

ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΜΕΣΟΓΕΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ

Τμήμα Μουσικής Τεχνολογίας και Ακουστικής

Ψηφιακά ηλεκτρονικά και Μικροεπεξεργαστές

E-Class: [Ψηφιακά Ηλεκτρονικά και Μικροεπεξεργαστές
https://eclass.hmu.gr/courses/SMOT103/](https://eclass.hmu.gr/courses/SMOT103/)

1

Υπολογιστές - μικροελεγκτές - μικροεπεξεργαστές

- Αυτόνομοι Υπολογιστές
- Ενσωματωμένοι σε άλλες συσκευές:
 - Οικιακές Συσκευές & Αυτοματισμοί (φούρνους μικροκυμάτων, καφετιέρες, τοστιέρες και πλυντήρια πιάτων, κλιματιστικά)
 - Αυτοκίνητα (50 έως και πάνω από 100 μικροελεγκτές!)
 - Καταναλωτικά Ηλεκτρονικά Προϊόντα (Τηλεχειριστήρια, Ψηφιακά Ρολόγια, Ηλεκτρικές Οδοντόβουρτσες, Παιχνίδια)
 - Βιομηχανία, Ιατρική & IoT (Internet of Things)

2

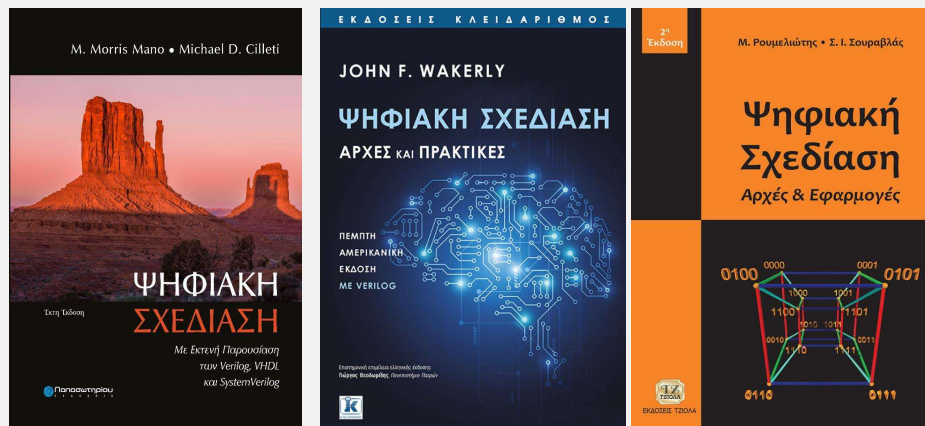
Στόχος του μαθήματος:

- Εξοικείωση με τα ψηφιακά ηλεκτρονικά και τους μικροϋπολογιστές
- Εφαρμογή τους σε κυκλώματα σχετικά με την παραγωγή ήχου
- Κατανόηση της θεωρίας της ψηφιακής λογικής
- Κατανόηση των βασικών λειτουργιών των μικροϋπολογιστών
- Εξοικείωση της χρήσης των μικροεπεξεργαστών για την παραγωγή & έλεγχο ήχου & ηχητικών διατάξεων.

Τα ψηφιακά ηλεκτρονικά κυκλώματα και οι μικροεπεξεργαστές χρησιμοποιούνται σε ένα ευρύ πεδίο εφαρμογών όπως ηλεκτρονικούς υπολογιστές, συστήματα ελέγχου και συστήματα μετάδοσης δεδομένων τη σύγχρονη εποχή.

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή στη Ψηφιακή Λογική
2. Άλγεβρα Boole - Ελαχιστόροι, Μεγιστόροι
3. Απλοποίηση συναρτήσεων και οικουμενικές πύλες
4. Ολοκληρωμένα κυκλώματα και συνδυαστικά κυκλώματα
5. Εισαγωγή στους μικροϋπολογιστές
6. Δομή και αρχιτεκτονική του μικροεπεξεργαστή και του μικροϋπολογιστή
7. Βασικές λειτουργίες του μικροεπεξεργαστή
8. Εκμάθηση Γλώσσας Assembly του μικροϋπολογιστή
9. Πλακέτες ανάπτυξης μικροελεγκτή Arduino Uno & ESP32
10. Χρήση εισόδων/εξόδων του μικροεπεξεργαστή για την παραγωγή & έλεγχο ήχου & ηχητικών διατάξεων



5



6

Αναλογικό vs Ψηφιακό

Αναλογικό είναι ένα μέγεθος (σήμα) όταν μπορεί να πάρει οποιαδήποτε τιμή από ένα συνεχές διάστημα τιμών.

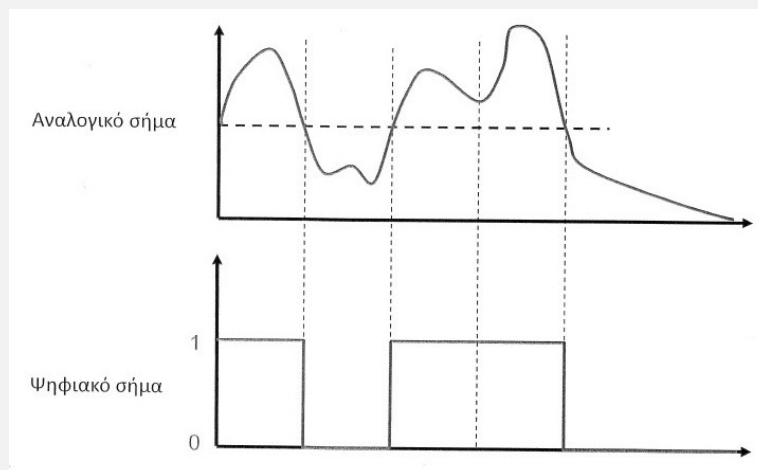
Η πλειοψηφία των μεγεθών στο κόσμο μας είναι αναλογικά.

Ψηφιακό (κβαντισμένο) είναι ένα μέγεθος (σήμα) όταν μπορεί να πάρει διακριτές τιμές. Οι τιμές που παίρνει είναι συγκεκριμένες.

Φωτεινοί σηματοδότες, διακόπτες είναι παραδείγματα.

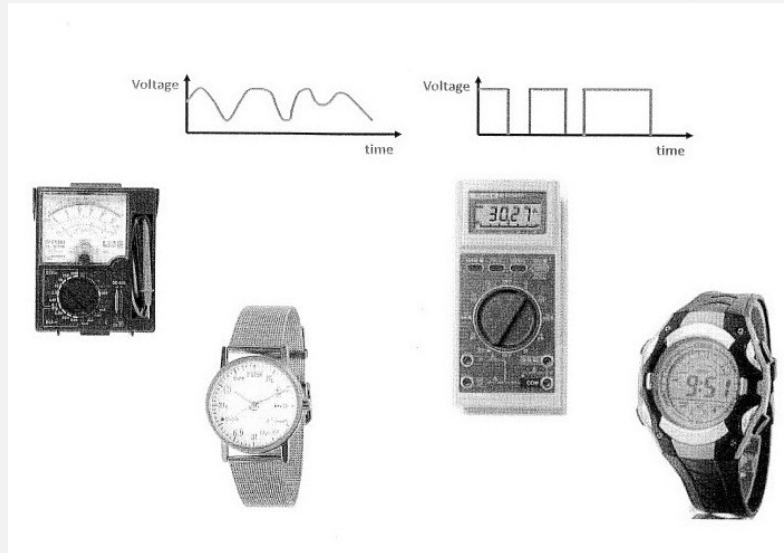
7

Αναλογικό vs Ψηφιακό σήμα



8

Αναλογικό vs Ψηφιακό



9

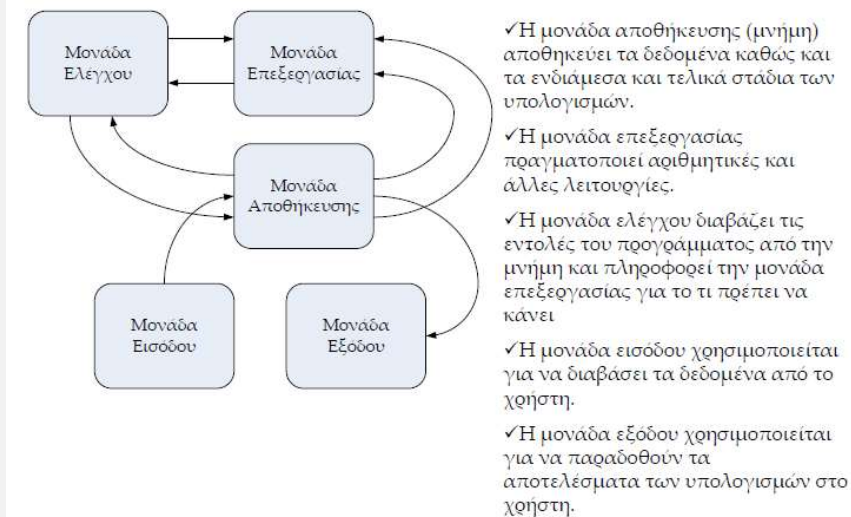
Ψηφιακό Σύστημα

- **Ψηφιακό σύστημα:** σύστημα που χειρίζεται διακριτά στοιχεία πληροφορίας, τα οποία παριστάνονται σε ψηφιακή μορφή.
- Τα διακριτά στοιχεία πληροφορίας μπορεί να είναι δεκαδικά ψηφία, γράμματα αλφαβήτου και κάθε άλλο σύνολο συμβόλων.
- Σε ένα ψηφιακό σύστημα τα διακριτά στοιχεία πληροφορίας παριστάνονται με φυσικές ποσότητες καλούμενες ψηφιακά σήματα (ηλεκτρική τάση, ένταση ηλεκτρικού ρεύματος).
- Στα σύγχρονα ηλεκτρονικά ψηφιακά συστήματα τα ψηφιακά σήματα χρησιμοποιούν μόνο δύο διακριτές τιμές και για αυτό λέγονται δυαδικά. Ένα δυαδικό ψηφίο, καλούμενο bit, μπορεί να πάρει δύο τιμές: 0 και 1.

10

Ψηφιακός Υπολογιστής

Ένας ψηφιακός υπολογιστής διαθέτει πέντε βασικές μονάδες οι οποίες αλληλεπιδρούν ώστε να καταστεί δυνατή η επεξεργασία των δεδομένων που βρίσκονται σε ψηφιακή μορφή.



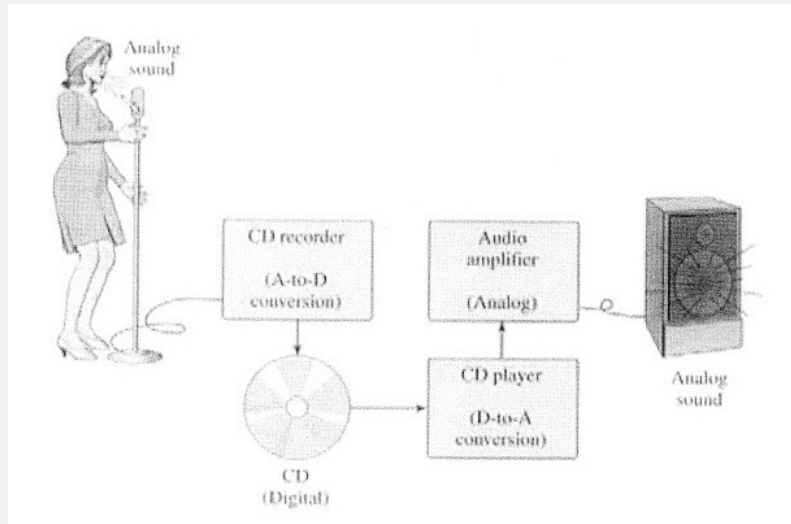
11

Ψηφιακά συστήματα και ψηφιακοί υπολογιστές

- Ο φυσικός κόσμος στον οποίο ζούμε συμπεριφέρεται ως ένα αναλογικό σύστημα, δηλαδή τα φυσικά μεγέθη τείνουν να έχουν συνεχές και όχι διακριτό πεδίο τιμών.
- Για να προσομοιώσουμε ένα φυσικό σύστημα θα πρέπει να μετατρέψουμε τα αναλογικά του μεγέθη σε ψηφιακά.
- Για παράδειγμα, η θέση ενός δορυφόρου καθορίζεται από τρεις συντεταγμένες (X, Y, Z) που μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή στο πεδίο των πραγματικών αριθμών.
- Ωστόσο, για να υπολογίσουμε την τροχιά του δορυφόρου με τη βοήθεια ενός ψηφιακού υπολογιστή θα πρέπει με κάποιο τρόπο να κβαντίσουμε τα X, Y, Z ώστε να αναπαρασταθούν με ψηφιακά σήματα.
- Η διαδικασία αυτή ονομάζεται μετατροπή αναλογικού σε ψηφιακό (analog to digital conversion, A/D conversion).

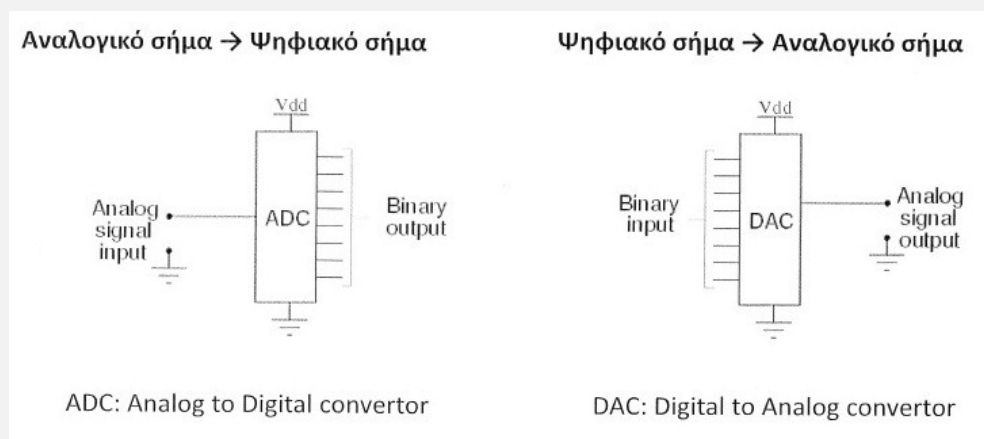
12

Διαδικασία μετατροπής αναλογικού σήματος σε ψηφιακό και μετά πάλι σε αναλογικό



13

Μετατροπή αναλογικού σε ψηφιακού & αντίστροφα ADC & DAC



14

Αριθμητικά συστήματα

r : ο αριθμός των ψηφίων που χρησιμοποιεί το σύστημα, η λεγόμενη βάση του συστήματος

Βάση r	Σύστημα	Ψηφία
2	Δυαδικό	0,1
8	Οκταδικό	0,1,2,3,4,5,6,7
10	Δεκαδικό	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
16	Δεκαεξαδικό	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

15

Δυαδικό σύστημα ($r=2$)

Στα ψηφιακά κυκλώματα που θα εξετάσουμε, οι πληροφορίες αναπαρίστανται κυρίως με αριθμούς του δυαδικού συστήματος.

$D=0,1$ Δύο δυνατές τιμές έχει το δυαδικό ψηφίο (bit)

Παράδειγμα: ο αριθμός 3 είναι (0011)

ο αριθμός 4 είναι (0100)

ο αριθμός 6 είναι (0110)

128	64	32	16	8	4	2	1	$2^0 = 1$
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	$2^1 = 2$
								$2^2 = 4$
								$2^3 = 8$
								$2^4 = 16$
								$2^5 = 32$
								$2^6 = 64$
								$2^7 = 128$

16

Δυαδικό σύστημα-Δυνάμεις του 2

Το $2^{10} \rightarrow (1.024)$ αντιστοιχεί στο kilo (K)

Το $2^{20} \rightarrow (1.048.576)$ αντιστοιχεί στο Mega (M)

Το $2^{30} \rightarrow (1.073.741.824)$ αντιστοιχεί στο Giga (G)

Το $2^{40} \rightarrow (1.099.511.627.776)$ αντιστοιχεί στο Tera (T)

Η χωρητικότητα των υπολογιστών συνήθως δίνεται σε **bytes**.

Ένα **byte** ισούται με **8 bit** και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παράσταση στον υπολογιστή ενός χαρακτήρα του πληκτρολογίου.

17

Δεκαδικό σύστημα ($r=10$)

D=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

- Παράδειγμα: ο αριθμός (2356)



18

Αναπαράσταση αριθμών σε διαφορετικά συστήματα

Δεκαδικό	Δυαδικό	Οκταδικό	Δεκαεξαδικό
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

19

Αναπαράσταση αριθμού σε σύστημα με βάση r

- Ένας δεκαδικός αριθμός όπως το 7392 παριστάνει μια ποσότητα ίση με 7 χιλιάδες συν 3 εκατοντάδες συν 9 δεκάδες συν 2 μονάδες

$$7 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 9 \times 10 + 2 \times 10^0$$

- Γενικά ένας αριθμός που εκφράζεται σε ένα σύστημα με βάση r έχει συντελεστές που πολ/νται με δυνάμεις του r

$$\alpha_n \times r^n + \alpha_{n-1} \times r^{n-1} + \dots + \alpha_1 \times r + \alpha_0 + \alpha_{-1} r^{-1} + \dots + \alpha_{-m} r^{-m}$$

Οι συντελεστές α_i μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή από 0 ως $r-1$

20

Μετατροπές αριθμών

Η μετατροπή ενός αριθμού από το σύστημα με βάση r στο δεκαδικό σύστημα γίνεται αν αναπτύξουμε τον αριθμό σε μια ακολουθία δυνάμεων του r και προσθέσουμε όλους τους όρους.

21

Μετατροπή αριθμών από το δυαδικό ($r=2$) σύστημα στο δεκαδικό

Παράδειγμα: Να γραφεί ο αριθμός $(1001110.101)_2$ στο δεκαδικό σύστημα

$$(1001110.101)_2 =$$

$$1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} =$$

$$64 + 0 + 0 + 8 + 4 + 2 + 0 + 1/2 + 0 + 1/8 = 78 + 0.5 + 0.125 = 78.625$$

128	64	32	16	8	4	2	1	
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
								$2^0 = 1$
								$2^1 = 2$
								$2^2 = 4$
								$2^3 = 8$
								$2^4 = 16$
								$2^5 = 32$
								$2^6 = 64$
								$2^7 = 128$

22

Μετατροπή αριθμών από το δυαδικό ($r=2$) σύστημα στο δεκαδικό

Ζητούμενο:

Να γραφεί ο αριθμός $(11011.1011)_2$ στο
δεκαδικό σύστημα

Απάντηση:

$$(11011.1011)_2 = (27.6875)_{10}$$

23

Μετατροπή αριθμών από το οκταδικό ($r=8$) σύστημα στο δεκαδικό

Παράδειγμα: Να γραφεί ο αριθμός $(157.402)_8$ στο
δεκαδικό σύστημα

$$\begin{aligned}(157.402)_8 &= 1 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 7 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} + 0 \times 8^{-2} + 2 \times 8^{-3} = 64 + \\ &40 + 7 + 0.5 + 0 + 0.00390625 = \\ &111 + 0.50390625 = 111.50390625\end{aligned}$$

Απάντηση:

$$(157.402)_8 = (111.50390625)_{10}$$

24

Μετατροπή αριθμών από το οκταδικό ($r=8$) σύστημα στο δεκαδικό

Ζητούμενο:

Να γραφεί ο αριθμός $(237.61)_8$ στο δεκαδικό σύστημα

Απάντηση:

$$(237.61)_8 = (159.765625)_{10}$$

25

Μετατροπή αριθμών από το δεκαεξαδικό ($r=16$) σύστημα στο δεκαδικό

Παράδειγμα: Να γραφεί ο αριθμός $(24A.4D)_{16}$ στο δεκαδικό σύστημα

$$\begin{aligned}(24A.4D)_{16} &= 2 \times 16^2 + 4 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 4 \times 16^{-1} + 13 \times 16^{-2} = 512 \\ &+ 64 + 10 + 0.25 + 0.05078125 = \\ &586 + 0.305078125 = 586.30078125\end{aligned}$$

Απάντηση:

$$(24A.4D)_{16} = (586.30078125)_{10}$$

26

Μετατροπή δεκαδικού αριθμού σε αριθμό στη βάση r

Είναι απαραίτητο να διαχωρίσουμε τον αριθμό σε ένα ακέραιο και σε ένα κλασματικό μέρος, επειδή κάθε μέρος θα υποστεί διαφορετική διαδικασία μετατροπής.

Η μετατροπή του ακεράιου γίνεται αν διαιρέσουμε τον αριθμό και όλα τα επακόλουθα πηλίκια με το r και συγκεντρώσουμε τα υπόλοιπα.

27

Μετατροπή δεκαδικού σε δυαδικό αριθμό

Αριθμητική διαδικασία

1. Διαίρεση του αριθμού με τη βάση

$$\text{π.χ. } 78/2=39 \text{ } 0$$

$$39/2=19 \text{ } 1$$

$$19/2=9 \text{ } 1$$

$$9/2=4 \text{ } 1$$

$$4/2=2 \text{ } 0$$

$$2/2=1 \text{ } 0$$

$$1/2=0 \text{ } 1$$

2. Κρατήστε το υπόλοιπο των διαιρέσεων (0 ή 1)

3. Επανάληψη μέχρι να προκύψει μηδέν 0.

4. Προκύπτει ο αριθμός στη βάση 2, από τα υπόλοιπα των διαιρέσεων, γράφοντάς τα αντεστραμμένα.

$$(78)_{10}=(1001110)_2$$

28

Μετατροπή δεκαδικού σε δυαδικό αριθμό

Η μετατροπή δεκαδικού κλάσματος σε δυαδικό γίνεται με τη διαφορά ότι κάνουμε πολ/σμο αντί για διαίρεση και συγκεντρώνουμε τα ακέραια μέρη.

Αριθμητική διαδικασία

1. Πολλαπλασιασμός του δεκαδικού μέρους με τη βάση

π.χ. 0.62	$0.62 \times 2 = 1.24$	1
	$0.24 \times 2 = 0.48$	0
	$0.48 \times 2 = 0.96$	0
	$0.96 \times 2 = 1.92$	1
	$0.92 \times 2 = 1.84$	1
	$0.84 \times 2 = 1.68$	1

2. Κρατήστε ξεχωριστά το ακέραιο μέρος των πολλαπλασιασμών

3. Επανάληψη πολλαπλασιασμών μόνο με το δεκαδικό μέρος

4. Προκύπτει ο αριθμός στη βάση 2, από τα ακέραια μέρη των πολλαπλασιασμών, γράφοντάς τα κανονικά σε ορθή σειρά.

π.χ. $(0.62)_{10} = (0.100111)_2$

29

Μετατροπή δεκαδικού σε δυαδικό αριθμό

Παράδειγμα: Ο αριθμός 78.62 στο δυαδικό

Το ακέραιο μέρος

$$(78)_{10} = (1001110)_2$$

Το δεκαδικό μέρος

$$(0.62)_{10} = (0.100111)_2$$

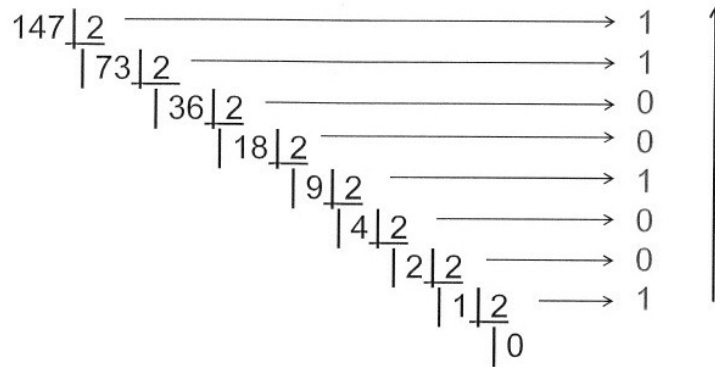
Τέλος τα συνδιάζουμε $78.62_{10} = (1001110.100111)_2$

30

Μετατροπή δεκαδικού σε δυαδικό αριθμό

Παράδειγμα:

Μετατρέψτε τον ακέραιο αριθμό 147 στο δυαδικό σύστημα



Απάντηση: $147 = (10010011)_2$

31

Μετατροπή δεκαδικού σε οκταδικό αριθμό

Αριθμητική διαδικασία

1. Διαίρεση του αριθμού με τη βάση N

π.χ. $78/8=9 \text{ } 6$

$9/8=1 \text{ } 1$

$1/8=0 \text{ } 1$

2. Κρατήστε το υπόλοιπο των διαιρέσεων (0 έως 7)

3. Επανάληψη μέχρι να προκύψει μηδέν 0.

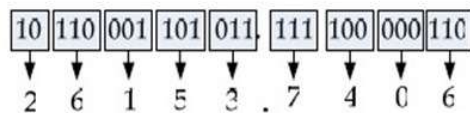
4. Προκύπτει ο αριθμός στη βάση N, από τα υπόλοιπα των διαιρέσεων, γράφοντάς τα αντεστραμμένα.

$(78) = (116)_8$

32

Οκταδικοί αριθμοί

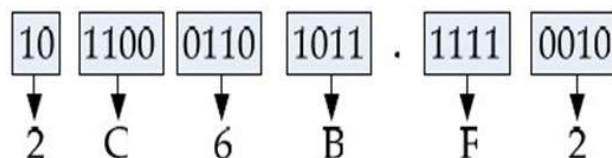
- ✓ Το δυαδικό σύστημα που χρησιμοποιείται στα ψηφιακά συστήματα χρειάζεται πολλά ψηφία για να αναπαραστήσει έναν αριθμό. Π.χ. Το 255 στο δεκαδικό είναι 1111111 στο δυαδικό.
- ✓ Για πιο συμπαγή μορφή μπορούμε να χρησιμοποιούμε το οκταδικό ή ακόμα καλύτερα το δεκάεξαδικό σύστημα.
- ✓ Για να μετατρέψουμε έναν αριθμό από το δυαδικό στο οκταδικό, σε κάθε τριάδα δυαδικών ψηφίων το αντιστοιχούμε απευθείας σε ένα ψηφίο του οκταδικού, π.χ.



33

Δεκαεξαδικοί αριθμοί

- ✓ Οι δεκαεξαδικοί αριθμοί προσφέρουν ακόμα πιο συμπαγή γραφή των δυαδικών αριθμών.
- ✓ Στο δεκαεξαδικό σύστημα τα ψηφία που αντιστοιχούν στο 10, το 11, το 12, το 13, το 14 και το 15 αναπαρίστανται με τα γράμματα A, B, C, D, E και F αντίστοιχα.
- ✓ Τα δυαδικά ψηφία τώρα χωρίζονται σε τετράδες και σε κάθε τετράδα αντιστοιχεί ένα δεκάεξαδικό ψηφίο.



34

Μετατροπή από το οκταδικό-δεκαεξαδικό στο δυαδικό σύστημα

0	0000	Οκταδικό: ψηφία 0-7	τριάδες
1	0001	Δεκαεξαδικό: ψηφία 0-F	τετράδες
2	0010		
3	0011		
4	0100		
5	0101		
6	0110		
7	0111		
8	1000		
9	1001		
A	1010		
B	1011		
C	1100		
D	1101		
E	1110		
F	1111		

$(237.14)_8$

010 011 100 001

111

$(5AE.D6)_{16}$

0101 1010 0110 1101

1110

Τα συνδιάζω: $(237.14)_8 = (010011111.001100)_2$

Τα συνδιάζω: $(5AE.D6)_{16} = (010110101110.11010110)_2$

35

Πρόσθεση αριθμών στο δυαδικό

Κανόνες:

- $0 + 0 = 0$
- $0 + 1 = 1$
- $1 + 0 = 1$
- $1 + 1 = 0$

(και κρατούμενο 1 για την επόμενη πράξη, $1+1=2$ στο δεκαδικό $\rightarrow$ δυαδικό $\rightarrow 10$)

Ειδική περίπτωση:

Αν έχουμε $1 + 1 + 1$ (μαζί με το κρατούμενο), το αποτέλεσμα είναι 1 και κρατούμενο 1

($1+1+1=3$ στο δεκαδικό $\rightarrow$ δυαδικό $\rightarrow 11$).

36

Πρόσθεση αριθμών στο δυαδικό

Παράδειγμα

$$\begin{array}{r} 110001 \\ + 1010 \\ \hline 111011 \end{array}$$

Παράδειγμα

$$\begin{array}{r} 100111 \\ + 1010 \\ \hline 110001 \end{array}$$

Κρατούμενο: 1 1 1 1 1

Παράδειγμα

$$\begin{array}{r} 100111 \\ + 11110 \\ \hline 1000101 \end{array}$$

$$1+1=2=(10)_2$$

$$1+2=3=(11)_2$$

37

Πολλαπλασιασμός αριθμών στο οκταδικό

- Το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού δυαδικών αριθμών είναι πάντα 0 ή 1

Παράδειγμα

$$\begin{array}{r} 1011 \quad 11 \\ \times 101 \quad 5 \\ \hline 1011 \\ 0000 \\ + 1011 \\ \hline 110111 \quad 55 \end{array}$$

38

Άσκηση στα αριθμητικά συστήματα

Δίνεται ο αριθμός: $x_{10}=244.75_{10}$ σε δεκαδική αναπαράσταση.

- A. Να μετατραπεί σε δυαδική αναπαράσταση (x_2) με 8 ψηφία για το ακέραιο μέρος και 4 ψηφία για το κλασματικό μέρος καθώς και σε δεκαεξαδική αναπαράσταση (x_{16}) με 2 ψηφία για το ακέραιο μέρος και 1 ψηφίο για το κλασματικό μέρος.
- B. Να μετατραπούν πάλι σε δεκαδική αναπαράσταση οι αριθμοί (x_2 και x_{16}) που προέκυψαν από το ερώτημα A.

Άσκησης για το σπίτι

- 1) Για τον αριθμό $y_{10}=35.25_{10}$ ομοίως να απαντηθούν τα A και B.
- 2) Δίνεται ο δεκαεξαδικός αριθμός $85FA_{16}$. Να μετατραπεί σε δυαδική και δεκαδική μορφή.

39

Άσκηση στα αριθμητικά συστήματα

Δίνεται ο αριθμός: $x_{10}=244.75_{10}$ σε δεκαδική αναπαράσταση.

- A. Να μετατραπεί σε δυαδική αναπαράσταση (x_2) με 8 ψηφία για το ακέραιο μέρος και 4 ψηφία για το κλασματικό μέρος καθώς και σε δεκαεξαδική αναπαράσταση (x_{16}) με 2 ψηφία για το ακέραιο μέρος και 1 ψηφίο για το κλασματικό μέρος.
- B. Να μετατραπούν πάλι σε δεκαδική αναπαράσταση οι αριθμοί (x_2 και x_{16}) που προέκυψαν από το ερώτημα A.

Άσκησης για το σπίτι

- 1) Για τον αριθμό $y_{10}=35.25_{10}$ ομοίως να απαντηθούν τα A και B.
- 2) Δίνεται ο δεκαεξαδικός αριθμός $85FA_{16}$. Να μετατραπεί σε δυαδική και δεκαδική μορφή.

40

Δυαδική πρόσθεση

Οι βασικοί κανόνες πρόσθεσης δυαδικών ψηφίων (BIT) είναι

$0+0=0$	Άθροισμα 0 και κρατούμενο 0
$0+1=1$	Άθροισμα 1 και κρατούμενο 0
$1+0=1$	Άθροισμα 1 και κρατούμενο 0
$1+1=10$	Άθροισμα 0 και κρατούμενο 1
$1+1+1=11$	Άθροισμα 1 και κρατούμενο 1

11	3	100	4	111	7	110	6
<u>+11</u>	<u>+3</u>	<u>+10</u>	<u>+2</u>	<u>+11</u>	<u>+3</u>	<u>+100</u>	<u>+4</u>
110	6	110	6	1010	10	1010	10

41

Δυαδικός πολλαπλασιασμός

Οι βασικοί κανόνες πολ/σμου δυαδικών ψηφίων (BIT) είναι

$0 \times 0 = 0$
$0 \times 1 = 0$
$1 \times 0 = 0$
$1 \times 1 = 1$

	11	3			111	7
	<u>$\times 11$</u>	<u>$\times 3$</u>			<u>$\times 101$</u>	<u>$\times 5$</u>
Partial	11	9		Partial	111	35
products	<u>+11</u>			products	000	
	1001				<u>+111</u>	
					100011	

42

Προσημασμένοι δυαδικοί αριθμοί

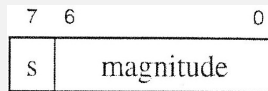
Οι μη προσημασμένοι αριθμοί δυαδικοί αριθμοί παριστάνονται στον υπολογιστή από μια ακολουθία από bit.

1^{ος} τρόπος: Πρόσημο(sign)-Μέγεθος(magnitude)

Χρησιμοποιείται το πρώτο εξ' αριστερών BIT για να υποδηλώσει το πρόσημο

0=+ΘΕΤΙΚΟ

1=-ΑΡΝΗΤΙΚΟ



+27= 0001 1011

-27= 1001 1011

Το σύστημα προσημασμένου μεγέθους χρησιμοποιείται μεν στη συμβατική αριθμητική, αλλά δεν είναι πολύ πρακτικό στην αριθμητική υπολογιστών, εξαιτίας της διαφορετικής αντιμετώπισης του προσήμου και του μεγέθους.

2^{ος} τρόπος: Συμπλήρωμα ως προς 1

Αν ο δεκαδικός αριθμός είναι αρνητικός αντιστρέφουμε κάθε ψηφίο του

+27 = 0001 1011_b

-27 = 1110 0100_b

ΑΥΤΟΣ Ο ΤΡΟΠΟΣ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ
ΔΕ ΒΟΗΘΑΕΙ ΣΕ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

ΔΥΟ ΤΙΜΕΣ ΓΙΑ ΤΟ ΜΗΔΕΝ (0000 0000 ΚΑΙ 1111 1111)
Π.Χ. ΚΑΝΤΕ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΕΣΗ +27 +(-27))

43

Προσημασμένοι δυαδικοί αριθμοί

3^{ος} τρόπος: Συμπλήρωμα ως προς 2

Αν ο δεκαδικός αριθμός είναι αρνητικός, αντιστρέφουμε κάθε ψηφίο του (συμπλήρωμα ως προς 1) και προσθέτουμε 1

ΘΕΤΙΚΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΨΗΦΙΩΝ

ΠΡΟΣΘΕΤΟΥΜΕ 1

+27 = 0001 1011_b

1110 0100_b

-27 = 1110 0101_b

Η χρήση του συμπληρώματος ως προς 2 είναι η πιο συνηθισμένη.

44

Προσημασμένοι δυαδικοί αριθμοί

Παράδειγμα:

Θεωρούμε τον αριθμό 9 ο οποίος παριστάνεται στο δυαδικό σύστημα με 8 bit. Το +9 παριστάνεται ως

00001001

Υπάρχουν 3 διαφορετικοί τρόποι παράστασης του -9 με οκτώ bit

Παράσταση προσημασμένου μέγεθους **10001001**

Παράσταση προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 1 **11110110**

Παράσταση προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 2 **11110111**

Για την αριθμητική των προσημασμένων δυαδικών που ακολουθεί ασχολούμαστε αποκλειστικά με την παράσταση προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 2.

45

Προσημασμένοι δυαδικοί αριθμοί

Δεκαδικός	Προσημασμένο συμπλήρωμα ως προς 2	Προσημασμένο συμπλήρωμα ως προς 1	Προσημασμένο μέγεθος
+7	0111	0111	0111
+6	0110	0110	0110
+5	0101	0101	0101
+4	0100	0100	0100
+3	0011	0011	0011
+2	0010	0010	0010
+1	0001	0001	0001
+0	0000	0000	0000
-0	—	1111	1000
-1	1111	1110	1001
-2	1110	1101	1010
-3	1101	1100	1011
-4	1100	1011	1100
-5	1011	1010	1101
-6	1010	1001	1110
-7	1001	1000	1111

Δυνατοί συνδυασμοί προσημασμένων δυαδικών αριθμών των 4 bit σε 3 διαφορετικές καταστάσεις

46

Πρόσθεση προσημασμένων αριθμών

Για να προσθέσουμε δύο προσημασμένους δυαδικούς αριθμούς που μπορεί να είναι και αρνητικοί και παριστάνονται στο σύστημα προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 2, προσθέτουμε απλώς τους δύο αριθμούς συμπεριλαμβανομένων των bit προσήμου. Τυχόν κρατούμενο που παράγεται στη θέση του bit προσήμου αγνοείται.

$$\begin{array}{r} + 6 \ 00000110 \\ +13 \ 00001101 \\ \hline +19 \ 00010011 \end{array} \qquad \begin{array}{r} - 6 \ 11111010 \\ +13 \ 00001101 \\ \hline + 7 \ 00000111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 6 \ 00000110 \\ -13 \ 11110011 \\ \hline - 7 \ 11111001 \end{array} \qquad \begin{array}{r} - 6 \ 11111010 \\ -13 \ 11110011 \\ \hline -19 \ 11101101 \end{array}$$

Αν το άθροισμα που προκύπτει από την πρόσθεση είναι αρνητικό, είναι στη μορφή συμπληρώματος ως προς 2.

47

Αφαίρεση προσημασμένων αριθμών

Για να αφαιρέσουμε δύο προσημασμένους δυαδικούς αριθμούς στο σύστημα προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 2:

Παίρνουμε το συμπλήρωμα ως προς 2 του αφαιρετέου (συμπεριλαμβανομένου του bit προσήμου) και το προσθέτουμε στο μειωτέο (συμπεριλαμβανομένου του bit προσήμου). Τυχόν κρατούμενο στη θέση του bit προσήμου αγνοείται.

$$(-6)-(-13)=(+7) \quad (-6)+(13)=(+7)$$

Στο δυαδικό σύστημα η πράξη αυτή γράφεται ως 11111010-11110011. Η αφαίρεση μετατρέπεται σε πρόσθεση αν πάρουμε το συμπλήρωμα ως προς 2 του αφαιρετέου (-13) το (+13). Οπότε 11111010+00001101=100000111. Το κρατούμενο στη θέση του bit προσήμου αγνοείται συνεπώς 00000111 δηλαδή το (+7).

48

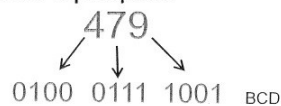
Δυαδικοί Κώδικες

- ✓ Κάθε διακριτό στοιχείο πληροφορίας, δηλαδή στοιχείο που μπορεί να διακριθεί από τα υπόλοιπα μιας συγκεκριμένης ομάδας στοιχείων, μπορεί να παρασταθεί με τη χρήση ενός δυαδικού κώδικα (δηλαδή μιας ακολουθίας από 0 και 1).
- ✓ Ο κώδικας πρέπει να είναι στο δυαδικό σύστημα, επειδή στη σημερινή τεχνολογία, μόνο τα κυκλώματα που παριστάνουν και χειρίζονται ακολουθίες από 0 και 1 μπορούν να κατασκευαστούν οικονομικά για χρήση σε υπολογιστές.
- ✓ Ένας δυαδικός κώδικας με n bit είναι μια ομάδα από n bit, η οποία μπορεί να έχει έναν από τους 2^n διακριτούς συνδυασμούς των 1 και 0. Ο κάθε συνδυασμός παριστάνει ένα στοιχείο του συνόλου πληροφορίας που κωδικοποιείται. Π.χ. ένα σύνολο 4 στοιχείων κωδικοποιείται με 2 bit, με κάθε στοιχείο να αντιστοιχίζεται σε έναν από τους συνδυασμούς bit: 00, 01, 10, 11.

49

Κώδικας BCD

Ο κώδικας BCD (binary-coded-decimal) χρησιμοποιείται για την κωδικοποίηση δεκαδικών αριθμών



Κάθε αριθμός με x δεκαδικά ψηφία, απαιτεί $4x$ bit για την παράστασή του σε BCD

Η τιμή ενός αριθμού που είναι μεγαλύτερος του 9 διαφέρει από αυτή του δυαδικού

$$(185)_{10} = (0001\ 1000\ 0101)_{\text{BCD}} = (10111001)_2$$

DECIMAL	BCD
	8 4 2 1
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

50

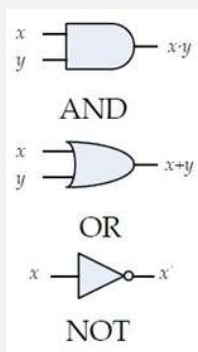
Δυαδική λογική

- ✓ Η δυαδική λογική ασχολείται με μεταβλητές που μπορούν να πάρουν δύο πιθανές τιμές: το 0 και το 1.
- ✓ Χρησιμοποιείται για να περιγράψει με μαθηματικό τρόπο την επεξεργασία δυαδικών πληροφοριών και ταιριάζει εξαιρετικά με την ανάλυση και σχεδίαση ψηφιακών κυκλωμάτων.
- ✓ Η δυαδική λογική είναι ισοδύναμη με την Αλγεβρα Boole.
- ✓ Μπορούμε να ορίσουμε τρεις βασικές πράξεις στην δυαδική λογική:

Λογικό ΚΑΙ (AND)			Λογικό Η' (OR)			Λογικό ΟΧΙ (NOT)	
x	y	$x \cdot y$	x	y	$x + y$	x	x'
0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1		

51

Λογικές πύλες



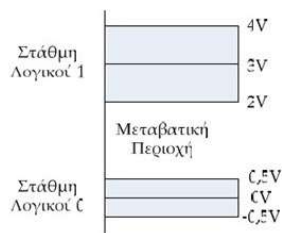
- Οι λογικές πύλες είναι μαθηματικές οντότητες που αντιστοιχούν σε ηλεκτρονικά κυκλώματα, όπου εφαρμόζονται ένα ή περισσότερα σήματα εισόδου και τα οποία παράγουν ένα σήμα εξόδου.
- Τα ψηφιακά κυκλώματα αποτελούνται από λογικές πύλες.
- Η έξοδος εξαρτάται από τις τιμές των εισόδων και από το είδος της πύλης.

52

Λογικές πύλες

Τα λογικά κυκλώματα που λειτουργούν με τάση ανταποκρίνονται σε δύο ξεχωριστές στάθμες, που αντιστοιχούν στη τιμή μιας δυαδικής μεταβλητής, το λογικό 1 ή το λογικό 0.

- ✓ Για να αναπαράστούμε το «0» και το «1» χρησιμοποιούμε δύο στάθμες τάσης τις οποίες ονομάζουμε «χαμηλή» και «υψηλή» αντίστοιχα.



- ✓ Για παράδειγμα αν η τάση βρίσκεται μεταξύ 2V και 4V τότε αντιστοιχεί στο λογικό 1 ενώ όταν είναι μεταξύ -0,5V και 0,5V αντιστοιχεί στο λογικό 0.
- ✓ Το γεγονός πως τα ψηφιακά κυκλώματα λειτουργούν με στάθμες προσφέρει αυξημένη προστασία από τον θόρυβο.
- ✓ Όταν το σήμα περνάει από πολλές λογικές πύλες τότε προστίθεται θόρυβος ο οποίος μπορεί να οδηγήσει την τάση στην μεταβατική περιοχή.

53

Εισαγωγή στην άλγεβρα Boole

Η *άλγεβρα Boole* (*Boolean algebra*) ή άλγεβρα των διακοπών όπως παλιότερα ονομαζόταν, πήρε το όνομά της από τον Άγγλο μαθηματικό Boole (Μπουλ), που πρώτος τη δημιούργησε στα μέσα περίπου του 19ου αιώνα για να τη διαμορφώσει στη σημερινή της μορφή (άλγεβρα των δύο τιμών) ένα σχεδόν αιώνα αργότερα (1938) ο C.E. Shannon. Η άλγεβρα Boole είναι μια άλγεβρα δομημένη με στοιχεία το 0 και το 1 (λογικές μεταβλητές) και τους τελεστές του λογικού πολλαπλασιασμού ($\cdot$), της λογικής πρόσθεσης ($+$) και του λογικού συμπληρώματος ($'$).

54

Εισαγωγή στην άλγεβρα Boole

- Οποιαδήποτε λογική μεταβλητή $A, B, C \dots \in \{0,1\}$
- Τα στοιχεία 1 και 0 αναγνωρίζονται και ως τιμές TRUE (1) και FALSE (0)
- Οι λογικές μεταβλητές συνδέονται μεταξύ τους με λογικούς τελεστές
- Τελεστής: μία πράξη / ένας κανόνας μεταξύ των στοιχείων 0 και 1 όπου για κάθε ζεύγος στοιχείων προκύπτει ένα μοναδικό αποτέλεσμα
- Οι τρεις κύριοι λογικοί τελεστές είναι: **AND**, **OR** και **NOT**

55

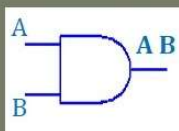
Άλγεβρα Boole-Λογικοί τελεστές

Τελεστής AND

Ο τελεστής AND είναι δυαδικός τελεστής, εφαρμόζεται δηλαδή ταυτόχρονα σε δύο μεταβλητές

$$A \text{ AND } B = A \cdot B = A B$$

Ορισμός AND: το αποτέλεσμα είναι TRUE όταν και οι δύο μεταβλητές εισόδου είναι TRUE (σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις το αποτέλεσμα είναι FALSE)



56

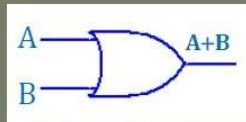
Άλγεβρα Boole-Λογικοί τελεστές

Τελεστής OR

Ο τελεστής OR είναι δυαδικός τελεστής, εφαρμόζεται δηλαδή ταυτόχρονα σε δύο μεταβλητές

$$A \text{ OR } B = A + B$$

Ορισμός OR: το αποτέλεσμα είναι TRUE όταν τουλάχιστον μία από τις μεταβλητές εισόδου είναι TRUE (ή το αποτέλεσμα είναι FALSE όταν όλες οι μεταβλητές εισόδου είναι FALSE)



57

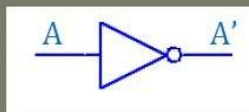
Άλγεβρα Boole-Λογικοί τελεστές

Τελεστής NOT

Ο τελεστής NOT είναι μοναδιαίος τελεστής, εφαρμόζεται δηλαδή σε μία μόνο μεταβλητή

$$\text{NOT } A = \bar{A} \text{ ή } A'$$

Ορισμός NOT: το αποτέλεσμα είναι TRUE όταν το στοιχείο είναι FALSE και αντίστροφα.



58

Άλγεβρα Boole-Λογικοί τελεστές

AND	OR	NOT
$0 \bullet 0 = 0$	$0 + 0 = 0$	$\overline{0} = 1$
$0 \bullet 1 = 0$	$0 + 1 = 1$	$\overline{1} = 0$
$1 \bullet 0 = 0$	$1 + 0 = 1$	
$1 \bullet 1 = 1$	$1 + 1 = 1$	
Πίνακες Αληθείας		
A	B	A B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1
A	B	A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1
A	A'	
0	1	
1	0	

59

Σας ευχαριστώ !

Ερωτήσεις;

E-Class: [Ψηφιακά Ηλεκτρονικά και Μικροεπεξεργαστές](https://eclass.hmu.gr/courses/SMOT103/)
<https://eclass.hmu.gr/courses/SMOT103/>

60