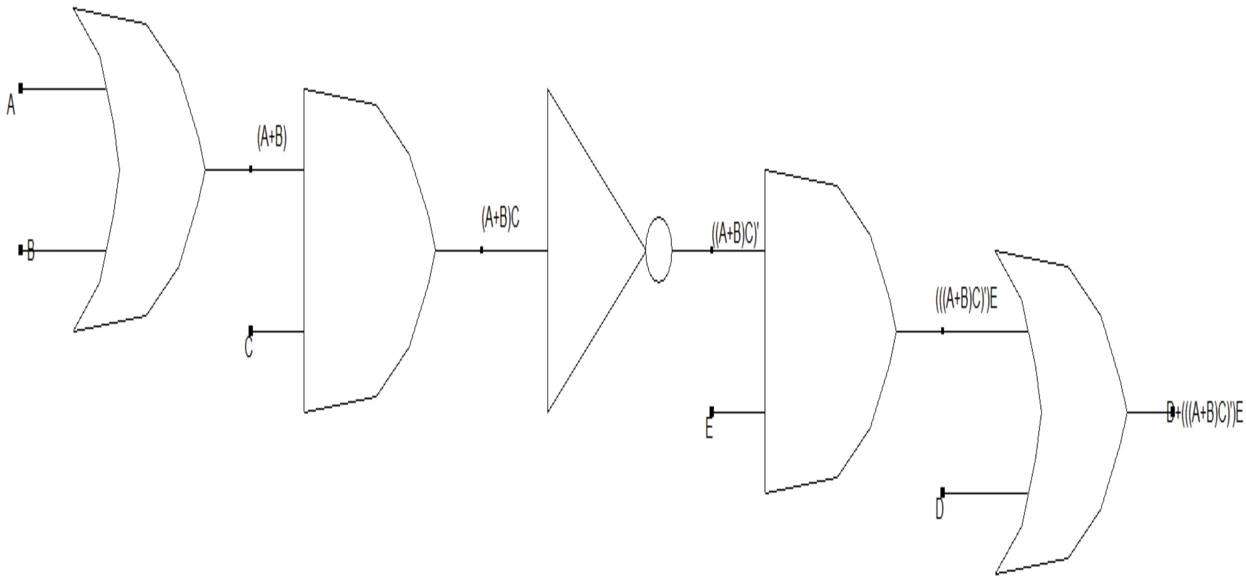
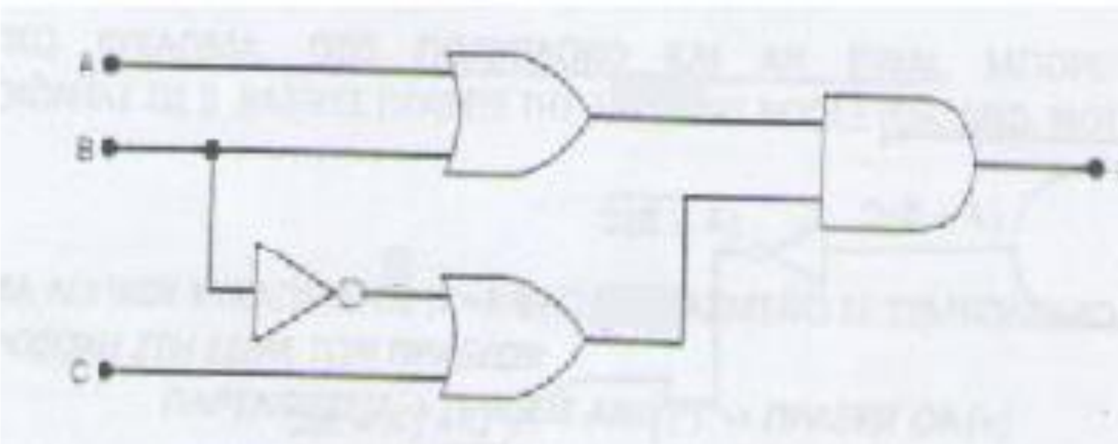
Σχεδιαστε το κυκλωμα που περιγραφεται απο την παρακατω εκφραση :
F=D+((A+B)C)'E



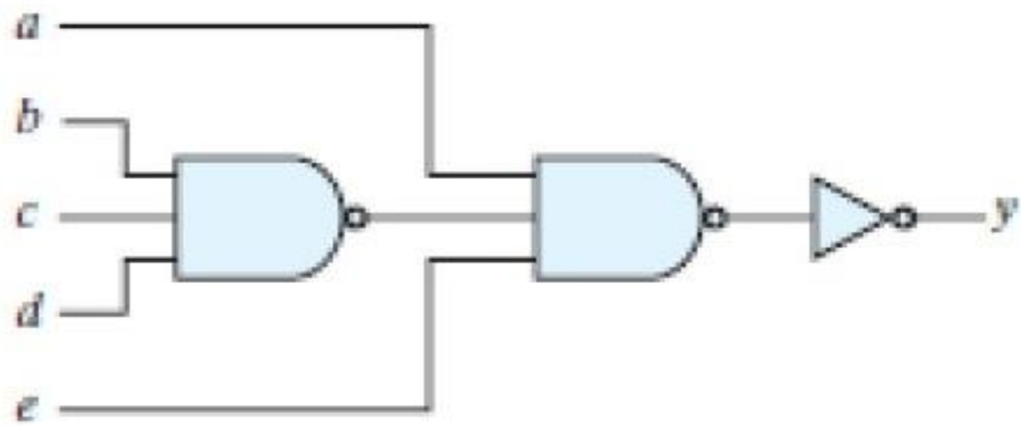
1. Σχεδιάστε το κύκλωμα που περιγράφεται από την παρακάτω έκφραση

$$F_1 = \overline{A}BC(\overline{A+D})$$

2. Για το παρακάτω απεικονιζόμενο κύκλωμα ποια είναι η αλγεβρική έκφραση Boole



Να γράψετε τη συνάρτηση Boole που περιγράφει το απεικονιζόμενο ψηφιακό κύκλωμας



Πινακας αληθειας - Ελαχιστοροι - Μεγιστοροι

x	**y**	**z**	**Συνάρτηση f_1**
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$f_1 = x'y'z + xy'z' + xyz = m_1 + m_4 + m_7$$

$$f_1' = x'y'z' + x'yz' + x'yz + xy'z + xyz'$$

$$f_1 = (x+y+z)\cdot(x+y'+z)\cdot(x+y'+z')\cdot(x'+y+z')\cdot(x'+y'+z)$$

$$= M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6$$

Δίνεται η λογική συνάρτηση:

$$Q = (x + y + z)(x + \overline{y} + z)(x + \overline{y} + \overline{z})$$

A) Να γραφτεί ο πίνακας αληθείας
B) Να γραφεί ως άθροισμα των ελαχιστόρων, ως γινόμενο μεγιστόρων (και με τους συντομευμένους τρόπους)

Άθροισμα ελαχιστόρων

Να εκφραστεί η F=A+B'C ως άθροισμα ελαχιστόρων

Από τον πρώτο όρο λείπουν οι B και C. Άρα:
A = A(B+B') = AB + AB'
A = AB(C+C') + AB'(C+C') = ABC + ABC' + AB'C + AB'C'
Από τον δεύτερο όρο λείπει μία μεταβλητή:
B'C = B'C(A+A') = B'CA + B'CA' = AB'C + A'B'C
Αθροίζοντας τους όρους έχουμε
F = ABC + ABC' + AB'C + AB'C' + AB'C + A'B'C
Αλλά ο όρος AB'C εμφανίζεται δύο φορές, οπότε σύμφωνα με το θεώρημα 1 (x+x=x) απαλείφουμε τον έναν όρο
Τελικά F=A'B'C+ AB'C' + AB'C + ABC' + ABC = $m_1+m_4+m_5+m_6+m_7$
F(A, B, C) = Σ(1,4,5,6,7)

F = A+B με καρνο

Πίνακας αληθείας

A	**B**	**F = A + B**
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

K-χάρτης (AB)

Χρησιμοποιούμε 2×2 K-χάρτη (σειρές = A, στήλες = B σε Gray code):

	B=0	B=1
A=0	0	1
A=1	1	1

Ομαδοποιήσεις

- Μπορούμε να ομαδοποιήσουμε τις 1 ως:
    - μία οριζόντια ομάδα (A=1, B=0 και A=1, B=1) → αυτή δίνει τον όρο **A**.
    - μία κάθετη ομάδα (A=0,B=1 και A=1,B=1) → αυτή δίνει τον όρο **B**.

Κάθε ομαδοποίηση καλύπτει 2 κελιά και οδηγεί σε έναν απλό όρο (εξάλειψη της άλλης μεταβλητής).

Συνδυασμός → τελικό

Πρόσθεση των όρων:

F=A+B.

Canonical μορφές (για πληρότητα)

- **Συνοπτικό SOP (minterms):** F=Σm(1,2,3).
- **Canonical POS (maxterms):** F=ΠM(0)=(A+B) (εδώ η αρχική έκφραση είναι ήδη POS).

Σύντομο σχόλιο

Ο K-χάρτης δείχνει ξεκάθαρα γιατί οι 1 σχηματίζουν όρους A και B και γιατί δεν χρειάζεται τίποτα περισσότερο — το A+B είναι το ελάχιστο (ορθολογικά και σε επίπεδα υλοποίησης).

F= Σ(2,3,4,5) με καρνο

A\BC	00	01	11	10
0	0	0	1	1
1	1	1	0	0

 2 → 010 → A=0, B=1, C=0

- 3 → 011 → A=0, B=1, C=1
- 4 → 100 → A=1, B=0, C=0
- 5 → 101 → A=1, B=0, C=1

Ομαδοποίηση των 1

- Βλέπουμε ότι μπορούμε να ομαδοποιήσουμε **2 ομάδες των 2 κελιά η κάθε μία**:

1. Κάτω αριστερά: μινοίτες 4 και 5 → A=1, B=0 (C αλλάζει) → **A B'**
2. Πάνω δεξιά: μινοίτες 2 και 3 → A=0, B=1 (C αλλάζει) → **A' B**

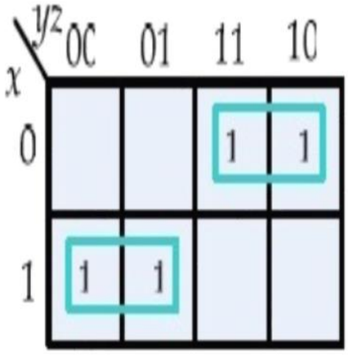
Τελική απλοποιημένη συνάρτηση

$F(A,B,C)=A'B+AB'$

Αυτός είναι ο **ελάχιστος αριθμός όρων** για αυτή τη συνάρτηση.

Η προηγουμενη παρατηρηση ειναι πολυ σημαντικη για τις απλοποιησεις μιας συνάρτησης Boole.

- Έστω για παράδειγμα πως είχαμε να απλοποιήσουμε την $F=\sum(2,3,4,5)$ η οποία αναπαρίσταται ως εξής πάνω στο χάρτη:



- ✓ Ο χάρτης μας πληροφορεί πως ο ελαχιστό-ορος m_3 (011) και ο ελαχιστό-ορος m_2 (010) είναι γειτονικοί και επομένως μπορούν να απλοποιηθούν απαλείφοντας την μεταβλητή στην οποία διαφέρουν (δηλαδή την *z*). Ομοίως και ο m_4 (100) και m_5 (101) διαφέρουν πάλι στην *z*.
- ✓ Από την πρώτη απλοποίηση προκύπτει ένας ελαχιστό-όρος 01 ως προς τις (x,y), δηλαδ ο $x'y$ ενώ από την δεύτερη ένας ελαχιστό-όρος 10 ως προς τις (x,y), δηλαδή ο xy'.
- ✓ Άρα η F μπορεί να γραφεί και $F=xy'+yx'$.