparrow A+AB}{(A)} + \bar{A}\cdot B = A+AB+\bar{A}\cdot B =$

$A+B(A+\bar{A}) = \underline{\underline{A+B}}$

- 2ος Τρόπος Λύσης

$A+A'B = (A+\bar{A})(A+B) = A\cdot A + AB + \overset{0}{\bar{A}A} + \bar{A}\ldots$

$= A+AB+\bar{A}\cdot B = A+B(A+\bar{A}) = \underline{\underline{A+B}}$

$\boxed{\text{Επιμεριστική Ιδιότητα}}$

- $A+\bar{A}B = (A+\bar{A})(A+B)$
- $\bar{A}+AB = (A+\bar{A})(\bar{A}+B)$
- $A+AB = (A+B)(A+A) = (A+B)A = AA+AB = A+AB = A(1+B) = A$

β) $\bar{A}+AB = \bar{A}+B$

- 1ος Τρόπος Λύσης

$\bar{A}+AB = (A+\bar{A})(\bar{A}+B) = \overset{0}{A\bar{A}} + AB + \bar{A}\cdot\bar{A} + \bar{A}\cdot B =$

$= A\cdot B + \bar{A} + \bar{A}\cdot B = \bar{A} + B(\overset{1}{\bar{A}+A}) = \underline{\bar{A}+B}$

- 2ος Τρόπος Λύσης

$\bar{A}+AB = \underset{\uparrow A+AB}{\bar{A}} + \underset{\uparrow A+AB}{A}B = (\overline{A+AB}) + (A+AB)\cdot B$

$=\overline{A(1+B)}+AB+ABB=\overline{A(1+B)}+AB+AB$

$\boxed{\text{Σημείωση: } (\overline{A+AB})=\overline{A(1+B)}}$

$=\overline{A(1+B)}+AB$ Από δεύτερο θεώρημα Άλγεβρας Boole έχουμε:

$\overline{A(1+B)}=\bar{A}$ Άρα λοιπόν έχουμε:

$=\bar{A}+AB$ Μετά έχουμε:

επιμεριστική ιδιότητα

$=\bar{A}+AB=(A+\bar{A})(\bar{A}+B)=\underline{\underline{\bar{A}+B}}$