

## Πιεζοηλεκτρικοί κρύσταλλοι

➤ Πιεζοηλεκτρικό ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο μια εφαρμοζόμενη μηχανική τάση (δύναμη ή πίεση) κατά μήκος ενός άξονα ενός κρυσταλλικού υλικού (π.χ. άξονα x) προκαλεί την εμφάνιση ηλεκτρικής τάσης σε άλλο κάθετο άξονα (π.χ. στον άξονα y ή z). Η συμπεριφορά αυτή οφείλεται στην αλλαγή της διάστασης του υλικού (στην διεύθυνση της δύναμης) που προκαλεί μία αλλαγή της κατανομής φορτίου στον κρύσταλλο. Αντίστοιχα, η εφαρμογή μιας ηλεκτρικής τάσης σε ένα πιεζοηλεκτρικό κρύσταλλο προκαλεί αλλαγή της διάστασης του.

➤ Γενικά, μία εφαρμοζόμενη δύναμη  $F$  σε πιεζοηλεκτρικό υλικό, προκαλεί την εμφάνιση φορτίου  $Q$  τέτοιου ώστε:

$$Q=dF$$

με  $d$  τον πιεζοηλεκτρικό συντελεστή (με μονάδες  $Cb/N$ ) που είναι μία  $3 \times 3$  μήτρα. Τα μη μηδενικά στοιχεία της μήτρας αυτής εξαρτώνται από την δομή του κρυστάλλου και η τιμή τους αλλάζει με την διεύθυνση.

➤ Επομένως, η επίδραση μιας δύναμης  $F$  σε ένα πιεζοηλεκτρικό κρύσταλλο εξαρτάται από την διεύθυνση εφαρμογής της. Τυπικές τιμές του  $d$  για τα υπό χρήση υλικά είναι μεταξύ 1-100 pCb/N.

➤ Η τάση  $V$  που εμφανίζεται στα άκρα ενός πιεζοηλεκτρικού κρυστάλλου με σταθερά  $d$ , κάτω από την επίδραση μιας δύναμης  $F$  δίνεται από:

$$V = \frac{dLF}{\epsilon_r \epsilon_0 A}$$

όπου  $L$  η διάσταση του κρυστάλλου στην διεύθυνση εφαρμογής της δύναμης,  $A$  επιφάνεια του κρυστάλλου σε κάθετη διεύθυνση,  $\epsilon_0$  η διηλεκτρική σταθερά του κενού ( $8.85 \times 10^{-12}$  F/m) και  $\epsilon_r$  η σχετική διηλεκτρική σταθερά του κρυστάλλου.

➤ Ταυτόχρονα, η αλλαγή της διάστασης  $L$  του κρυστάλλου θα βρεθεί αν λάβουμε υπόψη μας την σχέση που συνδέει την μηχανική τάση  $F/A$  με τη σχετική μεταβολή της διάστασης

στο κρύσταλλο  $\Delta L/L$ :

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}$$

➤ Ε μία σταθερά γνωστή με το όνομα μέτρο του Young με μονάδες  $\text{N/m}^2$  και παράδειγμα τιμής στο PZT τα  $83 \text{ GN/m}^2$ . Με βάση τις σχέσεις, η αλλαγή στο μήκος σε ένα πιεζοηλεκτρικό κρύσταλλο είναι:

$$\Delta L = \frac{FL}{EA}$$

➤ Αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας τις σχέσεις, η αλλαγή της διάστασης ανά τάση ( $\Delta L/V$ ) σε ένα πιεζοηλεκτρικό κρύσταλλο δίνεται από την εξίσωση:

$$\frac{\Delta L}{V} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0}{dE}$$

➤ Δηλαδή, η μεταβολή του μήκους ανά μονάδα τάσης είναι καθαρά χαρακτηριστικό του υλικού και δεν εξαρτάται από τη γεωμετρία και το μέγεθος του κρυστάλλου.

Για να πάρουμε τώρα μία ιδέα των μεγεθών σε ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό, ας δούμε τι συμβαίνει στο PZT, στο οποίο οι απαραίτητες σταθερές έχουν τιμές:  $\epsilon_r=1200$ ,  $d=1.1 \times 10^{-10}$  Cb/V,  $E=8.3 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>. Αν διαθέτουμε ένα κρύσταλλο επιφάνειας 1 cm×1 cm και πάχους 1 mm και εφαρμόσουμε δύναμη 1 N κατά την διεύθυνση του πάχους, τότε στα άκρα του κρυστάλλου θα εμφανιστεί τάση V ίση με:

$$V = \frac{dLF}{\epsilon_r \epsilon_0 A} = \frac{(1.1 \times 10^{-10}) \times 10^{-3} \times 1}{1200 \times (8.85 \times 10^{-12}) \times 10^{-4}} = 0.1 \text{ V}$$

Η ίδια δύναμη θα προκαλέσει μία αλλαγή στο πάχος του κρυστάλλου:

$$\Delta L = \frac{FL}{EA} = \frac{1 \times 10^{-3}}{(8.3 \times 10^{10}) \times 10^{-4}} = 1.2 \times 10^{-10} \text{ m} = 0.12 \text{ nm}$$

Δηλαδή, στο συγκεκριμένο κρύσταλλο, μία δύναμη 1 N θα προκαλέσει την εμφάνιση τάσης 100 mV και αλλαγή στην διάσταση κατά 0.12 nm. Όσον αφορά τώρα την αλλαγή της διάστασης ανά μονάδα εφαρμοζόμενης τάσης, αυτή θα είναι:

$$\frac{\Delta L}{V} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0}{dE} = \frac{1200 \times (8.85 \times 10^{-12})}{(1.1 \times 10^{-10}) \times (8.3 \times 10^{10})} = 1.2 \times 10^{-9} \text{ m/V}$$

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά είναι συνήθως όχι καλά διηλεκτρικά και παρουσιάζουν σχετικά γρήγορη διαρροή φορτίου. Ο χρόνος που παραμένει το φορτίο στον κρύσταλλο εξαρτάται αφενός από την χωρητικότητα του αλλά και από την αντίσταση στη έξοδο με τυπικές τιμές το 1 sec. Η συμπεριφορά αυτή δείχνει ότι τα πιεζοηλεκτρικά υλικά δεν είναι κατάλληλα για στατικές μετρήσεις αλλά μόνο για μέτρηση δυναμικών φαινομένων.

Ως αισθητήρες, τα πιεζοηλεκτρικά υλικά έχουν τα πλεονεκτήματα των μικρών διαστάσεων και της μη απαίτησης παροχής ισχύος. Όμως ταυτόχρονα, το μεγάλο μειονέκτημα τους είναι η αδυναμία τους να μετρήσουν στατικά φαινόμενα.

Ας δούμε στη συνέχεια δύο παραδείγματα χρήσης πιεζοηλεκτρικών υλικών:

Α) Ένα πιεζοηλεκτρικό επιταχυνσιόμετρο αποτελείται από μάζα  $m=10$  gr και ένα κομμάτι PZT ( $d=1.1 \times 10^{-10}$  Cb/V,  $\epsilon_r=1200$ ,  $E=8.3 \times 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>) με διαστάσεις: επιφάνεια  $A=1$  cm X 1 cm και πάχος  $L=1$ mm (το πάχος στη διεύθυνση του z άξονα). Αν εφαρμοστεί μία επιτάχυνση  $1$  mg στη διεύθυνση z, πόση θα είναι η τάση εξόδου; Πόση είναι η συχνότητα συντονισμού;

Λύση:

Αρχικά θα υπολογίσουμε πόση δύναμη ασκεί στον κρύσταλλο η μάζα  $m$  λόγω της επιτάχυνσης  $\gamma$ :

$$F = m\gamma = (10 \times 10^{-3}) \times (10^{-3} \times 9.8) = 9.8 \times 10^{-5} \text{ N}$$

Στη συνέχεια, από την εξίσωση μπορούμε να βρούμε την τάση εξόδου:

$$V = \frac{dLF}{\epsilon_r \epsilon_0 A} = \frac{(1.1 \times 10^{-10}) \times 10^{-3} \times (9.8 \times 10^{-5})}{(8.85 \times 10^{-12}) \times 1200 \times (10^{-2} \times 10^{-2})} = 10 \mu\text{V}$$

Σε σχέση τώρα με την συχνότητα συντονισμού, πρέπει να βρούμε την «σταθερά ελατηρίου». Από την εξίσωση (5.3) έχω:

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow F = \frac{EA}{L} \Delta L$$

Δηλαδή, το ρόλο της «σταθεράς ελατηρίου» παίζει το  $EA/L$ , το οποίο για την περίπτωση που εξετάζουμε έχει τιμή  $k=8.3 \times 10^9$  N/m. Θεωρώντας μία απλή ταλάντωση, η συχνότητα συντονισμού θα βρεθεί από την εξίσωση:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8.3 \times 10^9}{10^{-2}}} = 911060 \text{ rad / s}$$

**B) Σε ένα κατάστημα, ο αισθητήρας για άνοιγμα πόρτας (χαλί μπροστά στην πόρτα) έχει φτιαχτεί με πιεζοηλεκτρικό φύλλο PVDF ( $d=30 \times 10^{-12}$  Cb/V,  $\epsilon_r=12$ ), πάχους  $L=28$   $\mu\text{m}$  και επιφάνειας  $A=1$   $\text{m}^2$ . Αν στο φύλλο πατήσει παιδί  $m=25$  kgr, πόση τάση θα έχω στην έξοδο; Υπάρχει διαφορά αν πατήσει το φύλλο ένα τετράποδο ίδιας μάζας;**

**Λύση:**

**Από την εξίσωση μπορούμε να βρούμε την τάση εξόδου:**

$$V = \frac{dLF}{\epsilon_r \epsilon_0 A} = \frac{(30 \times 10^{-12}) \times (28 \times 10^{-6}) \times (25 \times 9.8)}{12 \times (8.85 \times 10^{-12}) \times 1} = 1.95 \text{ mV}$$

**Αν στο φύλλο πατήσει τετράποδο αντί για δίποδο, στην έξοδο θα έχω την ίδια τάση καθώς αυτή εξαρτάται από την δύναμη και όχι την πίεση (η διαφορά μεταξύ δίποδου και τετράποδου αφορά μόνο την πίεση)**