

Πύλες και Άλγεβρα Boole

Η Άλγεβρα Boole χρησιμοποιείται για τη λογική επεξεργασία δεδομένων με δύο μόνο τιμές: 0 (False) και 1 (True).

Οι λογικές πύλες είναι τα βασικά δομικά στοιχεία των ψηφιακών κυκλωμάτων. Κάθε πύλη εκτελεί μια λογική πράξη πάνω σε μία ή περισσότερες εισόδους.

Βασικές λογικές πράξεις

Πράξη	Σύμβολο	Περιγραφή	Παράδειγμα
AND	\cdot ή \wedge	Λογικό ΚΑΙ (όλα 1 \rightarrow 1)	$1 \cdot 1 = 1$, αλλιώς 0
OR	$+$ ή \vee	Λογικό Ή (τουλάχιστον ένα 1 \rightarrow 1)	$1 + 0 = 1$
NOT	\neg ή $'$	Αντιστροφή (0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0)	$\neg 1 = 0$

Πίνακες Αληθείας (Truth Tables)

Πύλη AND (ΚΑΙ)

A	B	A·B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Λογική: και οι δύο εισοδοι πρέπει να είναι 1.

Πύλη OR (Ή)

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1

ΑΝΤΩΝΙΟΣ ΜΙΧ ΜΑΡΑΓΚΟΥΔΑΚΗΣ
ΛΟΓΙΚΕΣ ΠΥΛΕΣ – ΑΛΓΕΒΡΑ BOOLE

A	B	A+B
1	0	1
1	1	1

Λογική: τουλάχιστον μία είσοδος να είναι 1.

Πύλη NOT (OXI)

A	$\neg A$
0	1
1	0

Λογική: αντιστρέφει το σήμα.

Σύνθετες πύλες (παράγωγες)

Πύλη	Σύμβολο	Ισοδύναμη Πράξη	Περιγραφή
NAND	$\neg(A \cdot B)$	Αντίθετο της AND	Δίνει 0 μόνο όταν και οι δύο είναι 1
NOR	$\neg(A+B)$	Αντίθετο της OR	Δίνει 1 μόνο όταν και οι δύο είναι 0
XOR	$A \oplus B$	$(A \cdot \neg B) + (\neg A \cdot B)$	Δίνει 1 όταν οι είσοδοι είναι διαφορετικές
XNOR	$\neg(A \oplus B)$		Δίνει 1 όταν οι είσοδοι είναι ίδιες

Νόμοι της Άλγεβρας Boole

Νόμος	Μορφή	Παράδειγμα
Αντιμεταθετικός	$A+B = B+A$	$A \cdot B = B \cdot A$
Προσεταιριστικός	$(A+B)+C = A+(B+C)$	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
Επιμεριστικός	$A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$	$A+(B \cdot C) = (A+B) \cdot (A+C)$
Ταυτότητας	$A+0 = A$	$A \cdot 1 = A$
Μηδενιστικός	$A \cdot 0 = 0$	$A+1 = 1$
Συμπληρωματικός	$A+\neg A = 1$	$A \cdot \neg A = 0$

Νόμος	Μορφή	Παράδειγμα
Διπλής άρνησης	$\neg(\neg A) = A$	—

Παραδείγματα απλοποίησης

Παράδειγμα 1:

$$A \cdot (A + B) = A$$

(νόμος απορρόφησης)

Παράδειγμα 2:

$$(A + B) \cdot (A + \neg B) = A$$

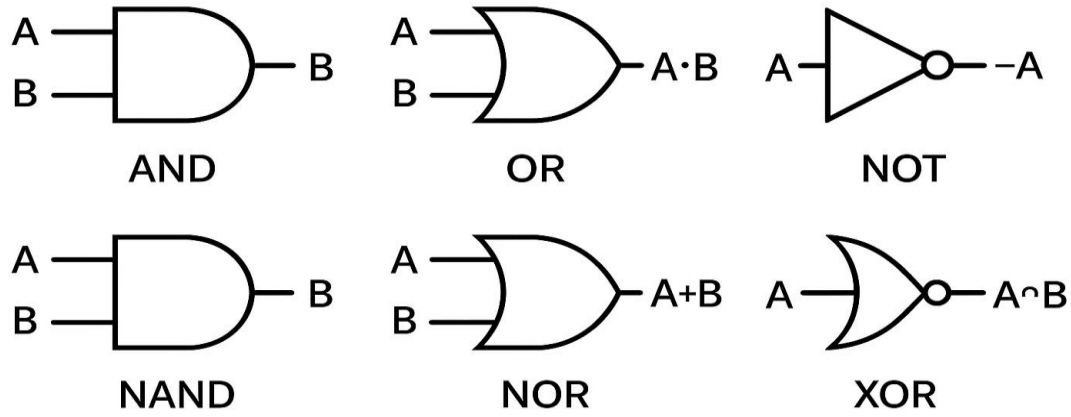
(νόμος συνδυασμού)

Εφαρμογές

Οι **λογικές πύλες** και η **Άλγεβρα Boole** χρησιμοποιούνται σε:

- Κυκλώματα υπολογιστών (CPU, ALU)
- Μνήμη (RAM, ROM)
- Αισθητήρες, αυτόματα, μικροελεγκτές
- Λογισμικό για λογικές εκφράσεις και συνθήκες (if, while, κ.λπ.)

Logic Gates



Εικόνα: Οι βασικές λογικές πύλες (AND, OR, NOT, NAND, NOR, XOR).

Περιγραφή Πυλών

Πύλη	Σύμβολο Λογικής	Περιγραφή
AND	$A \cdot B$	Η έξοδος είναι 1 μόνο αν και οι δύο εισοδοι είναι 1.
OR	$A + B$	Η έξοδος είναι 1 αν τουλάχιστον μία εισοδος είναι 1.
NOT	$\neg A$	Αντιστρέφει την εισοδο ($1 \rightarrow 0, 0 \rightarrow 1$).
NAND	$\neg(A \cdot B)$	Αντίθετο της AND.
NOR	$\neg(A + B)$	Αντίθετο της OR.
XOR	$A \oplus B$	Η έξοδος είναι 1 αν οι εισοδοι είναι διαφορετικές.