

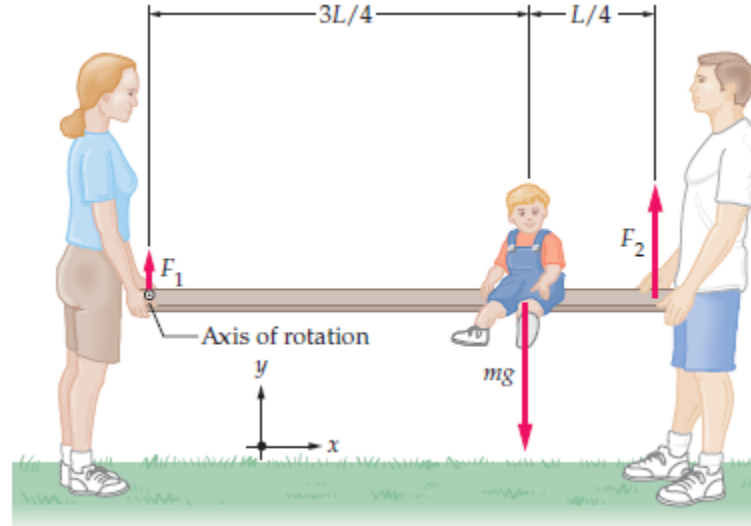
12^η Εβδομάδα

Ισορροπία Στερεών Σωμάτων

- **Ισορροπία στερεών σωμάτων**

Ισορροπία στερεού σώματος

Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα πρέπει και
η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκούνται πάνω του να είναι ίση
με μηδέν και
η συνισταμένη όλων των ροπών που ασκούνται πάνω του να είναι ίση με
μηδέν

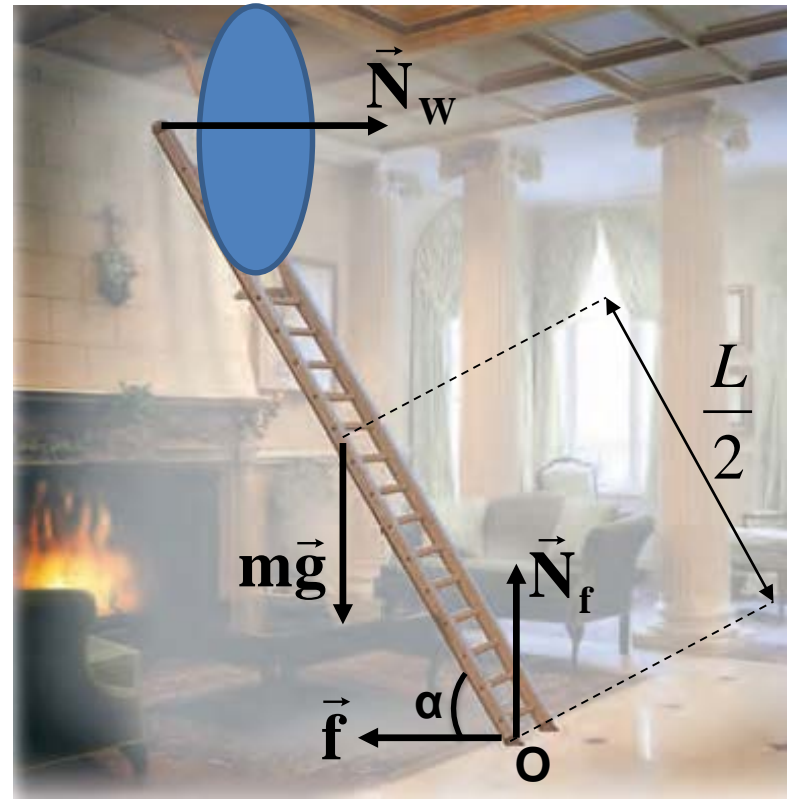


Ισορροπία στερεού σώματος

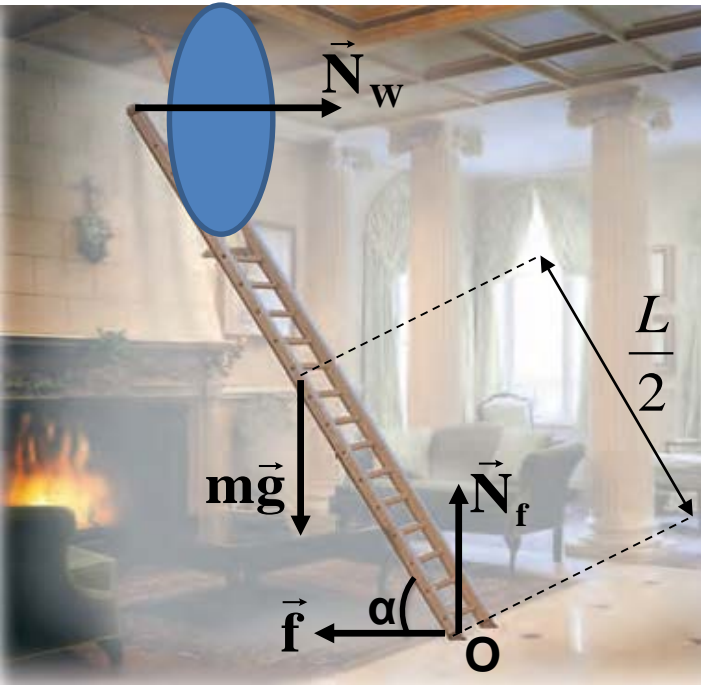


Μια ομογενής σκάλα με μάζα $m=15\text{kg}$ ακουμπά σε λείο τοίχο. Η σκάλα έχει μήκος $L=8\text{m}$ και σχηματίζει γωνία α με το πάτωμα. Αν ο συντελεστής στατικής τριβής ανάμεσα στη σκάλα και το πάτωμα είναι $\mu_s=0,45$, ποια η ελάχιστη γωνία α ώστε να μη γλιστρήσει η σκάλα;

Σχεδιάζουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στην σκάλα:



Ισορροπία στερεού σώματος



Μια ομογενής σκάλα με μάζα $m=15\text{kg}$ ακουμπά σε λείο τοίχο. Η σκάλα έχει μήκος $L=8\text{m}$ και σχηματίζει γωνία α με το πάτωμα. Αν ο συντελεστής στατικής τριβής ανάμεσα στη σκάλα και το πάτωμα είναι $\mu_s=0,45$, ποια η ελάχιστη γωνία α ώστε να μη γλιστρήσει η σκάλα;

Για να ισορροπεί η σκάλα πρέπει:

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow N_w = f$$

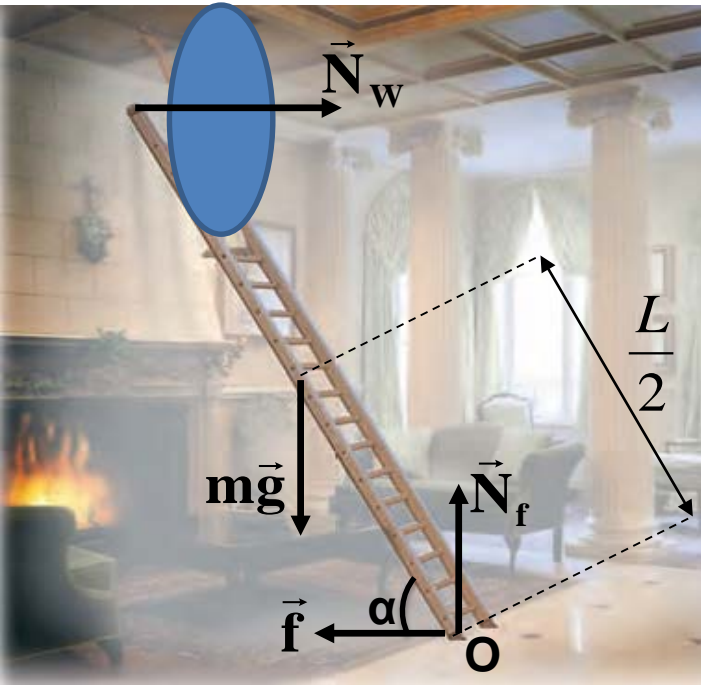
$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow N_f = mg$$

ως προς το O:
$$\sum \tau = 0 \Leftrightarrow N_w L \sin \alpha - mg \frac{L}{2} \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow N_w = \frac{mg}{2 \tan \alpha} = f$$

Καθώς μειώνω την γωνία α η f αυξάνει και δεν πρέπει να περάσει την τιμή της μέγιστης στατικής τριβής για να μην γλιστρήσει η σκάλα:

$$f \leq \mu_s N_f \Leftrightarrow \frac{mg}{2 \tan \alpha} \leq \mu_s N_f \Leftrightarrow \frac{mg}{2 \tan \alpha} \leq \mu_s mg \Leftrightarrow \tan \alpha \geq \frac{1}{2\mu_s} \Leftrightarrow \alpha \geq 48^\circ$$

Ισορροπία στερεού σώματος



Έστω ότι η σκάλα τοποθετείται υπό γωνία 60° . Υπολογίστε την κάθετη δύναμη που ασκείται από τον τοίχο πάνω στη σκάλα.

$$\sum \tau = 0 \Leftrightarrow N_w L \sin \alpha - mg \frac{L}{2} \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N_w = \frac{mg}{2 \tan \alpha} \Leftrightarrow N_w = \frac{15 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{2 \tan 60^\circ} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow N_w = 42,48 \text{ N}$$

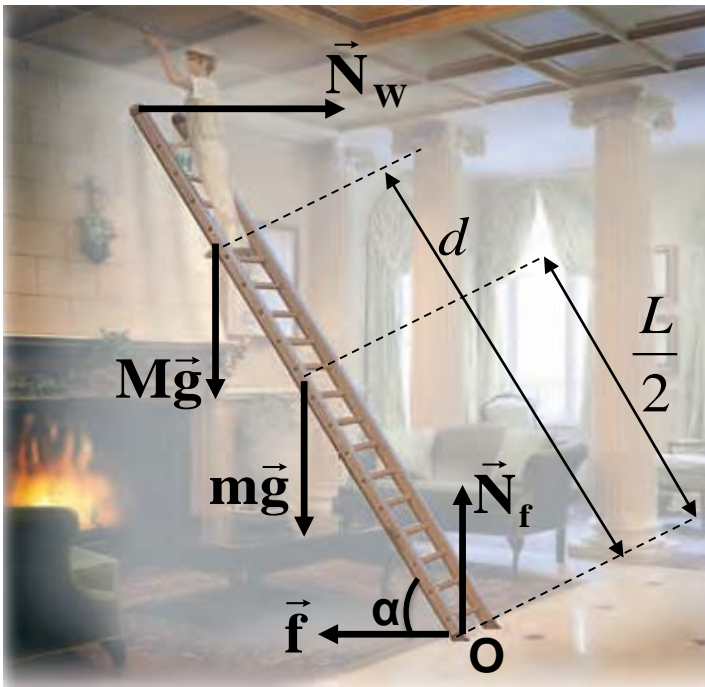
Η στατική τριβή στη βάση της σκάλας είναι:

$$f = N_w \Leftrightarrow f = 42,48 \text{ N}$$

Η μέγιστη στατική τριβή είναι:

$$f_{\max} = \mu_s N_f = \mu_s mg = 0,45 \cdot 15 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 66,22 \text{ N}$$

Ισορροπία στερεού σώματος



Έστω ότι η σκάλα τοποθετείται υπό γωνία 60° και άνθρωπος μάζας $M=60\text{kg}$ ανεβαίνει στη σκάλα. Υπολογίστε το ύψος που μπορεί να ανέβει ο άνθρωπος πριν γλιστρήσει η σκάλα.

Για να ισορροπεί η σκάλα πρέπει:

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow N_w = f$$

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow N_f = mg + Mg \Leftrightarrow N_f = (m + M)g$$

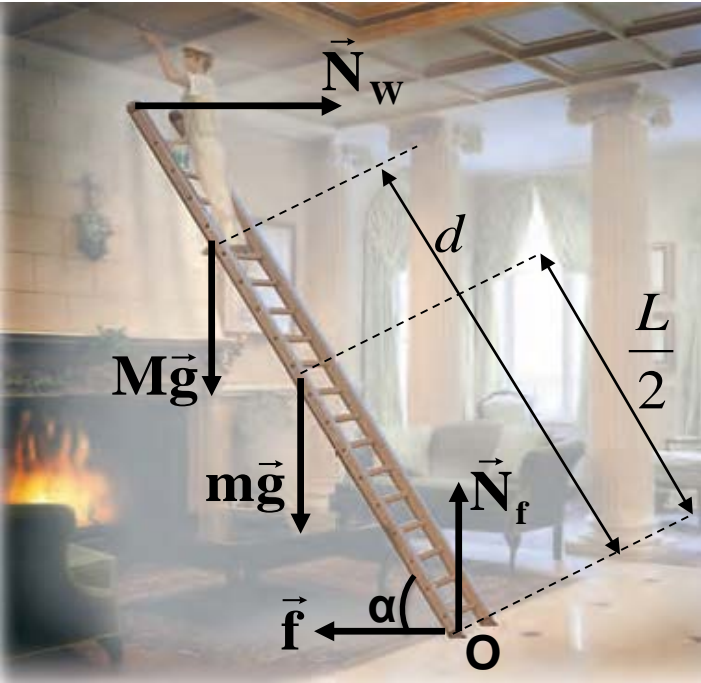
ως προς το O :

$$\sum \tau = 0 \Leftrightarrow N_w L \sin \alpha - mg \frac{L}{2} \cos \alpha - Mg d \cos \alpha = 0$$

Έστω ότι η απόσταση d που έχει ανεβεί ο άνθρωπος είναι η μέγιστη δυνατή. Οπότε:

$$N_w = f = f_{\max} = \mu_s N_f = \mu_s (m + M)g = 0,45 \cdot (15\text{kg} + 60\text{kg}) \cdot 9,81\text{m/s}^2 = 331,09\text{N}$$

Ισορροπία στερεού σώματος



Έστω ότι η σκάλα τοποθετείται υπό γωνία 60° και άνθρωπος μάζας $M=60\text{kg}$ ανεβαίνει στη σκάλα. Υπολογίστε το ύψος που μπορεί να ανέβει ο άνθρωπος πριν γλιστρήσει η σκάλα.

$$\sum \tau = 0 \Leftrightarrow N_w L \sin \alpha - mg \frac{L}{2} \cos \alpha - Mgd \cos \alpha = 0 \Leftrightarrow$$

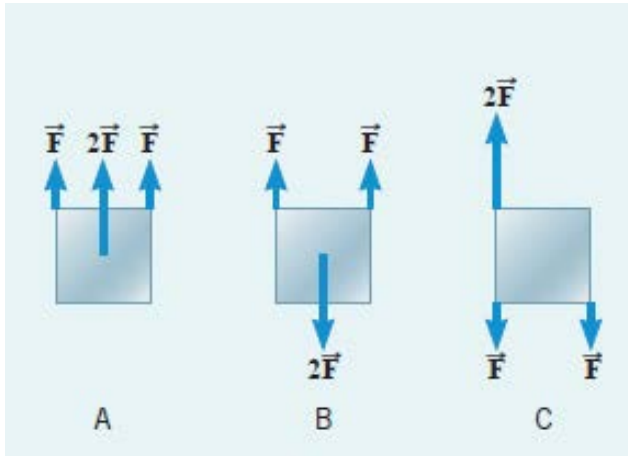
$$\Leftrightarrow \frac{N_w L \sin \alpha}{Mg \cos \alpha} - \frac{mg \frac{L}{2} \cos \alpha}{Mg \cos \alpha} - d = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow d = \frac{N_w L \tan \alpha}{Mg} - \frac{mL}{2M} \Leftrightarrow d = 6,8\text{m}$$

Άρα ο άνθρωπος θα βρίσκεται σε ύψος από το έδαφος:

$$h = d \cdot \sin 60^\circ = 5,9\text{m}$$

Ισορροπία στερεού σώματος



Σε ποια περίπτωση η επιτάχυνση του κέντρου μάζας είναι μηδέν αλλά η γωνιακή επιτάχυνση γύρω από το κέντρο μάζας δεν είναι μηδέν.

Σε ποια περίπτωση η επιτάχυνση του κέντρου μάζας δεν είναι μηδέν αλλά η γωνιακή επιτάχυνση γύρω από το κέντρο μάζας είναι μηδέν.

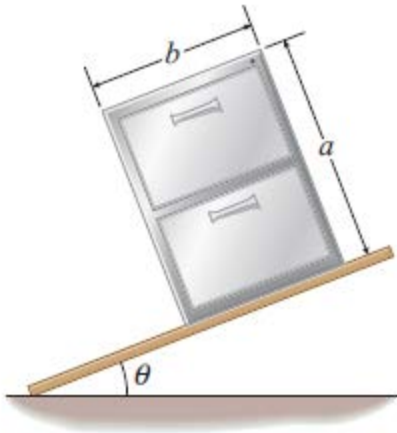
Σε ποια περίπτωση η επιτάχυνση του κέντρου μάζας είναι μηδέν και η γωνιακή επιτάχυνση γύρω από το κέντρο μάζας είναι μηδέν.

Στη C

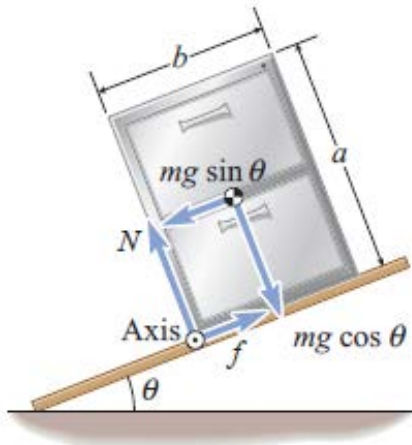
Στη A

Στη B

Ισορροπία στερεού σώματος



Φοριαμός βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο. Ποιο το μεγαλύτερο θ για το οποίο το κουτί δεν ανατρέπεται. Θεωρήστε το συντελεστή στατικής τριβής αρκετά μεγάλο ώστε να μη γλιστρίσει το κουτί.



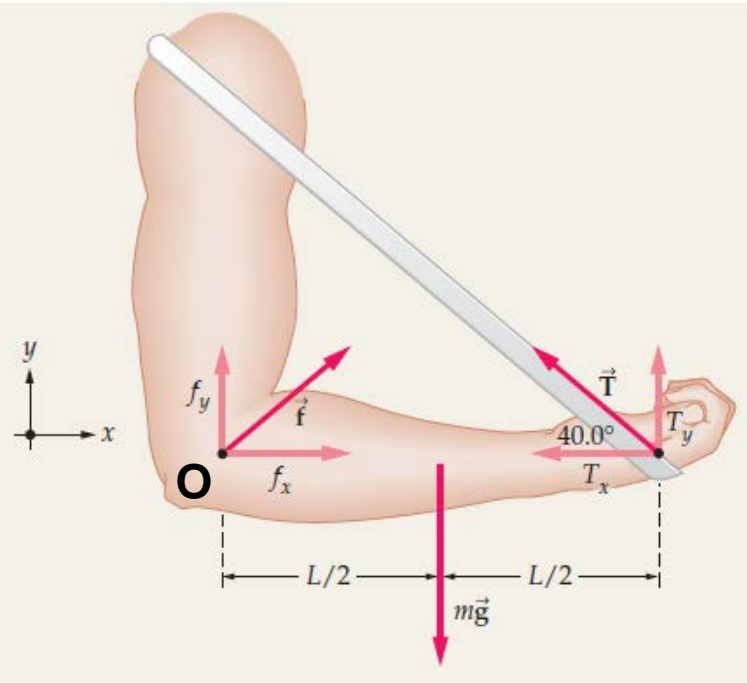
Λίγο πριν ανατραπεί το κουτί οι δυνάμεις είναι:

$$\sum \tau = 0 \Leftrightarrow mg \sin \theta \frac{a}{2} - mg \cos \theta \frac{b}{2} = 0 \Leftrightarrow \tan \theta = \frac{b}{a} \Leftrightarrow \theta = \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

Για $a=b$ $\theta=45^\circ$

Για $a=2b$ $\theta=27^\circ$

Ισορροπία στερεού σώματος



Αθλητής έχει ράϊσμα στον πήχyu του χεριού και χρησιμοποιεί ελαστικό ιμάντα για να τον κρατά σε ακινησία. Ο ιμάντας σχηματίζει γωνία 40° με την οριζόντια. Αν θεωρήσετε το πήχyu ομογενή με μήκος $0,3\text{m}$ και μάζα $1,3\text{kg}$ βρείτε την τάση στον ιμάντα και τις δυνάμεις f_x και f_y

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow f_x = T \cos(40) \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow f_y + T \sin(40) = mg \quad (2)$$

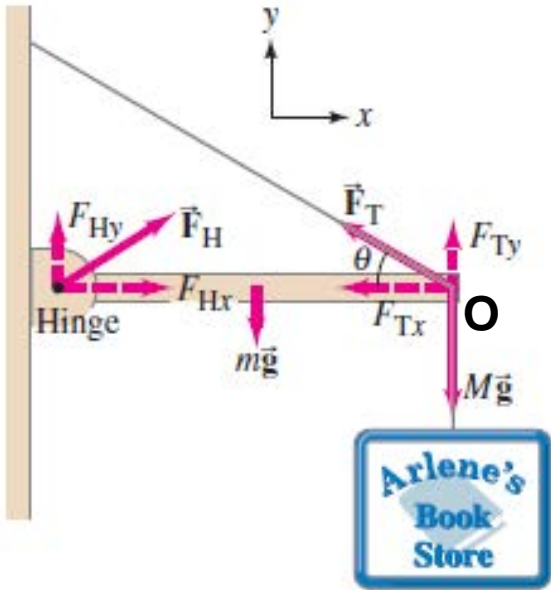
ως προς το O:

$$\sum \tau = 0 \Leftrightarrow TL \sin(40) - mg \frac{L}{2} = 0 \Leftrightarrow T = \frac{mg}{2 \sin(40)} \Leftrightarrow T = \frac{1,3\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2}{2 \sin(40)} \Leftrightarrow T = 9,92\text{N}$$

$$(1) \Leftrightarrow f_x = 9,92 \cos(40) = 7,6\text{N}$$

$$(2) \Leftrightarrow f_y = 1,3\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2 - 9,92 \sin(40) = 6,38\text{N}$$

Ισορροπία στερεού σώματος



Ομογενής ράβδος με μάζα $m=25\text{kg}$ και μήκος $L=2,2\text{m}$ είναι στερεωμένη στον τοίχο. Η ράβδος βρίσκεται σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια σχοινιού που σχηματίζει γωνία $\theta=30^\circ$ με τη ράβδο. Από τη ράβδο κρέμεται πινακίδα με μάζα $M= 28\text{kg}$. Υπολογίστε τις συνιστώσες της δύναμης που ασκεί το υποστήριγμα στη ράβδο.

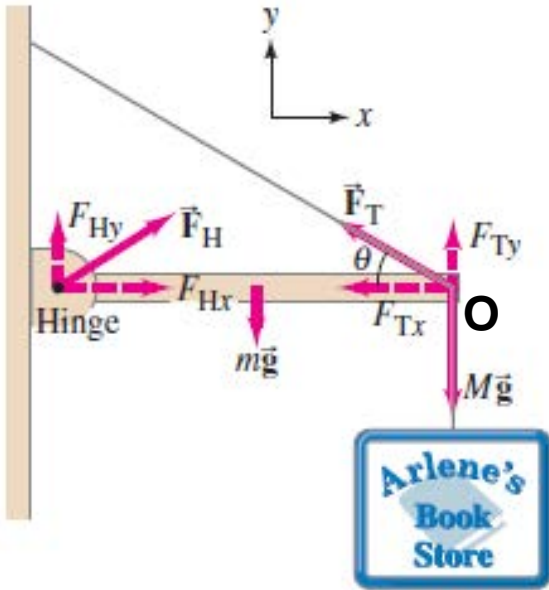
$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow F_{Hx} = F_{Tx}$$

$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow F_{Hy} + F_{Ty} - mg - Mg = 0$$

ως προς το O:

$$\sum \tau = 0 \Leftrightarrow F_{Hy}L - mg \frac{L}{2} = 0 \Leftrightarrow F_{Hy} = \frac{mg}{2} \Leftrightarrow F_{Hy} = \frac{25\text{kg} \cdot 9,81\text{m/s}^2}{2} \Leftrightarrow F_{Hy} = 123\text{N}$$

Ισορροπία στερεού σώματος



Ομογενής ράβδος με μάζα $m=25\text{kg}$ και μήκος $L=2,2\text{m}$ είναι στερεωμένη στον τοίχο. Η ράβδος βρίσκεται σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια σχοινιού που σχηματίζει γωνία $\theta=30^\circ$ με τη ράβδο. Από τη ράβδο κρέμεται πινακίδα με μάζα $M= 28\text{kg}$. Υπολογίστε τις συνιστώσες της δύναμης που ασκεί το υποστήριγμα στη ράβδο.

$$F_{Hy} = 123\text{N}$$

$$\begin{aligned}\sum F_y = 0 &\Leftrightarrow F_{Hy} + F_{Ty} - mg - Mg = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow F_{Ty} = (m + M)g - F_{Hy} \Leftrightarrow F_{Ty} = 396\text{N}\end{aligned}$$

$$F_{Tx} = \frac{F_{Ty}}{\tan 30^\circ} = 686\text{N}$$

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow F_{Hx} = F_{Tx} = 686\text{N}$$