ΧΑΡΤΗΣ ΚΑΡΝΟ

**Έχουμε 2 μεταβλητές**

A,B

Άρα υπάρχουν **4 δυνατοί συνδυασμοί εισόδων:**

| A | B | F(A,B) |
|---|---|---|
| 0 | 0 | ? |
| 0 | 1 | ? |
| 1 | 0 | ? |
| 1 | 1 | ? |

Αυτά τα 4 κελιά είναι ο **2×2 Χάρτης Karnaugh**.

Διάταξη Χάρτη Karnaugh

B=0 B=1

A=0 F00 F01

A=1 F10 F11

ή πιο καθαρά ως πίνακας:

| A\B | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | F(0,0) | F(0,1) |
| 1 | F(1,0) | F(1,1) |

**Παράδειγμα 1 – Λογική Πύλη OR**

Ας πούμε ότι θέλουμε να απεικονίσουμε

F=A+B

Τότε ο πίνακας αληθείας είναι:

| A | B | F |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Άρα στον χάρτη βάζουμε “1” όπου η F=1:

| A\B | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

**Ομαδοποίηση**

Ομαδοποιούμε τα 1's:

- Η δεξιά στήλη (B=1) → δείχνει ότι **όποτε B=1, F=1**
- Η κάτω γραμμή (A=1) → δείχνει ότι **όποτε A=1, F=1**

Άρα η συνάρτηση απλοποιείται σε:

$F=A+B$

(όπως περιμέναμε!)

Βήμα 1 — Πίνακας αληθείας για την OR

| A | B | F = A + B |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

**Βήμα 2 — Μετατροπή σε άθροισμα γινομένων (Sum of Products)**

Παίρνουμε τις γραμμές όπου η **F = 1**, δηλαδή τις 2η, 3η και 4η.

| A | B | F | Όρος |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | A'B |
| 1 | 0 | 1 | AB' |
| 1 | 1 | 1 | AB |

Άρα η **αλγεβρική μορφή** είναι:

$F=A'B+AB'+AB$

**Βήμα 3 — Απλοποίηση με Άλγεβρα Boole**

F=A′B+AB′+AB

Ομαδοποιούμε:

F=AB+A′B+AB′

Εφαρμόζουμε τον νόμο απορρόφησης:

- Από τα δύο πρώτα: AB+A′B=B(A+A′)=B
- Άρα: F=B+AB′
- Και B+AB′=B+A (νόμος απορρόφησης ξανά)

# Ξεκινάμε από την έκφραση

F=B+AB′

Θέλουμε να δείξουμε ότι αυτή ισούται με:

F=A+B

### Εφαρμόζουμε αλγεβρικά βήματα

Αρχικά:

B+AB′=B+AB′

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη βασική ιδιότητα της Άλγεβρας Boole:

X+YZ=(X+Y)(X+Z)

Εδώ, X=B, Y= A, Z=B′

Άρα:

B+AB′=(B+A)(B+B′)

**Εφαρμόζουμε τον νόμο συμπληρωματικότητας**

B+B′=1

Άρα:

(B+A)(B+B′)=(B+A)(1)=B+A    ή αλλιώς
(BB+BB′+AB+AB′)=(B+0+AB+AB′)=(B+A(B+B′))=B+A(1))=A+B

Επομένως:

B+AB′=A+B

✅ Τελικό απλοποιημένο αποτέλεσμα:

F=A+B

Απόδειξη με πίνακα αληθείας (για επιβεβαίωση)

| **A** | **B** | **B'** | **AB'** | **B + AB'** | **A + B** |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

Οι στήλες **B + AB′** και **A + B** είναι ίδιες

**Διαισθητική εξήγηση**

Η παράσταση B+AB′B + AB'B+AB′ σημαίνει:

- Αν **B=1**, τότε η έξοδος είναι **1** (ανεξαρτήτως A).
- Αν **B=0**, τότε εξαρτάται από το **A** (επειδή τότε AB' = A·1 = A).

Αυτό ακριβώς κάνει και το A+BA + BA+B:

- Αν **B=1**, τότε **1**
- Αν **B=0**, τότε εξαρτάται από **A**

Άρα και λογικά, **B + AB′ ≡ A + B**

**Συμπέρασμα:**
Ο νόμος απορρόφησης σε αυτή τη μορφή είναι:

B+AB′=A+B

και προκύπτει είτε από το θεώρημα διανομής είτε απευθείας από τη λογική του πίνακα αληθείας.