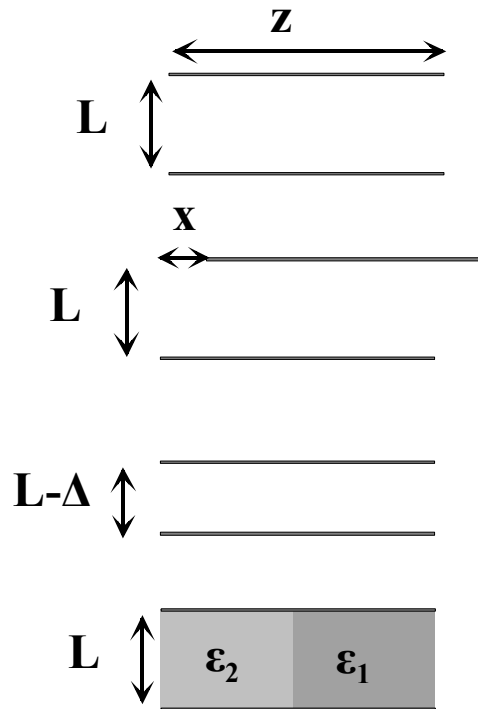


Χωρητικός αισθητήρας μετατόπισης



Λειτουργία πυκνωτή ως αισθητήρα μετατόπισης

Αν θεωρήσουμε δύο επίπεδες πλάκες με επιφάνεια A η κάθε μία, που βρίσκονται σε απόσταση L και περιέχουν διηλεκτρικό με σταθερά $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ (με $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m την διηλεκτρική σταθερά του κενού και ϵ_r την σχετική διηλεκτρική σταθερά του υλικού), τότε έχουμε ένα επίπεδο πυκνωτή με χωρητικότητα:

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{L}$$

Βλέπουμε ότι η χωρητικότητα της διάταξης είναι ανάλογη της διηλεκτρικής σταθεράς, της επιφάνειας (αλληλοεπικάλυψης) των δύο πλακών και της απόστασης μεταξύ τους. Αν οποιαδήποτε από αυτές της μεταβλητές αλλάξει τιμή, θα μεταβληθεί επίσης η χωρητικότητα.

Με βάση αυτή την ιδέα, μπορούμε να αναπτύξουμε ένα αισθητήρα μετατόπισης όπου για παράδειγμα θα μπορούμε να μετράμε:

α) την σχετική μετατόπιση των πλακών σε διεύθυνση παράλληλη στο επίπεδο τους. Αν οι διαστάσεις της κάθε πλάκας είναι z και w , στην περίπτωση μετατόπισης της μιας πλάκας κατά x , η επιφάνεια αλληλοεπικάλυψης από $A=zw$ γίνεται $A'=(z-x)w$ και η χωρητικότητα δίνεται από:

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 (z-x)w}{L}$$

β) την αλλαγή της απόστασης μεταξύ των πλακών. Στην περίπτωση αλλαγής της απόστασης των πλακών κατά Δ , η χωρητικότητα δίνεται από:

$$C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{L \pm \Delta}$$

γ) η ύπαρξη δύο διηλεκτρικών ϵ_1 , ϵ_2 μεταξύ των πλακών με διηλεκτρικό (π.χ. σε ένα αισθητήρα στάθμης). Στην περίπτωση αυτή, η χωρητικότητα δίνεται από:

$$C = \frac{\epsilon_2 (z-x)w}{L} + \frac{\epsilon_1 xw}{L} = \frac{\epsilon_2 zw}{L} + \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)xw}{L}$$

όπου x είναι το τμήμα του z που έχει διηλεκτρικό ϵ_1 .

Τυπικές διαστάσεις για χωρητικό αισθητήρα μετατόπισης είναι επιφάνεια κάθε πλάκας $A=1\text{cm}\times 1\text{cm}$ και απόσταση πλακών $L=1\ \mu\text{m}$, που δίνουν τιμές χωρητικότητας της τάξης $100\ \text{pF}$. Μεταβολές στη χωρητικότητα κατά 1% είναι ανιχνεύσιμες, άρα και μετατοπίσεις κατά 1% είναι ανιχνεύσιμες επίσης.

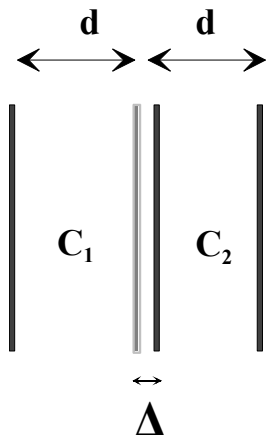
Σχετικά τώρα με την γραμμικότητα ενός χωρητικού αισθητήρα μετατόπισης, βλέπουμε ότι στις περιπτώσεις (α) και (γ), η μεταβολή της χωρητικότητας είναι απ' ευθείας ανάλογη είτε της μετατόπισης x της μιας πλάκας είτε του «γεμίσματος» κατά x του χώρου μεταξύ των πλακών. Άρα ο αντίστοιχος χωρητικός αισθητήρας μετατόπισης θα είναι γραμμικός. Όμως, στην περίπτωση (β) δεν παρουσιάζεται γραμμική σχέση μεταξύ μεταβολής απόστασης πλακών και χωρητικότητας. Για να εμβαθύνουμε λίγο στην περίπτωση αυτή, ας κάνουμε ένα ανάπτυγμα Taylor της χωρητικότητας για μικρές αλλαγές της απόστασης γύρω από μία αρχική τιμή L_0 . Τότε θα ισχύει:

$$C(L_0 + \Delta) = C(L_0) + \Delta \left. \frac{\partial C}{\partial L} \right|_{L=L_0} + \frac{\Delta^2}{2} \left. \frac{\partial^2 C}{\partial L^2} \right|_{L=L_0} + \dots$$

Αντικαθιστώντας τις παραγώγους έχουμε:

$$C(L_0 + \Delta) = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{L_0} + \Delta \left(-\frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{(L_0)^2} \right) + \frac{\Delta^2}{2} \left(\frac{2\epsilon_r \epsilon_0 A}{(L_0)^3} \right) + \dots \Rightarrow$$

$$C(L_0 + \Delta) = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{L_0} \left(1 - \frac{\Delta}{L_0} + \frac{\Delta^2}{L_0^2} \right)$$



όπου $\Delta = L - L_0$.

Από την εξίσωση βλέπουμε ότι αν θέλουμε γραμμικό αισθητήρα, θα πρέπει ο γραμμικός όρος (Δ/L_0) να είναι πολύ μεγαλύτερος του όρου δεύτερης τάξης (Δ/L_0)². Αυτό ισχύει αν $\Delta \ll L_0$, δηλαδή αν η μετατόπιση είναι πολύ μικρή. Τότε, η μεταβολή της χωρητικότητας δίνεται από μία σχέση της μορφής:

$$\Delta C = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A \Delta}{L_0^2}$$

Συχνά όμως, ο όρος δεύτερης τάξης μπορεί να γίνει σημαντικός και να επηρεάσει τις μετρήσεις μας. Στην περίπτωση αυτή, μία λύση είναι να υπάρχουν δύο πυκνωτές σε σειρά με κοινό τον μετακινούμενο οπλισμό (διαφορικός πυκνωτής) όπως φαίνεται στο σχήμα 2.2. Έστω ότι αρχικά οι αποστάσεις των ακίνητων οπλισμών από τον κινητό είναι ίσες με *L*, ενώ λόγω κάποιας μετατόπισης Δ του κινητού

οπλισμού, στον πυκνωτή 1 η απόσταση γίνεται $L+\Delta$ ενώ στον 2, $L-\Delta$. Δηλαδή, η μετατόπιση Δ αλλάζει την χωρητικότητα και των δύο πυκνωτών και θα ισχύει:

$$C'_1 = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{L+\Delta} \quad \Delta C_1 = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{L} \left(1 - \frac{\Delta}{L} + \frac{\Delta^2}{L^2} \right)$$
$$C'_2 = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{L-\Delta} \quad \Delta C_2 = \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A}{L} \left(1 + \frac{\Delta}{L} + \frac{\Delta^2}{L^2} \right)$$

Επομένως, η συνολική αλλαγή στη χωρητικότητα θα είναι:

$$\Delta C = 2 \frac{\epsilon_r \epsilon_0 A \Delta}{L^2}$$

Από την τελευταία εξίσωση βλέπουμε ότι με τον διαφορικό πυκνωτή, ο δεύτερης τάξης όρος έχει φύγει και η μεταβολή της χωρητικότητας είναι γραμμική συνάρτηση της μεταβολής της απόστασης

των οπλισμών του πυκνωτή. Φυσικά, υπάρχει ακόμα ο τρίτης τάξης όρος, όμως αυτός είναι πολύ μικρότερος.

Οι χωρητικοί αισθητήρες μετατόπισης χρησιμοποιούνται όπου απαιτείται πολύ μεγάλη ακρίβεια καθώς σε άλλες περιπτώσεις, υπάρχουν φτηνότεροι αισθητήρες με αρκετά καλά αποτελέσματα. Είναι γενικά ακριβές λύσεις και χρησιμοποιούνται για πολύ μικρές μετατοπίσεις όπως σε αυτές που οφείλονται σε πίεση, μηχανική τάση και επιτάχυνση.

Αισθητήρας μετατόπισης/απόστασης με λέιζερ

Είναι σήμερα πλέον αποδεδειγμένο ότι διατάξεις που βασίζονται σε συστήματα λέιζερ κάνουν εφικτές διάφορες μετρήσεις που ήταν αδύνατες πριν την εμφάνιση των λέιζερ ή τουλάχιστον ήταν περιορισμένης ακρίβειας.

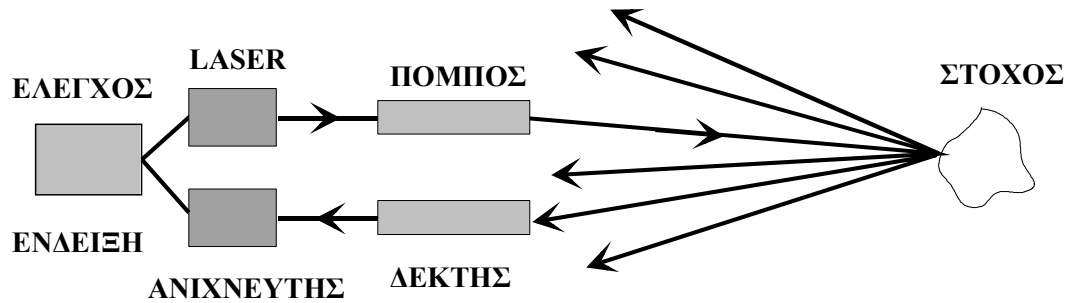
Σαν παράδειγμα, για μετρήσεις πάρα πολύ μικρών αποστάσεων-μετατοπίσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί το λέιζερ με την μορφή ενός συμβολόμετρου με ακρίβεια τουλάχιστον μερικά δέκατα του μικρόμετρου. Αντίστοιχα σε μετρήσεις μεγάλων αποστάσεων μπορεί να χρησιμοποιηθεί το λέιζερ, είτε με τη μέθοδο της τηλεσκόπησης (τηλεμετρίας), είτε με τη μέθοδο της διαμορφωμένης δέσμης.

Η απλούστερη διάταξη μέτρησης μεγάλων αποστάσεων είναι η τηλεμετρία λέιζερ και βασίζεται στην ίδια φυσική αρχή με αυτή του RADAR.

Η μόνη διαφορά μεταξύ RADAR και τηλεμετρίας λέιζερ είναι το μήκος κύματος της χρησιμοποιούμενης ΗΜ ακτινοβολίας και τα τελευταία χρόνια έχει εισαχθεί ο τεχνολογικός όρος LIDAR (Light Detection And Ranging) κατ' αντιστοιχία του RADAR (Radio Detection And Ranging).

Μία τυπική διάταξη LIDAR παρουσιάζεται στο σχήμα. Η λειτουργία του βασίζεται σε ένα παλμικό λέιζερ αρκετής ισχύος, η δέσμη του οποίου μέσω κατάλληλου πομπού οδηγείται σε στόχο του οποίου

θέλουμε να μετρήσουμε την απόσταση.



Σχήμα 3.1 Διάταξη LIDAR

Η δέσμη στο στόχο υφίσταται ανάκλαση-σκέδαση (ανάλογα με την ποιότητα της επιφάνειας) με αποτέλεσμα, μέρος της εκπεμπόμενης ισχύος να επιστρέφει σε κατάλληλο σύστημα δέκτη-ανιχνευτή. Η απόσταση του στόχου L μπορεί να υπολογιστεί από τον χρόνο ταξιδιού της δέσμης Δt (το Δt είναι η διαφορά χρόνου μεταξύ εκπομπής και λήψης του παλμού λέιζερ) σύμφωνα με την σχέση:

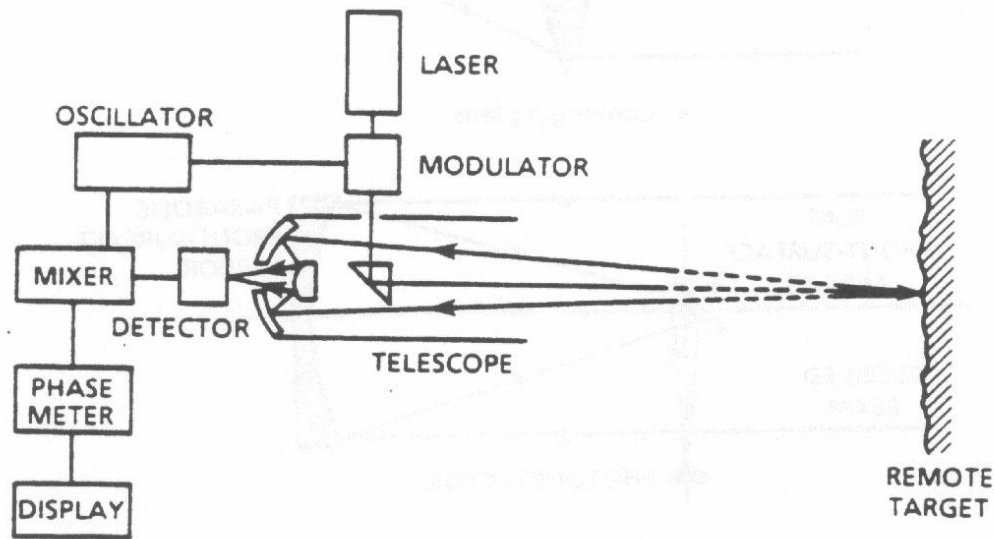
$$L=(1/2)c\Delta t$$

όπου c είναι η ταχύτητα του φωτός και ο παράγοντας $\frac{1}{2}$ σχετίζεται με το γεγονός ότι η δέσμη ταξιδεύει δύο φορές την απόσταση μεταξύ του συστήματος μέτρησης και του στόχου.

Ενδεικτικά αναφέρεται ότι για απόσταση 15 m, το Δt είναι 0.1 μsec , αποτέλεσμα που δείχνει την ανάγκη χρήσης παλμών λέιζερ μικρής χρονικής διάρκειας (της τάξης nsec) καθώς σε διαφορετική περίπτωση θα υπάρχει αλληλεπικάλυψη των παλμών εκπομπής και λήψης. Αντίστοιχο πρόβλημα μπορεί να δημιουργηθεί με τον ρυθμό επανάληψης του λέιζερ που δεν πρέπει να είναι ιδιαίτερα μεγάλος (για ρυθμό επανάληψη 100 Hz, η μέγιστη απόσταση μέτρησης είναι 10^6 m, ενώ στα 10000 Hz, 10^4 m).

Τα συστήματα μέτρησης απόστασης LIDAR χρησιμοποιούνται σε στρατιωτικές και διαστημικές εφαρμογές καθώς και σε διάφορες εφαρμογές μέτρησης αλλά και παρακολούθησης της θέσης αντικειμένων σε μεγάλες αποστάσεις. Μπορεί να δώσει πάρα πολύ καλά και ακριβή αποτελέσματα όπως για παράδειγμα η μέτρηση της απόστασης γης-σελήνης. Η μέτρηση αυτή πραγματοποιήθηκε με την τοποθέτηση συστήματος 100 οπισθο-ανακλαστήρων, καθένας με διάμετρο 4 cm, στην επιφάνεια της σελήνης, που είχε σαν αποτέλεσμα διάμετρο δέσμης στον δέκτη 16 km.

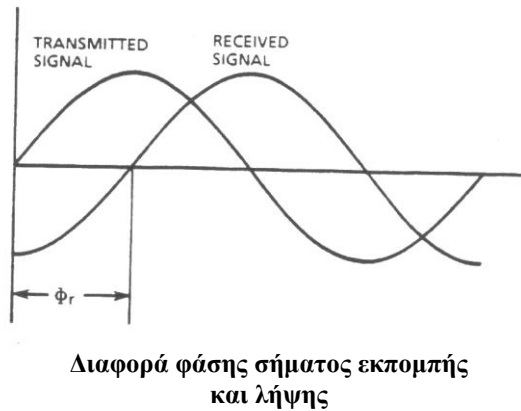
Μία άλλη τεχνική μέτρησης μεγάλων-μεσαίων αποστάσεων χρησιμοποιεί σταθεροποιημένα λέιζερ



Διάταξη μέτρησης απόστασης με διαμόρφωση δέσμης

συνεχούς λειτουργίας και βασίζεται στην ημιτονική διαμόρφωση του πλάτους της δέσμης (ονομάζεται και τηλεμετρία διαμορφωμένης δέσμης). Μία τυπική σχετική διάταξη παρουσιάζεται στο Σχήμα. Όπως φαίνεται, η δέσμη από ένα λέιζερ συνεχούς λειτουργίας, με πολύ καλή συμφωνία και μονοχρωματικότητα, διαμορφώνεται κατά πλάτος με κατάλληλο διαμορφωτή και

αποστέλλεται προς στόχο, του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε την απόσταση. Η ανακλώμενη-σκεδαζόμενη από το στόχο δέσμη συλλέγεται με κατάλληλο τηλεσκόπιο και οδηγείται σε ανιχνευτή και κατάλληλα ηλεκτρονικά για αναγνώριση φάσης.



Ο χρόνος ταξιδιού της δέσμης t_R σχετίζεται με την διαφορά φάσης $\Delta\phi_r$ μεταξύ των ημιτονοειδών σημάτων εκπομπής και λήψης σύμφωνα με

$$\text{την σχέση: } t_R = \frac{\Delta\phi_r}{\omega_{\text{mod}}}$$

όπου ω_{mod} είναι η κυκλική συχνότητα διαμόρφωσης της δέσης ($\omega_{\text{mod}}=2\pi f_{\text{mod}}$). Σαν αποτέλεσμα, η απόσταση του στόχου μπορεί να υπολογιστεί από εξίσωση αντίστοιχη αυτής του LIDAR:

$$L = (1/2)ct_R = \frac{c\Delta\phi_r}{2\omega_{\text{mod}}}$$

Η συχνότητα διαμόρφωσης καθορίζει την μέγιστη μετρούμενη απόσταση, η οποία δίνεται από την σχέση: $L_{\text{max}}=c/2f_{\text{mod}}$ (π.χ. για συχνότητα διαμόρφωσης 100 kHz, η μέγιστη μετρούμενη απόσταση είναι 1.5 km). Το σύστημα είναι ικανό για μετρήσεις με ακρίβεια καλύτερη από 1 cm για αποστάσεις μερικά km. Ένα σημείο που απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή είναι η ατμοσφαιρική κατάσταση. Το laser CO₂ λειτουργεί καλύτερα σε ομίχλες, όμως τα laser He-Ne, διοδικά και Nd:YAG laser ευθυγραμμίζονται πιο εύκολα λόγω του μήκους κύματος που διαθέτουν.

Ας δούμε τώρα δύο παραδείγματα μέτρησης απόστασης με laser:

A) Ένα σύστημα LIDAR εκπέμπει παλμούς διάρκειας (στο μισό του μέγιστου ύψους-FWHM) 20 ns.

Ποια είναι η ελάχιστη απόσταση που μπορεί να μετρηθεί με καλή ακρίβεια;

Για να μπορέσουμε να μετρήσουμε με ακρίβεια το μέγιστο των δύο παλμών θα πρέπει η χρονική απόσταση μεταξύ τους να είναι τουλάχιστον ίση με την χρονική διάρκεια τους. Άρα, $\Delta t_{\min}=20$ ns. Από την εξίσωση (3.1) έχουμε ότι το L_{\min} είναι:

$$L_{\min}=(1/2)c\Delta t_{\min}=(1/2)\times 3\times 10^8\times 20\times 10^{-9}=3\text{ m}$$

B) Σε ένα σύστημα τηλεμετρίας διαμορφωμένης δέσμης, η συχνότητα διαμόρφωσης είναι $f_{\text{mod}}=1$ MHz. Ποια είναι η μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση για μετρήσεις; Αν σε μία μέτρηση απόστασης L , η μετρούμενη διαφορά φάσης είναι $\pi/4$, πόση είναι η απόσταση αυτή;

Η μέγιστη απόσταση λειτουργίας δίνεται από τη σχέση: $L_{\max} = \frac{c}{2f_{\text{mod}}} = \frac{3\times 10^8}{2\times (1\times 10^6)} = 150\text{m}$

Αντίστοιχα, σε μία μέτρηση ισχύει: $L = \frac{c\Delta\phi_r}{2\omega_{\text{mod}}} = \frac{(3\times 10^8)\times (\pi/4)}{2\times (2\times \pi\times 1\times 10^6)} = 18.75\text{m}$

Συμβολομετρία.

Η ακριβέστερη μέθοδος μέτρησης μικρών αποστάσεων και μετακινήσεων είναι η συμβολομετρία, τεχνική με παλιές μεν ρίζες, που όμως πριν το laser είχε περιορισμένες δυνατότητες (αποστάσεις της τάξης cm). Μετά την ανακάλυψη της τέλει σύμφωνης πηγής, το laser, η συμβολομετρία αναπτύχθηκε ταχύτητα σαν μία τεχνική μεγάλης ακρίβειας και ευελιξίας. Σήμερα, οι συμβολομετρικές διατάξεις μέτρησης απόστασης παρουσιάζουν πολύ μεγαλύτερη ακρίβεια από αυτές της τηλεμετρίας και της διαμορφωμένης δέσμης, όμως ταυτόχρονα παρουσιάζουν και πολλές απαιτήσεις σε σχέση με τις ιδιότητες της πηγής laser αλλά τις ανάγκες σταθερής ατμόσφαιρας διάδοσης.

Ας θεωρήσουμε δύο κύματα φωτός που διαδίδονται στην διεύθυνση z οπότε τα αντίστοιχα ηλεκτρικά πεδία περιγράφονται από τις εξισώσεις:

$$E_1 = E_{01} \sin(\omega t - kz)$$

$$E_2 = E_{02} \sin(\omega t - kz + \varphi)$$

όπου E_{01} , E_{02} τα μέγιστα πλάτη των πεδίων, ω η γωνιακή συχνότητα, k το κυματόνισμα και φ η αρχική διαφορά φάσης των πεδίων.

Το αποτέλεσμα της υπέρθεσης των δύο πεδίων μπορεί πολύ εύκολα να παρατηρηθεί μέσω της έντασης ακτινοβολίας I η οποία είναι ανάλογη του τετραγώνου του ηλεκτρικού πεδίου $I = \epsilon c \langle E^2 \rangle_T$, όπου ϵ η διηλεκτρική σταθερά του μέσου, c η ταχύτητα φωτός και ο τελευταίος όρος ορίζει την μέση τιμή του τετραγώνου του ηλεκτρικού πεδίου μέσα σε μία περίοδο T . Για το συνολικό ηλεκτρικό πεδίο θα έχουμε:

$$E_{ολ}^2 = E \cdot E = (E_1 + E_2) \cdot (E_1 + E_2) = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 \cdot E_2$$

Επομένως, η ένταση ακτινοβολίας θα δίνεται από:

$$I_{ολ} = \epsilon c \left[\langle E_1^2 \rangle_T + \langle E_2^2 \rangle_T + 2 \langle E_1 \cdot E_2 \rangle_T \right] = I_1 + I_2 + I_{12}$$

Βλέπουμε επομένως ότι η ολική ένταση ακτινοβολίας είναι το άθροισμα των επιμέρους εντάσεων συν ένα επιπλέον όρο τον I_{12} , ο οποίος είναι ο όρος συμβολής. Αν θεωρήσουμε τα ηλεκτρικά πεδία των εξισώσεων, ο όρος συμβολής αποδεικνύεται ότι ισούται με:

$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos\delta$$

όπου το δ αντιστοιχεί στην συνολική διαφορά φάσης των δύο πεδίων στο σημείο συμβολής.

Αξίζει να σημειωθεί εδώ ότι η εξίσωση ισχύει με την προϋπόθεση ότι τα δύο πεδία έχουν την ίδια συχνότητα και πόλωση, ή στην χειρότερη περίπτωση, έχουν παράλληλες συνιστώσες πεδίου, οπότε στο τελικό αποτέλεσμα συμμετέχουν μόνο αυτές (στην περίπτωση κάθετων πολώσεων, $I_{12}=0$). Αντικαθιστώντας στις προηγούμενες εξισώσεις θα έχουμε:

$$I_{ολ} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

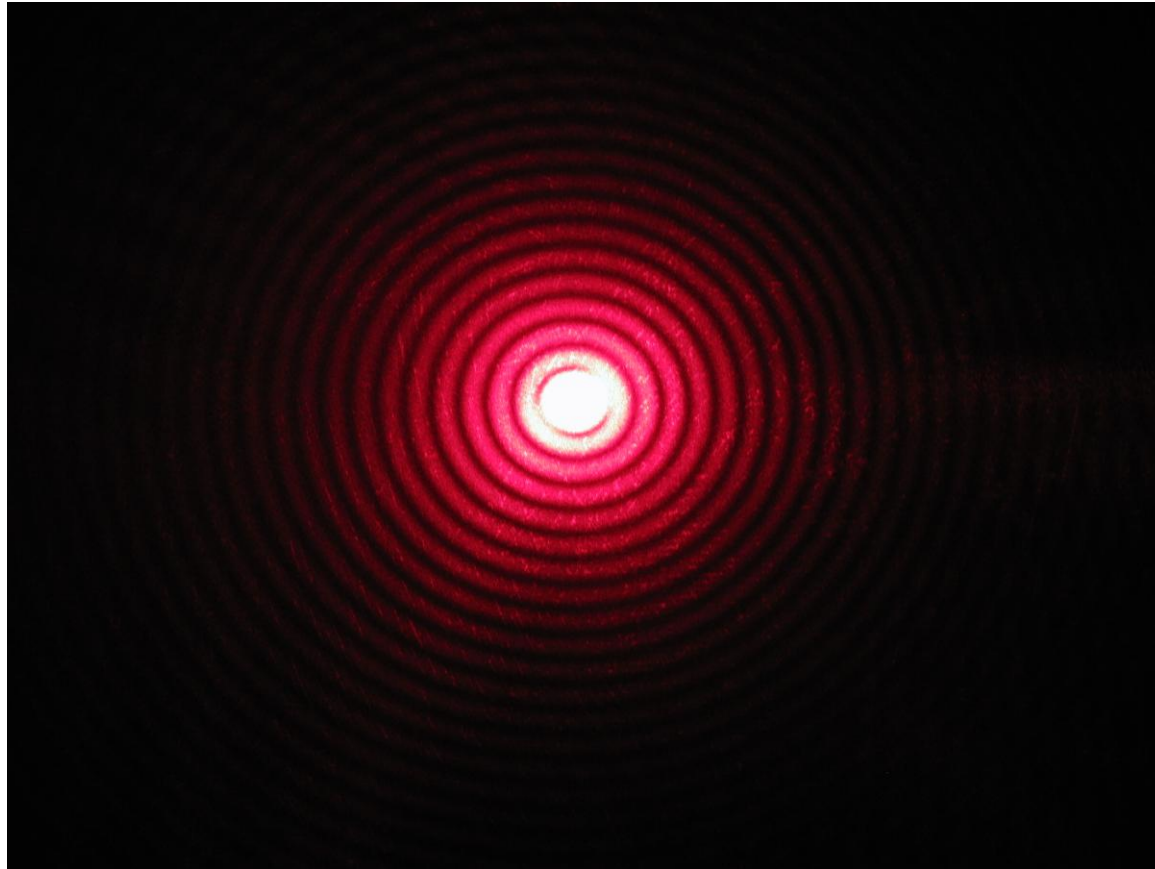
Βλέπουμε επομένως ότι κατά την συμβολή δύο κυμάτων, το τελικό αποτέλεσμα καθορίζεται από την διαφορά φάσης δ των κυμάτων στο σημείο συμβολής. Υπάρχουν μάλιστα δύο ακραίες περιπτώσεις:

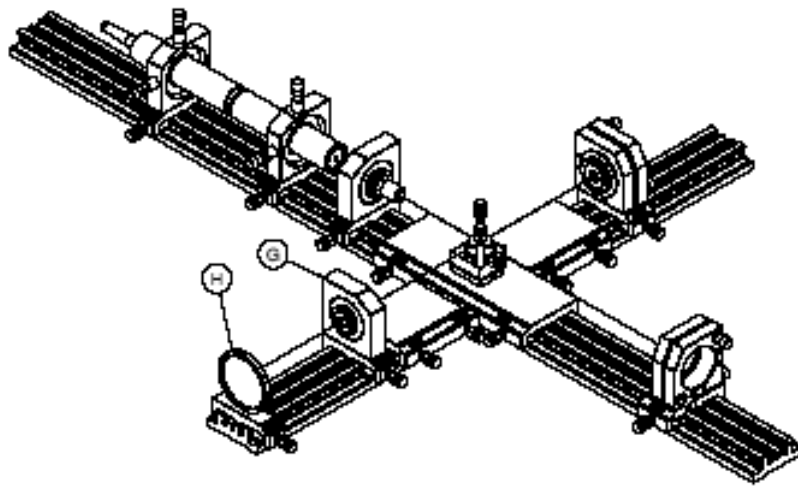
$$\begin{aligned} I_{\max} &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} & \text{αν} & \quad \delta = 2n\pi \\ I_{\min} &= I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} & \text{αν} & \quad \delta = (2n + 1)\pi \end{aligned}$$

όπου n ακέραιος.

Δηλαδή, αν η διαφορά φάσης είναι άρτιο πολλαπλάσιο του π , τότε το άθροισμα έχει μέγιστη τιμή, σε αντίθεση με την ελάχιστη τιμή που έχουμε αν η διαφορά φάσης είναι περιττό πολλαπλάσιο του π . Επομένως, στην πρώτη περίπτωση έχουμε ενισχυτική συμβολή, ενώ στην δεύτερη καταστρεπτική (ή αποσβετική) συμβολή.

Αν μάλιστα οι εντάσεις των δύο πεδίων είναι ίσες, τότε $I_{\max}=4I$ και $I_{\min}=0$. Στο σημείο αυτό μάλιστα φαίνεται και το παράδοξο αποτέλεσμα της συμβολής σύμφωνων κυμάτων όπου ισχύει το $1+1=4$.





Συμβολομετρική διάταξη Michelson για την μέτρηση αποστάσεων

Η βασικότερη συμβολομετρική διάταξη για μέτρηση της απόστασης είναι το συμβολόμετρο Michelson. Σαν πηγή χρησιμοποιείται ένα σταθεροποιημένο He-Ne laser, από το οποίο δημιουργούνται δύο δέσμες από κατάλληλο διαιρέτη, μία ως δέσμη αναφοράς και μία ως δέσμη μετακίνησης. Οι δύο δέσμες καταλήγουν σε οθόνη ή ανιχνευτή όπου αναπτύσσονται κροσσοί συμβολής, φωτεινός ή σκοτεινός ανάλογα με την

διαφορά δρόμου των δύο δεσμών. Μετακίνηση του καθρέφτη μετατόπισης κατά $\lambda/4$, έχει σαν αποτέλεσμα μια αλλαγή στη διαφορά δρόμου μεταξύ των δύο δεσμών κατά $\lambda/2$ και μετατροπή ενός φωτεινού σε σκοτεινό (ή το αντίθετο). Επομένως, η διάταξη είναι ένας αισθητήρας μετατόπισης με ακρίβεια $\lambda/4$. Στην πράξη, η ακρίβεια αυτή μπορεί να γίνει μεγαλύτερη αν βαθμολογηθεί η μεταβολή της έντασης του κροσσού σε συνάρτηση με την μετακίνηση του καθρέφτη μετατόπισης, φτάνοντας τα $\lambda/20$ ή και καλύτερα.

