

Τα συστήματα αναπάρστασης

Αριθμοί

Φυσικοί Αριθμοί

Το μηδέν και κάθε αριθμός που δημιουργείται όταν προσθέσουμε 1 σε αυτόν.

Παραδείγματα: 100, 0, 45645, 32

Αρνητικοί Αριθμοί

Αριθμοί μικρότεροι του μηδέν (<0), με αρνητικό πρόσημο (-)

Παραδείγματα : -24, -1, -45645, -32

Αριθμοί (συνέχεια)

Ακέραιοι Αριθμοί

Όλοι οι φυσικοί αριθμοί, οι αρνητικοί αριθμοί και το μηδέν

Παραδείγματα : 249, 0, - 45645, - 32

Ρητοί (Rational) Αριθμοί

Ένας ακέραιος ή το κλάσμα δύο ακεραίων αριθμών

Παραδείγματα : -249, -1, 0, $\frac{1}{4}$, - $\frac{1}{2}$

Φυσικοί Αριθμοί

Τί σημαίνει ο αριθμός 642;

$$600 + 40 + 2 ;$$

Φυσικοί Αριθμοί

Λοιπόν!

Το 642 σημαίνει $600 + 40 + 2$ στη Βάση 10

Η βάση ενός αριθμού καθορίζει τον αριθμό των ψηφίων που χρησιμοποιούνται και την τιμή τους

Σημειολογία Θέσης

Συνεχίζοντας με το παράδειγμα μας...
642 στη βάση 10 σημαίνει:

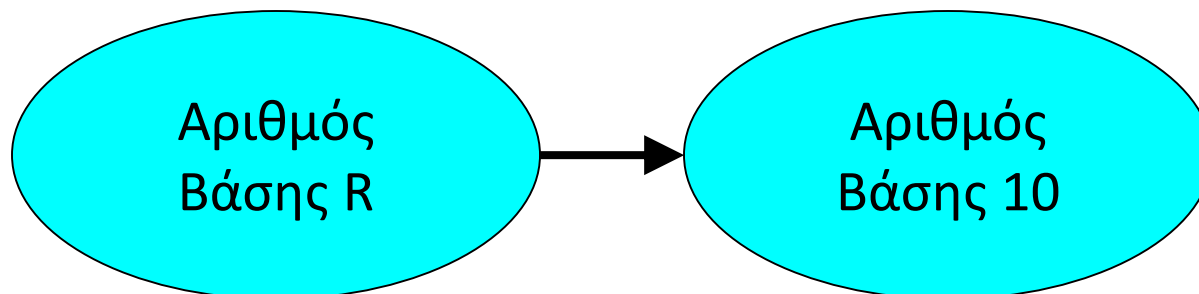
$$\begin{aligned} 6 \times 10^2 &= 6 \times 100 = 600 \\ + 4 \times 10^1 &= 4 \times 10 = 40 \\ + 2 \times 10^0 &= 2 \times 1 = 2 = 642 \end{aligned}$$

Ο αριθμός είναι
στη βάση 10

Η δύναμη δείχνει
τη θέση του ψηφίου

Σημειολογία Θέσης

- Δίνεται αριθμός $d_n d_{n-1} \dots d_3 d_2 d_1$ σε σύστημα αρίθμησης βάσης R. Για τη μετατροπή του αριθμού αυτού στον αντίστοιχο αριθμό δεκαδικού συστήματος, κάθε ψηφίο του αριθμού, ανάλογα με τη **θέση του (n)** και το **σύστημα αρίθμησης R**, πολλαπλασιάζεται με τον αριθμό R^{n-1} και οι αριθμοί που προκύπτουν προστίθενται.



Σημειολογία Θέσης

R είναι η βάση

Σαν τύπος:

$$d_n * R^{n-1} + d_{n-1} * R^{n-2} + \dots + d_2 * R + d_1$$

n είναι ο αριθμός των ψηφίων

d είναι το ψηφίο στην i οστή θέση

642 είναι:

$$6_3 * 10^2 + 4_2 * 10^1 + 2_1$$

Σημειολογία Θέσης

- Μετατρέψετε τους πιο κάτω αριθμούς στους αντίστοιχους αριθμούς στο δεκαδικό σύστημα:

1. $627_{<8>}$ (οχταδικό):

- $6 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 7 \times 8^0 = 384 + 16 + 7 = 407_{<10>}$

2. $324_{<16>}$ (δεκαεξαδικό):

- $3 \times 16^2 + 2 \times 16^1 + 4 \times 8^0 = 768 + 32 + 4 = 804_{<10>}$

3. $101_{<2>}$ (δυαδικό):

- $1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 4 + 0 + 1 = 5_{<10>}$

Συστήματα Αρίθμησης

- Τα συνηθέστερα αριθμητικά συστήματα είναι το δεκαδικό και αυτά που αποτελούν δυνάμεις του δύο:
 - Δεκαδικό σύστημα (Βάση: το 10, Σύμβολα: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
 - Δυαδικό σύστημα (Βάση: το 2, Σύμβολα: 0,1)
 - Οκταδικό σύστημα (Βάση: το 8, Σύμβολα: 0,1,2,3,4,5,6,7)
 - Δεκαεξαδικό σύστημα (Βάση: το 16, Σύμβολα: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F)

Δυαδικό σύστημα

Το δεκαδικό (Decimal) σύστημα έχει σαν βάση το 10 και έχει 10 ψηφία:

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Το δυαδικό (Binary) σύστημα έχει σαν βάση το 2 και έχει δύο ψηφία:

0,1

Για να υπάρχει ένας αριθμός σε κάποιο σύστημα πρέπει το σύστημα να περιέχει όλα τα ψηφία του αριθμού. Π.χ Ο αριθμός 284 υπάρχει μόνο στη βάση 9 και πάνω.

Δυαδικό σύστημα

- Έκφραση αριθμών με βάση τις δυνάμεις του 2:
 - $10001_{<2>}: 1x2^4+0x2^3+0x2^2+0x2^1+1x2^0 = 17_{<10>}$
($1x10^1+7x10^0$)
 - $110001_{<2>}: 1x2^5+1x2^4+0x2^3+0x2^2+0x2^1+1x2^0$
 $= 49_{<10>}$ ($4x10^1+9x10^0$)
- Παρατηρήσεις: Η αναπαράσταση αριθμών στο δυαδικό σύστημα απαιτεί μεγάλο αριθμό ψηφίων

Μετατροπή αριθμών από το δυαδικό στο δεκαδικό

- Παραθέτουμε σε κάθετο σχηματισμό τον δυαδικό αριθμό από το τέλος προς την αρχή. Σε **κάθε γραμμή** αντιστοιχούμε μια **δύναμη** του **2** αρχίζοντας από το **0**.
 - Έστω ο δυαδικός αριθμός 100010:
 - $0 \times 2^0 = 0$
 - $1 \times 2^1 = 2$
 - $0 \times 2^2 = 0$
 - $0 \times 2^3 = 0$
 - $0 \times 2^4 = 0$
 - $1 \times 2^5 = 32$
 - Λαμβάνουμε το άθροισμα: $(0+2+0+0+0+32= 34)$

Μετατροπή αριθμών από το δυαδικό στο δεκαδικό

Ποίο είναι το δεκαδικό αντίστοιχο του δυαδικού αριθμού 1101110?

$$\begin{aligned} & 1 \times 2^6 = 1 \times 64 = 64 \\ + & 1 \times 2^5 = 1 \times 32 = 32 \\ + & 0 \times 2^4 = 0 \times 16 = 0 \\ + & 1 \times 2^3 = 1 \times 8 = 8 \\ + & 1 \times 2^2 = 1 \times 4 = 4 \\ + & 1 \times 2^1 = 1 \times 2 = 2 \\ + & 0 \times 2^0 = 0 \times 1 = 0 \end{aligned}$$

= 110 in base 10

Μετατροπή αριθμών από το δεκαδικό στο δυαδικό

Εφόσον το πηλίκο δεν είναι μηδέν:

- Διαιρούμε τον δεκαδικό αριθμό με το 2.
- Βάζουμε το υπόλοιπο, στα αριστερά της απάντησης.
- Διαιρούμε το πηλίκο με 2 και επαναλαμβάνουμε το βήμα 2.

Μετατροπή αριθμών από το δεκαδικό στο δυαδικό

- **Διαιρούμε συνεχώς** το δεκαδικό νούμερο (π.χ. 34) με το **δύο** μέχρι το πηλίκο να γίνει **0**.
 - 34:2-> Πηλίκο 17, Υπόλοιπο 0
 - 17:2-> Πηλίκο 8, Υπόλοιπο 1
 - 8:2-> Πηλίκο 4, Υπόλοιπο 0
 - 4:2-> Πηλίκο 2, Υπόλοιπο 0
 - 2:2-> Πηλίκο 1, Υπόλοιπο 0
 - 1:2-> Πηλίκο 0, Υπόλοιπο 1
- Σχηματίζουμε τον αριθμό γράφοντας τα **υπόλοιπα** από το **τέλος** προς την **αρχή**:
 - Ο αριθμός $34_{<10>}$ είναι ο $100010_{<2>}$

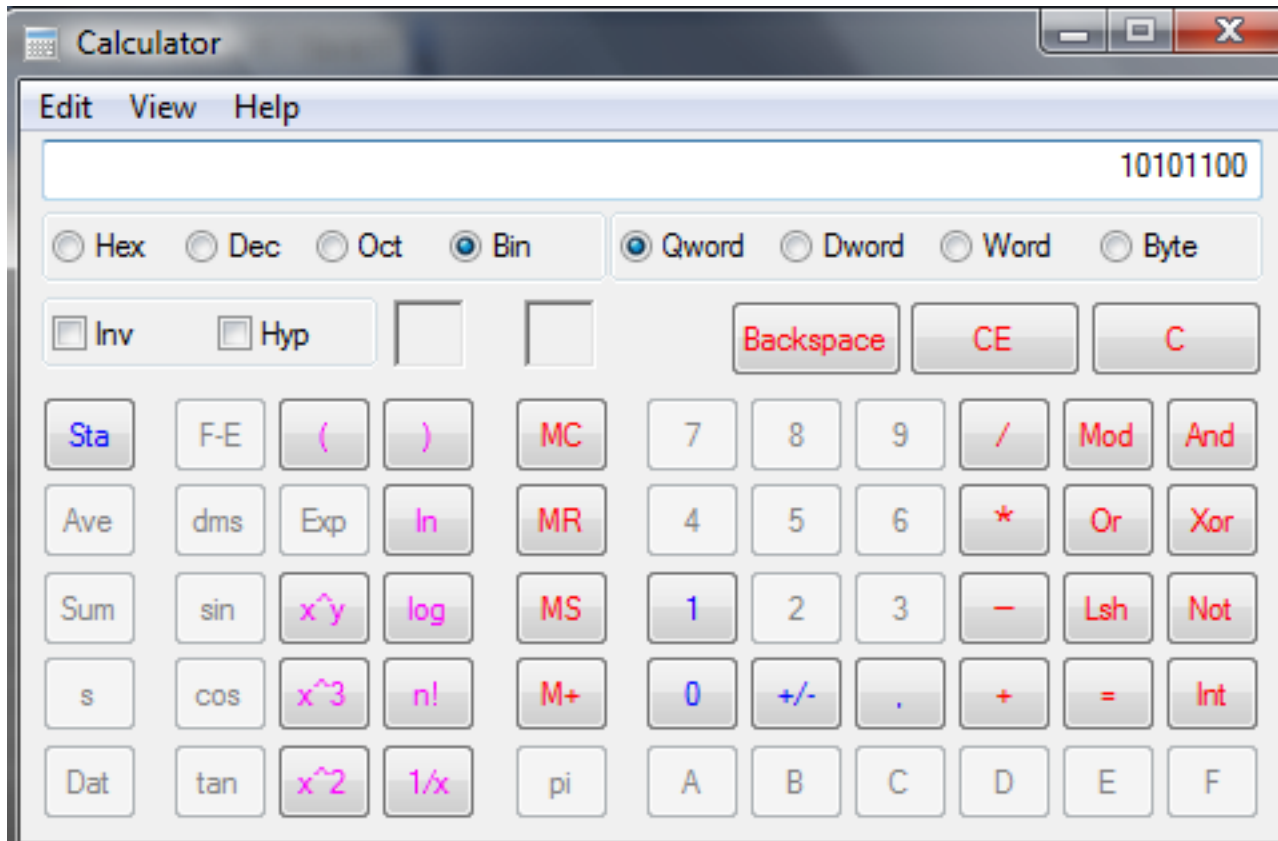
Μετατροπή αριθμών από το δεκαδικό στο δυαδικό και αντίστροφα

- Μετατρέψετε τους πιο κάτω δυαδικούς αριθμούς σε δεκαδικούς:
 - 101010, 1101, 1001, 11010.
- Μετατρέψετε τους πιο κάτω δεκαδικούς αριθμούς σε δυαδικούς:
 - 128, 110, 27, 9.

Απλή μετατροπή <10>, <16>, <2>

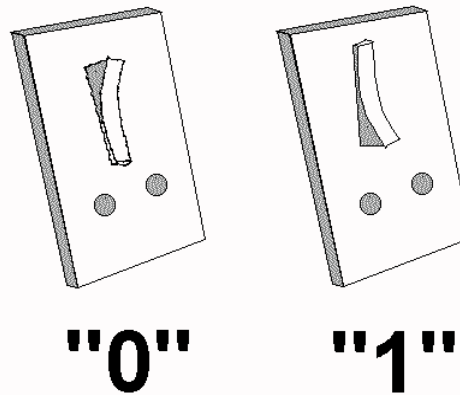
| | | | | | |
|---|---|---|---|----|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 2 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 3 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 4 | 4 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 5 | 5 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 6 | 6 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 7 | 7 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 8 | 8 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 9 | 9 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 10 | A |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 11 | B |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 12 | C |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 13 | D |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 14 | E |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 15 | F |

Calculator στο Η/Υ



Δυαδικό σύστημα και Η.Υ.

- Τα ηλεκτρονικά κυκλώματα που χρησιμοποιούνται στους Η/Υ μπορούν να ευρίσκονται σε μία από δύο καταστάσεις:
 - Ανοιχτό - κλειστό
 - Αληθές - ψευδές
 - Αγωγή ρεύματος - Διακοπή ρεύματος
- Ηλεκτρονικά κυκλώματα που μπορούν να βρίσκονται σε δύο καταστάσεις λέγονται **ψηφιακά**
- Η κατάλληλη διασύνδεση ψηφιακών κυκλωμάτων επιτρέπει την αποθήκευση και επεξεργασία δεδομένων σε ψηφιακή μορφή



Δυαδικό σύστημα και Η.Υ.

Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές χρησιμοποιούν μονάδες αποθήκευσης που ονομάζονται δυαδικά ψηφία (binary digits) ή bits:

Χαμηλή Τάση = 0

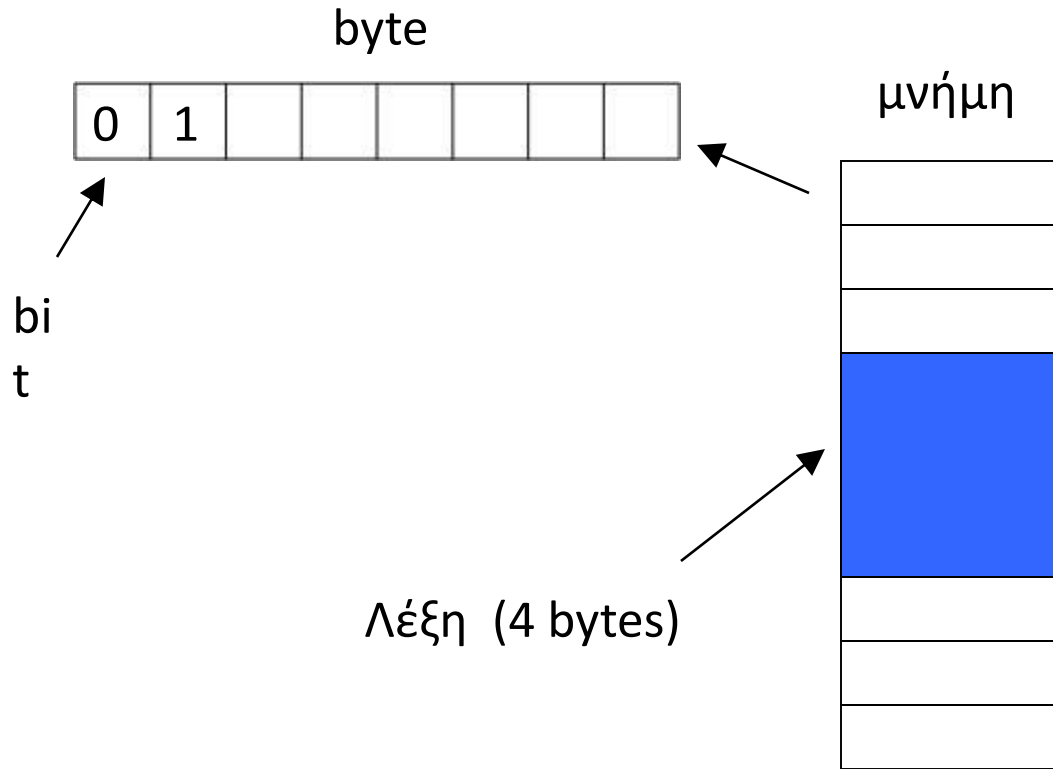
Υψηλή Τάση = 1

all bits have 0 or 1

Ομαδοποίηση δυαδικών ψηφίων

- **Bit** (Binary digiT – Δυαδικό ψηφίο): η μικρότερη ποσότητα πληροφορίας (1010 -> 4 bits, 10001010 -> 8 bits)
 - η μικρότερη μονάδα δεδομένων που μπορεί να αποθηκευτεί σε ένα υπολογιστή
 - **Byte**: Μια ακολουθία 8 δυαδικών ψηφίων (1 byte= 8 bits)
 - **KiloByte** (KB)= 2^{10} =1024Bytes
 - **MegaByte** (MB)= 2^{10} KB= 1048576 bytes
 - **Gigabyte** (GB)= 2^{10} MB= 2^{30} Bytes
 - **TeraByte** (TB)= 2^{10} GB
- Οι Η/Υ επεξεργάζονται δεδομένα ανά λέξεις.
 - Κάθε λέξη αντιστοιχεί σε ένα συγκεκριμένο αριθμό από bytes.
 - Κάθε Η/Υ αντιστοιχεί σε ένα χαρακτηριστικό μήκος λέξης (8, 32, 64 bits)
 - Ο αριθμός των bits σε μια λέξη είναι γνωστό ως το μήκος λέξης Η/Υ
 - Π.χ. Έχουμε 32-bit Η/Υ ή 64-bit Η/Υ, ανάλογα με την αρχιτεκτονική που υποστηρίζει.

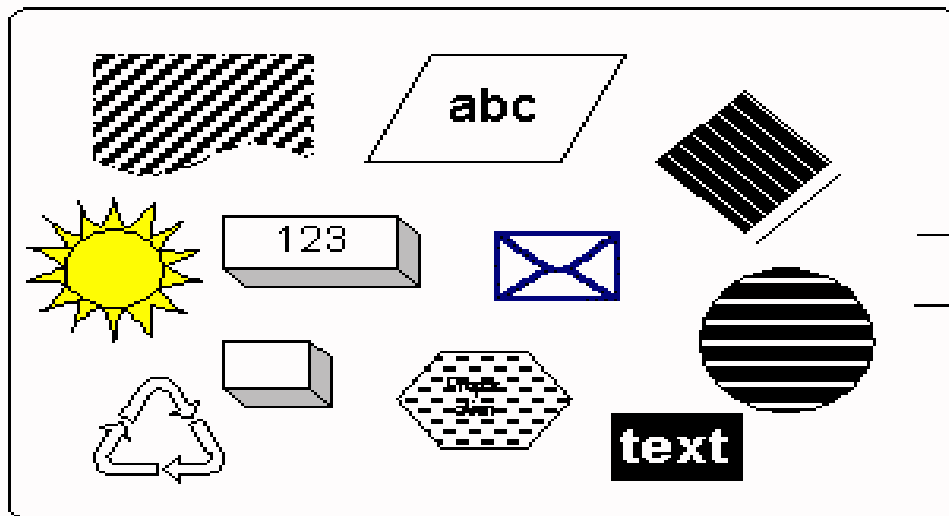
Οργάνωση μνήμης σε bytes



Παράδειγμα Κωδικοποίησης Δεδομένων

- Τα δεδομένα που εισάγονται στον Η/Υ κωδικοποιούνται σε ψηφιακή μορφή προκειμένου να μπορεί να τα αποθηκεύσει και επεξεργαστεί:

Your data



Computer data

```
01110101011010101
10100101011010101
01010101011010101
01000101011010101
01101010101001100
00101011101100111
10101001010101010
```

Κωδικοποίηση δεδομένων

- Οι υπολογιστές αναπαριστούν κάθε είδους δεδομένα (αριθμούς, γράμματα, σημεία στίξης, ήχο, εικόνα, βίντεο) μέσω ακολουθιών από δυαδικά ψηφία. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται οι κώδικες
 - Προκειμένου όλοι οι υπολογιστές να έχουν μια κοινή αναπαράσταση δεδομένων δηλαδή **κάθε αλφαριθμητικός χαρακτήρας να έχει ως αναπαράσταση συγκεκριμένη ακολουθία δυαδικών ψηφίων** δημιουργήθηκε μια κοινή σύμβαση η ASCII (American Standard Code for Information Interchange)
 - Χρήση **8 bits** για την αναπαράσταση κάθε χαρακτήρα
 - Σύνολο: $2^8 = 256$ χαρακτήρες → 0 – 255 κώδικες

Κωδικοποίηση Δεδομένων με βάση τον κώδικα ASCII

| Character | Bit pattern | Byte number | Character | Bit pattern | Byte number |
|-----------|-------------|-------------|-----------|-------------|-------------|
| A | 01000001 | 65 | Ο | 10111100 | 188 |
| B | 01000010 | 66 | . | 00101110 | 46 |
| C | 01000011 | 67 | : | 00111010 | 58 |
| a | 01100001 | 97 | \$ | 00100100 | 36 |
| b | 01100010 | 98 | \ | 01011100 | 92 |
| o | 01101111 | 111 | ~ | 01111110 | 126 |
| p | 01110000 | 112 | 1 | 00110001 | 49 |
| q | 01110001 | 113 | 2 | 00110010 | 50 |
| r | 01110010 | 114 | 9 | 00111001 | 57 |
| x | 01111000 | 120 | © | 10101001 | 169 |
| y | 01111001 | 121 | > | 00111110 | 62 |
| z | 01111010 | 122 | ‰ | 10001001 | 137 |

Άλλοι κώδικες

- **EBCDIC (από IBM),**
- **BAUDOT (για TELEX)**
- **Ελληνικός 437: Χρησιμοποιείται από τα PC με λειτουργικό DOS.**
- **IBM 851: Χρησιμοποιείται κυρίως σε PC τύπου PS/2.**
- **IBM 869: Χρησιμοποιείται σε προσωπικούς υπολογιστές με λειτουργικό σύστημα OS/2 V.2 ή νεότερο.**
- **ΕΛΟΤ 928: Ο μόνος τυποποιημένος από τον ISO και χρησιμοποιείται από το περιβάλλον MS-Windows. Λόγω της επίσημης τυποποίησής έχει επικρατήσει η χρήση του**

Άλλοι κώδικες

- **Unicode**

- **Χρήση 16 bits για την αναπαράσταση κάθε χαρακτήρα.**

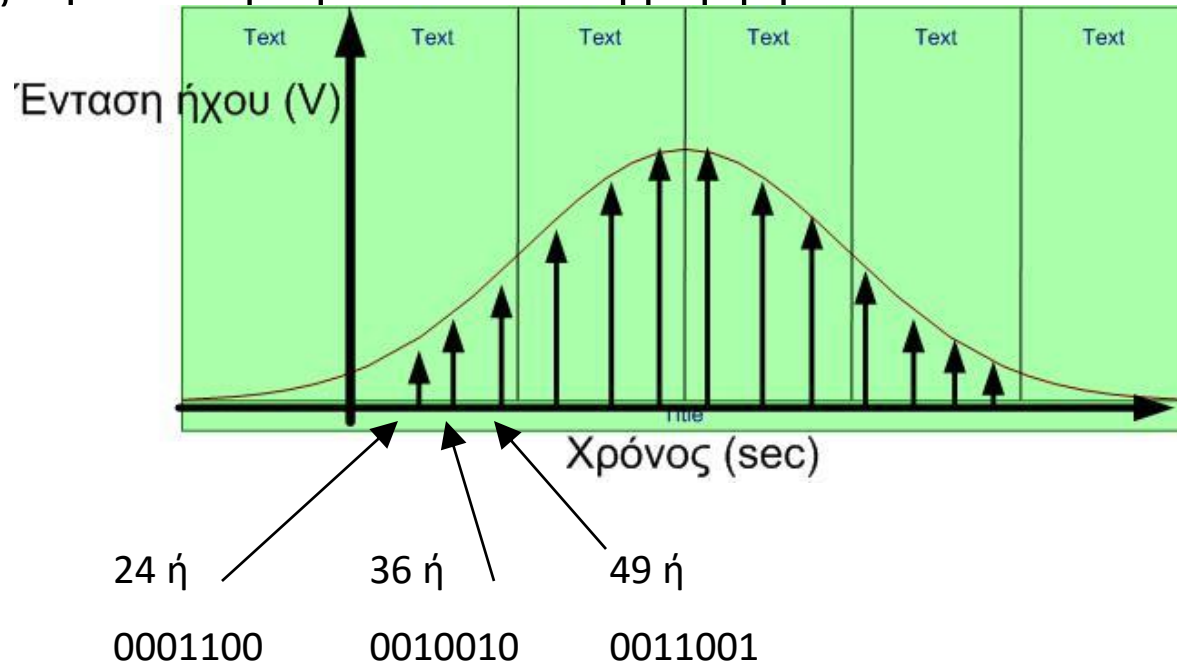
- Χρήσιμο για διεθνείς γλώσσες: αναπαράσταση κάθε χαρακτήρα σε κάθε γλώσσα που χρησιμοποιείται σε όλο τον κόσμο.
 - Σύνολο: $2^{16} = 65536$ χαρακτήρες !
 - Οι πρώτοι 256 χαρακτήρες στο Unicode πρότυπο αντιστοιχούν ακριβώς με το ASCII πρότυπο.

Παραδείγματα

- Η λέξη (ακολουθία χαρακτήρων) *cory* σε δυαδική μορφή έχει ως εξής:
 - 01000011 01101111 01110000 01111001
 - Απαιτεί για αποθήκευση 4 bytes
- Άσκηση
 - Η λέξη *boy* σε ψηφιακή μορφή
 - Ποια είναι η χωρητικότητα της (σε bytes);

Κωδικοποίηση ήχου

- Ο ήχος είναι ένα αναλογικό σήμα. Μπορεί να αναπαρασταθεί σαν μια συνεχής συνάρτηση της έντασης του με το χρόνο.
- Για τη αναπαράσταση του σε μια σειρά από ψηφία (ψηφιοποίηση), περιοδικά (σε τακτά χρονικά διαστήματα), καταγράφουμε την ένταση και εκφράζουμε τον αριθμό σε δυαδική μορφή.



Παραδείγματα

- $98_{\langle 10 \rangle} = 1100010_{\langle 2 \rangle}$
- $98/2 =$ Πηλίκo 49, Υπόλοιπο 0
- $49/2 =$ Πηλίκo 24, Υπόλοιπο 1
- $24/2 =$ Πηλίκo 12, Υπόλοιπο 0
- $12/2 =$ Πηλίκo 6, Υπόλοιπο 0
- $6/2 =$ Πηλίκo 3, Υπόλοιπο 0
- $3/2 =$ Πηλίκo 1, Υπόλοιπο 1
- $1/2 =$ Πηλίκo 0, Υπόλοιπο 1
- $1100010_{\langle 2 \rangle}$

Παραδείγματα

- $45/2=22, 1$
- $22/2=11, 0$
- $11/2=5, 1$
- $5/2=2, 1$
- $2/2=1, 0$
- $1/2=0, 1$
- $101101_{<2>}$

Παραδείγματα

- $35/2=17, 1$
- $17/2=8, 1$
- $8/2=4, 0$
- $4/2=2, 0$
- $2/2=1, 0$
- $\frac{1}{2}=0, 1$
- $100011_{<2>}$

<16> σε <2>

- Παράδειγμα
- 1100 1110 1110 <2>
- C E E
- (00)00 1110 0010
- 0 E 2

| | | | |
|------|---|------|---|
| 0000 | 0 | 1000 | 8 |
| 0001 | 1 | 1001 | 9 |
| 0010 | 2 | 1010 | A |
| 0011 | 3 | 1011 | B |
| 0100 | 4 | 1100 | C |
| 0101 | 5 | 1101 | D |
| 0110 | 6 | 1110 | E |
| 0111 | 7 | 1111 | F |

Άσκηση

- 10011 σε <10>
- 110011 σε <10>
- 34 σε <2>
- 45 σε <2>
- 128 σε <2>
- 129 σε <2>
- 100000 σε <16>
- 1101001101 σε <16>

Οκταδικός συμβολισμός

1. Διαιρούμε το σχήμα μπιτ σε τριάδες.
2. Αντικαθιστούμε τις τριάδες με ψηφία 0...7 ως εξής:

| 000 | 001 | 010 | 011 | 100 | 101 | 110 | 111 |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

Π.χ.: *011001011011100101010010011001001*



011 001 011 011 100 101 010 010 011 001 001



3 1 3 3 4 5 2 2 3 1 1

Δεκαεξαδικός συμβολισμός

1. Διαιρούμε το σχήμα μπιτ σε τετράδες.
2. Αντικαθιστούμε τις τετράδες με τα 0...9, A...F ως εξής:

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0000 | 0001 | 0010 | 0011 | 0100 | 0101 | 0110 | 0111 | 1000 | 1001 | 1010 | 1011 | 1100 | 1101 | 1110 | 1111 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |

Π.χ.: *011011101011100101010010111110101*



0110 1110 1011 1001 0101 0010 1111 1010 1



6 E B 9 5 2 F A 8