

Τι σημαίνει “προσημασμένος αριθμός”;

Ένας **προσημασμένος** αριθμός μπορεί να είναι **θετικός ή αρνητικός**.

Για να το δείξουμε αυτό, χρησιμοποιούμε το **πρώτο bit (το πιο αριστερό)** ως **bit πρόσημου (sign bit)**:

Bit πρόσημου	Ερμηνεία
0	Θετικός αριθμός
1	Αρνητικός αριθμός

Αναπαράσταση σε 8 bit

Με 8 bits έχουμε **1 bit για το πρόσημο** και **7 bits για την τιμή (magnitude)**.

Συνήθως χρησιμοποιούμε το **συμπλήρωμα ως προς 2 (Two’s Complement)** για τα αρνητικά.

► Εύρος τιμών:

Είδος	Δυαδικό	Δεκαδικό
Ελάχιστο (αρνητικό)	10000000	-128
Μέγιστο (θετικό)	01111111	+127

Άρα το εύρος των 8-bit προσημασμένων είναι:

-128 ως +127

Θετικοί αριθμοί

Απλώς γράφονται κανονικά σε δυαδική μορφή.

Δεκαδικό	Δυαδικό (8-bit)
+5	00000101
+23	00010111
+127	01111111

Αρνητικοί αριθμοί – Συμπλήρωμα ως προς 2

Για να βρεις το δυαδικό ενός **αρνητικού** αριθμού:

Βήματα:

ΑΝΤΩΝΙΟΣ ΜΙΧ ΜΑΡΑΓΚΟΥΔΑΚΗΣ
ΠΡΟΣΗΜΑΣΜΕΝΟΙ ΓΕΝΙΚΑ – ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ – 8 ΜΠΙΤ

- 1 Γράψε τον θετικό αριθμό σε 8 bit
- 2 Αντιστροφή όλων των bits (0→1, 1→0)
- 3 Πρόσθεσε 1

Παράδειγμα: -5

- 1 +5 = 00000101
- 2 Αντιστροφή → 11111010
- 3 +1 → 11111011

✓ Άρα:

-5 = 11111011

Δεκαδικό	8-bit Δυαδικό
+5	00000101
-5	11111011
+1	00000001
-1	11111111
+127	01111111
-128	10000000

Πίνακας προσημασμένων δυαδικών (8-bit)

Δεκαδικός	8-bit Δυαδικό	Επεξήγηση
-8	11111000	συμπλήρωμα ως προς 2 του 00001000
-7	11111001	συμπλήρωμα ως προς 2 του 00000111
-6	11111010	συμπλήρωμα ως προς 2 του 00000110
-5	11111011	συμπλήρωμα ως προς 2 του 00000101
-4	11111100	συμπλήρωμα ως προς 2 του 00000100
-3	11111101	συμπλήρωμα ως προς 2 του 00000011
-2	11111110	συμπλήρωμα ως προς 2 του 00000010
-1	11111111	συμπλήρωμα ως προς 2 του 00000001
0	00000000	0
+1	00000001	θετικός αριθμός
+2	00000010	θετικός αριθμός

Δεκαδικός	8-bit Δυαδικό	Επεξήγηση
+3	0000011	θετικός αριθμός
+4	0000100	θετικός αριθμός
+5	0000101	θετικός αριθμός
+6	0000110	θετικός αριθμός
+7	0000111	θετικός αριθμός
+8	0001000	θετικός αριθμός

Ολόκληρο εύρος 8-bit

Για αναφορά:

Ελάχιστο	Μέγιστο	Εύρος
-128	+127	256 διαφορετικές τιμές

Ας δούμε τα μειονεκτήματα της αναπαράστασης “προσημασμένου μεγέθους” (ή αλλιώς *sign-magnitude representation*), δηλαδή της μεθόδου όπου το πρώτο bit δείχνει το πρόσημο (0 = +, 1 = -) και τα υπόλοιπα bits δείχνουν το μέγεθος του αριθμού.

◆ Τι είναι η αναπαράσταση προσημασμένου μεγέθους

Σε αυτή τη μορφή, για 8-bit αριθμό:

Πρόσημο	Μέγεθος	Παράδειγμα
0xxxxxxx	Θετικός αριθμός	+5 → 00000101
1xxxxxxx	Αρνητικός αριθμός	-5 → 10000101

Μειονεκτήματα

1 □ Δύο διαφορετικές αναπαραστάσεις του μηδενός

Υπάρχει:

- +0 → 00000000
- -0 → 10000000

→ □ Αυτό προκαλεί ασάφεια και περιττό πλεονασμό, γιατί έχουμε δύο διαφορετικούς δυαδικούς για την ίδια αριθμητική τιμή (μηδέν).

Δυσκολία στις πράξεις (πρόσθεση, αφαίρεση)

Για πρόσθεση ή αφαίρεση πρέπει να ελέγχεται το **bit πρόσημου** ξεχωριστά και να εφαρμόζονται διαφορετικοί κανόνες αν οι αριθμοί έχουν ίδιο ή διαφορετικό πρόσημο.

→ Οι κυκλικές υλοποιήσεις (όπως οι ALU στους επεξεργαστές) γίνονται **πιο περίπλοκες**.

Δυσκολία στην αναπαράσταση και σύγκριση

Για να συγκρίνεις δύο προσημασμένους αριθμούς, πρέπει να ελέγξεις πρώτα το πρόσημο και μετά το μέγεθος.

→ Δεν υπάρχει **γραμμική σχέση** στη δυαδική ακολουθία (π.χ. το “μεγαλύτερο” bit δεν σημαίνει απαραίτητα μεγαλύτερη τιμή).

Περιορισμένη συμβατότητα με αριθμητική επεξεργασία

Επειδή δεν μπορείς να χρησιμοποιήσεις **τους ίδιους αλγορίθμους** για θετικούς και αρνητικούς αριθμούς (π.χ. πρόσθεση bit προς bit), οι υπολογισμοί γίνονται **λιγότερο αποδοτικοί**.

Δεν αξιοποιεί πλήρως το εύρος τιμών

Για 8-bit αριθμό:

- Το εύρος είναι από **-127 έως +127**
(όχι -128 έως +127, όπως στο συμπλήρωμα ως προς 2)

→ Δηλαδή “χάνουμε” μία τιμή εξαιτίας του διπλού μηδενός.

Μειονέκτημα	Περιγραφή
Διπλό μηδέν	+0 και -0 ξεχωριστά
Πολύπλοκες πράξεις	Πρέπει να ελέγχεται το πρόσημο
Περιορισμένο εύρος	Από $-(2^{n-1}-1)$ έως $+(2^{n-1}-1)$
Μη γραμμική σειρά τιμών	Δυσκολία σε συγκρίσεις
Όχι κατάλληλο για hardware	Οι ALU προτιμούν συμπλήρωμα ως προς 2

Ας δούμε **ένα συγκεκριμένο παράδειγμα** που δείχνει καθαρά **γιατί η πρόσθεση δεν λειτουργεί σωστά** με την αναπαράσταση **προσημασμένου μεγέθους (sign-magnitude)**.

◆ Υπενθύμιση:

Στην αναπαράσταση **προσημασμένου μεγέθους**:

- Το **αριστερό bit** είναι το **πρόσημο**
→ 0 = θετικός, 1 = αρνητικός
- Τα υπόλοιπα bits δείχνουν το **μέγεθος** (όπως αν ήταν απόλυτη τιμή)

Παράδειγμα

Θέλουμε να υπολογίσουμε:

$$(+5)+(-3)$$

► Σε 8-bit προσημασμένο μέγεθος:

Δεκαδικό	Δυαδικό (sign–magnitude)
+5	0000101
-3	1000011

Αν τα προσθέσουμε δυαδικά κανονικά:

$$\begin{array}{r} 0000101 \\ + 1000011 \\ \hline 10001000 \end{array}$$

Ερμηνεία αποτελέσματος:

10001000 →
bit πρόσημου = 1 (άρα αρνητικός)
μέγεθος = 0001000 = 8

✓ Άρα το αποτέλεσμα φαίνεται να είναι -8.

Όμως το σωστό μαθηματικά είναι:

$$(+5)+(-3)=+2$$

και όχι -8!

Τι πήγε στραβά:

Η δυαδική πρόσθεση δεν λαμβάνει υπόψη το πρόσημο χωριστά.
Στην αναπαράσταση προσημασμένου μεγέθους πρέπει να:

- Ελέγξεις πρώτα τα πρόσημα
- Αν είναι διαφορετικά, να κάνεις **αφαίρεση των μεγεθών**
- Και μετά να βάλεις το πρόσημο του μεγαλύτερου αριθμού

→ □ Δηλαδή η απλή δυαδική πρόσθεση bit–προς–bit δεν ισχύει όπως στο “συμπλήρωμα ως προς 2”.

Σύγκριση με συμπλήρωμα ως προς 2

Αν κάναμε την ίδια πράξη στο two’s complement:

Δεκαδικό	Two's complement (8-bit)
----------	--------------------------

+5	00000101
----	----------

-3	11111101
----	----------

00000101

+ 11111101

00000010 ← (απορρίπτεται η μεταφορά)

Αποτέλεσμα = 00000010 = **+2**, που είναι **σωστό**.

Συμπέρασμα

Η αναπαράσταση **προσημασμένου μεγέθους**:

- Δεν υποστηρίζει σωστά **πράξεις με διαφορετικά πρόσημα**
- Δεν επιτρέπει απευθείας χρήση της **δυναμικής πρόσθεσης**
- Γι' αυτό οι υπολογιστές **δεν τη χρησιμοποιούν**, αλλά προτιμούν το **συμπλήρωμα ως προς 2 (two's complement)**