

ΑΙΣΘΗΤΗΡΕΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ

- ✚ Υπάρχουν διάφοροι ορισμοί αναφορικά με το τι είναι θερμοκρασία. Σαν παράδειγμα, θερμοκρασία είναι αυτό που δείχνει αν κάτι είναι κρύο ή ζεστό.
- ✚ Σε μικροσκοπική κλίμακα, η θερμοκρασία ενός συστήματος σχετίζεται με την μέση κινητική ενέργεια των σωματιδίων που αποτελούν το σύστημα.
- ✚ Τέλος, σε μακροσκοπική κλίμακα, θερμοκρασία είναι μια φυσική ποσότητα που καθορίζει την διεύθυνση ροής της θερμότητας.
- ✚ Οι πλέον συνηθισμένες κλίμακες για την μέτρηση θερμοκρασίας είναι οι: Κελσίου ($^{\circ}\text{C}$), Φαρενάιτ ($^{\circ}\text{F}$) και Κέλβιν (K), που συνδέονται με τις σχέσεις:

$$^{\circ}\text{F} = \left(\frac{9}{5}\right) \times ^{\circ}\text{C} + 32 \quad \text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273$$

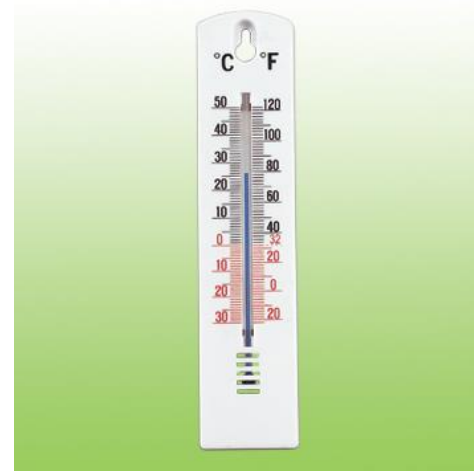
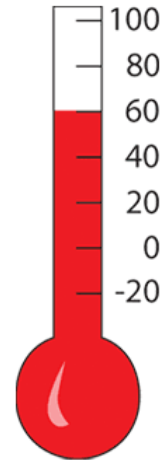
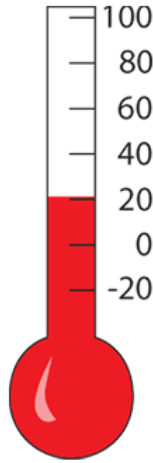
- ✚ Η κλίμακα Κέλβιν έχει θερμοδυναμική προσέγγιση και είναι απόλυτη. Σαν σημείο αναφοράς θεωρεί το τριπλό σημείο του νερού (273°C).

✚ Οι άλλες δύο κλίμακες είναι σχετικές και βασίζονται σε γνωστά σημεία διαφόρων υλικών όπως:

- ✓ Σημείο βρασμού νερού $100\text{ }^{\circ}\text{C}$
- ✓ Τριπλό σημείο νερού $0\text{ }^{\circ}\text{C}$
- ✓ Σημείο βρασμού O_2 $54,4\text{ }^{\circ}\text{C}$
- ✓ Σημείο τήξης Au $1337,58\text{ }^{\circ}\text{C}$

✚ Υπάρχει πληθώρα τύπων αισθητήρων θερμοκρασίας, με κύριους τους:

- ✚ Θερμόμετρα διαστολής
- ✚ Θερμοζεύγη
- ✚ Θερμόμετρα αντίστασης
- ✚ Θερμίστορ
- ✚ Διμεταλλικά θερμόμετρα
- ✚ Πυρόμετρα



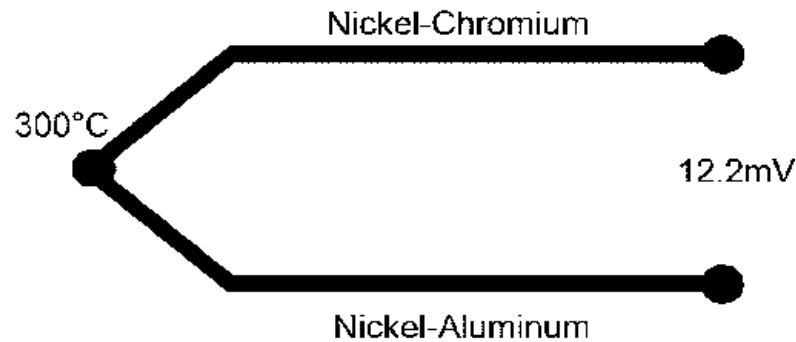
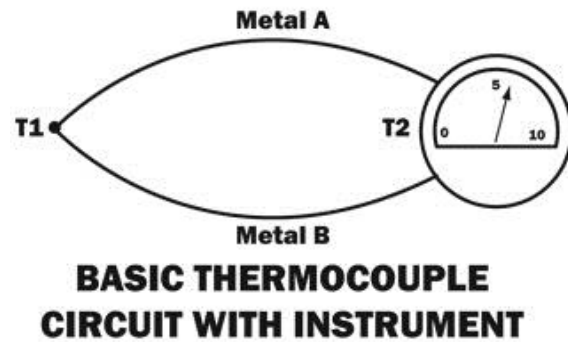
✚ Το θερμόμετρο διαστολής αποτελεί τον πιο παλιό και πλέον διαδεδομένο τύπο θερμομέτρου. Αποτελείται από ένα λεπτό γυάλινο σωλήνα, ο οποίος διαθέτει μία κοιλότητα στο κάτω μέρος (μπύλια), που λειτουργεί σαν δεξαμενή υγρού.

✚ Με την αύξηση της θερμοκρασίας, έχουμε διαστολή του υγρού άρα αύξηση του ύψους του στον γυάλινο σωλήνα. Η αύξηση της στήλης είναι ανάλογη της θερμοκρασίας, άρα το ύψος της στήλης βαθμολογείται σε θερμοκρασία.

- ✚ Η κλίμακα του θερμομέτρου διαστολής εξαρτάται κύρια από το είδος του υγρού.
- ✚ Τα υγρά που χρησιμοποιούνται συνήθως είναι ο υδράργυρος, η αλκοόλη και το τολουόλιο. Ο υδράργυρος χρησιμοποιείται για θερμοκρασίες έως και $-39\text{ }^{\circ}\text{C}$, η αλκοόλη έως $-62\text{ }^{\circ}\text{C}$ και το τολουόλιο έως $-90\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- ✚ Τα θερμόμετρα διαστολής αποτελούν μία απλή και φτηνή λύση, είναι εύκολα στη χρήση και έχουν σχετικά καλή ακρίβεια (δέκατα του βαθμού). Όμως δεν παρέχουν την δυνατότητα ηλεκτρικής εξόδου και είναι αργά.
- ✚ Χρησιμοποιούνται για ιατρικές και μετεωρολογικές εφαρμογές αλλά και για οικιακή χρήση.

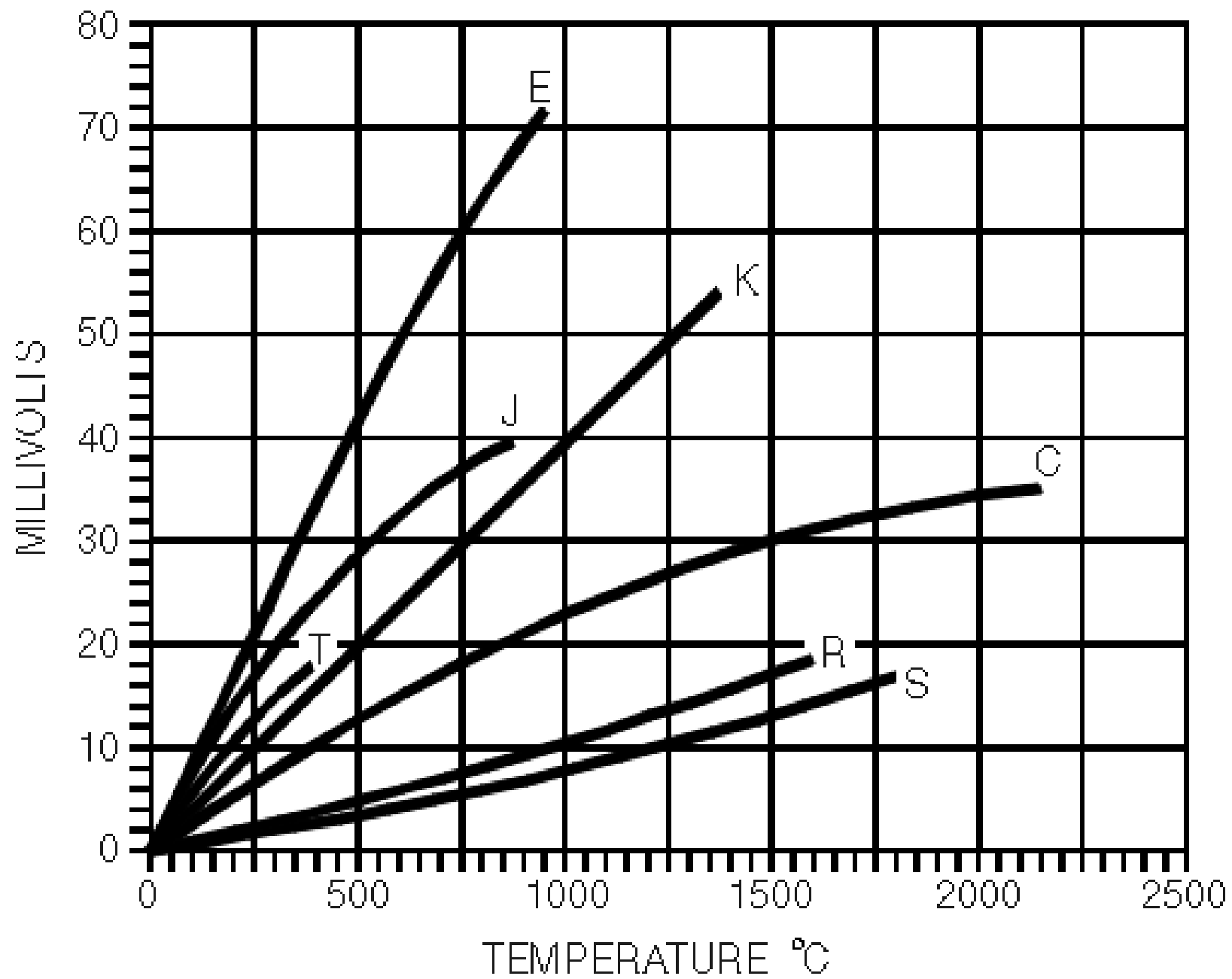
✚ Η λειτουργία του θερμοζεύγους βασίζεται στο θερμοηλεκτρικό φαινόμενο ή φαινόμενο Seebeck. Έστω ότι έχουμε ένα μεταλλικό σύρμα από υλικό Α, τα άκρα του οποίου βρίσκονται σε διαφορετική θερμοκρασία (T_2 θερμοκρασία αναφοράς και T_1 άγνωστη θερμοκρασία). Η διαφορά αυτή θερμοκρασίας θα έχει σαν αποτέλεσμα την ανάπτυξη θερμο-ηλεκτρεγερτικής δύναμης E_A , λόγω του φαινομένου Seebeck, η οποία είναι ανάλογη του ΔT .

✚ Η τάση αυτή E_A δεν μπορεί να μετρηθεί απλά καθώς αν συνδέσουμε κάποιο καλώδιο από υλικό Β, τότε τα άκρα του θα βρίσκονται επίσης σε διαφορετική θερμοκρασία, άρα, λόγω του φαινομένου θα έχουμε τάση E_B . Δηλαδή, η τάση που θα μετράμε θα είναι $\Delta V = E_A - E_B$. Επομένως, αν έχουμε δύο σύρματα με γνωστές ιδιότητες μπορούμε να έχουμε θερμόμετρο.

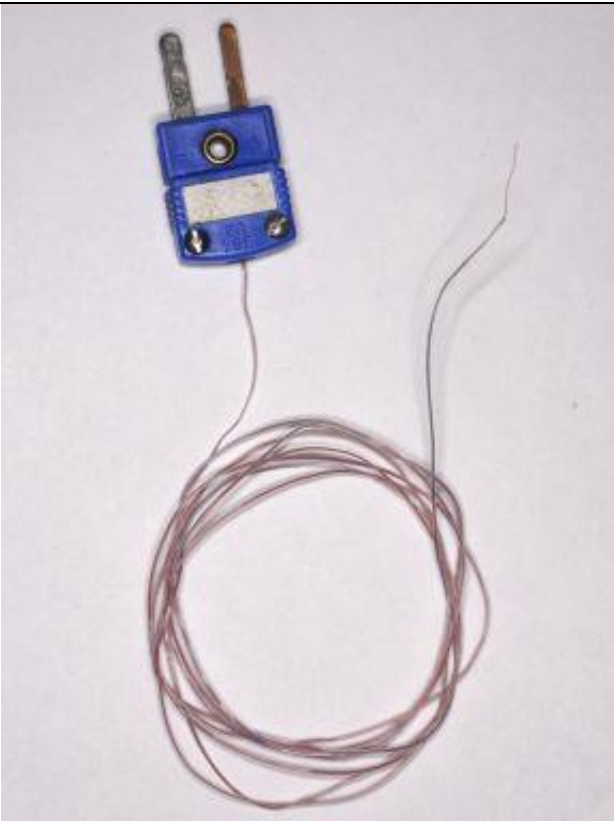


- ✚ Το θερμοζεύγος αποτελείται από δύο σύρματα κατασκευασμένα από ειδικά κράματα, τα οποία είναι μόνιμα ενωμένα από την πλευρά της άγνωστης θερμοκρασίας T_1 , ενώ από την πλευρά αναφοράς (σημείο μέτρησης T_2) είναι συνδεδεμένα σε κατάλληλο ενδείκτη.
- ✚ Η βασική ιδέα για την λειτουργία του θερμοζεύγους είναι: η τάση μεταξύ των δύο δεδομένων συρμάτων στο σημείο μέτρησης $\Delta V = E_A - E_B$ θα είναι ανάλογη της διαφοράς θερμοκρασίας $\Delta T = T_1 - T_2$.
- ✚ Τυπικά υλικά που χρησιμοποιούνται σε θερμοζεύγη είναι:

Type	Thermocouple Pair Materials	Polarity	Temp. Range
T	Copper/Constantan	+/-	-200 to 350 °C
J	Iron/Constantan	+/-	0 to 750 °C
E	Chromel/Constantan	+/-	-200 to 900 °C
K	Chromel/Alumel	+/-	-200 to 1250 °C
R	Platinum/ 13% Rhodium Platinum	+/-	0 to 1450 °C
C	Tungsten 5% Rhenium/ Tungsten 26% Rhenium	+/-	0 to 2320 °C



✚ Τυπικές τιμές της ευαισθησίας σε θερμοζεύγη είναι:

Τύπος	Μέταλλα	Ευαισθησία ($\mu\text{V}/^\circ\text{C}$)	
J	Iron/Constantan	29,2	
K	Chromel/Alumel	21,5	
T	Copper/Constantan	22,5	
R	Platinum/ 13% Rhodium Platinum	6,7	

✚ Τα θερμοζεύγη είναι ευρύτατα διαδεδομένα και εύχρηστα, παρουσιάζουν μεγάλη περιοχή μέτρησης, έχουν γρήγορη απόκριση (ms), δεν απαιτούν τροφοδοσία και υπάρχουν τύποι κατάλληλοι για επικίνδυνο περιβάλλον.

- ✚ Χρησιμοποιούνται σε όλες τις εφαρμογές.
- ✚ Τα πλέον διαδεδομένα είναι τα J και K.
- ✚ Στην έξοδο τους είτε συνδέεται κατάλληλος ενδείκτης, είτε μετριέται απλά η τάση και στη συνέχεια χρησιμοποιούνται πίνακες βαθμονόμησης.
- ✚ Στην πρώτη περίπτωση, χρειάζεται ιδιαίτερη προσοχή στη συμβατότητα μεταξύ θερμοζεύγους και ενδείκτη.
- ✚ Στη δεύτερη περίπτωση, η τάση στην έξοδο αφορά την διαφορά των δυναμικών για τις δύο θερμοκρασίες. Δηλαδή, αν έχουμε θερμοκρασία αναφοράς T_2 (που αντιστοιχεί σε τάση E_2) και άγνωστη θερμοκρασία T_x (που αντιστοιχεί σε τάση E_x), η τάση στην έξοδο αφορά το $\Delta V = E_x - E_2$. Άρα, $E_x = \Delta V + E_2$, και από τους πίνακες βρίσκεται το T_x .

ITS-90 Table for type K thermocouple

°C 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Thermoelectric Voltage in mV

0	0.000	0.039	0.079	0.119	0.158	0.198	0.238	0.277	0.317	0.357	0.397
10	0.397	0.437	0.477	0.517	0.557	0.597	0.637	0.677	0.718	0.758	0.798
20	0.798	0.838	0.879	0.919	0.960	1.000	1.041	1.081	1.122	1.163	1.203
30	1.203	1.244	1.285	1.326	1.366	1.407	1.448	1.489	1.530	1.571	1.612
40	1.612	1.653	1.694	1.735	1.776	1.817	1.858	1.899	1.941	1.982	2.023
50	2.023	2.064	2.106	2.147	2.188	2.230	2.271	2.312	2.354	2.395	2.436
60	2.436	2.478	2.519	2.561	2.602	2.644	2.685	2.727	2.768	2.810	2.851
70	2.851	2.893	2.934	2.976	3.017	3.059	3.100	3.142	3.184	3.225	3.267
80	3.267	3.308	3.350	3.391	3.433	3.474	3.516	3.557	3.599	3.640	3.682
90	3.682	3.723	3.765	3.806	3.848	3.889	3.931	3.972	4.013	4.055	4.096
100	4.096	4.138	4.179	4.220	4.262	4.303	4.344	4.385	4.427	4.468	4.509
110	4.509	4.550	4.591	4.633	4.674	4.715	4.756	4.797	4.838	4.879	4.920
120	4.920	4.961	5.002	5.043	5.084	5.124	5.165	5.206	5.247	5.288	5.328
130	5.328	5.369	5.410	5.450	5.491	5.532	5.572	5.613	5.653	5.694	5.735
140	5.735	5.775	5.815	5.856	5.896	5.937	5.977	6.017	6.058	6.098	6.138
150	6.138	6.179	6.219	6.259	6.299	6.339	6.380	6.420	6.460	6.500	6.540
160	6.540	6.580	6.620	6.660	6.701	6.741	6.781	6.821	6.861	6.901	6.941
170	6.941	6.981	7.021	7.060	7.100	7.140	7.180	7.220	7.260	7.300	7.340
180	7.340	7.380	7.420	7.460	7.500	7.540	7.579	7.619	7.659	7.699	7.739
190	7.739	7.779	7.819	7.859	7.899	7.939	7.979	8.019	8.059	8.099	8.138
200	8.138	8.178	8.218	8.258	8.298	8.338	8.378	8.418	8.458	8.499	8.539
210	8.539	8.579	8.619	8.659	8.699	8.739	8.779	8.819	8.860	8.900	8.940
220	8.940	8.980	9.020	9.061	9.101	9.141	9.181	9.222	9.262	9.302	9.343
230	9.343	9.383	9.423	9.464	9.504	9.545	9.585	9.626	9.666	9.707	9.747
240	9.747	9.788	9.828	9.869	9.909	9.950	9.991	10.031	10.072	10.113	10.153
250	10.153	10.194	10.235	10.276	10.316	10.357	10.398	10.439	10.480	10.520	10.561
260	10.561	10.602	10.643	10.684	10.725	10.766	10.807	10.848	10.889	10.930	10.971

✚ Παράδειγμα:

Έστω θερμοζεύγος J με χαρακτηριστικά:

T (°C)	-100	0	25	100	200
E (mV)	-4,632	0	1,277	5,268	10,777

Αν η θερμοκρασία αναφοράς είναι $T_2=25$ °C και η μετρούμενη τάση $\Delta V=3,991$ mV, να βρεθεί η T_x .

Ισχύει $\Delta V=E_x-E_2$, όπου $E_2=1,277$ mV και $\Delta V=3,991$ mV. Άρα $E_x=\Delta V+E_2=1,277$ mV+3,991 mV=5,268 mV. Από τον πίνακα φαίνεται ότι $T_x=100$ °C.

✚ Η λειτουργία του θερμόμετρου αντίστασης βασίζεται στην μεταβολή της τιμής της αντίστασης ωμικού αντιστάτη σε συνάρτηση με την θερμοκρασία.

✚ Αν R_0 η αντίσταση σε θερμοκρασία αναφοράς (συνήθως $0\text{ }^\circ\text{C}$), R_T η αντίσταση σε θερμοκρασία T , γενικά ισχύει:

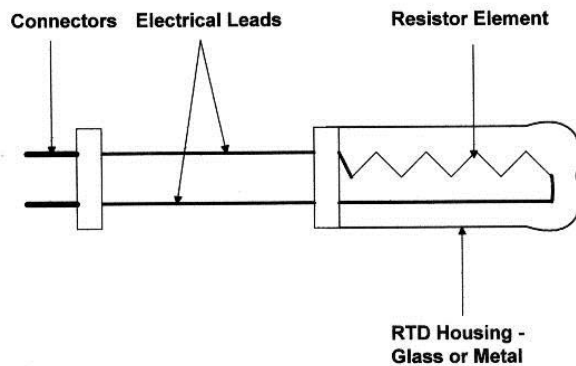
$$R_T = R_0 \left[1 + \alpha \Delta T + \beta (\Delta T)^2 + \gamma (\Delta T)^3 + \dots \right]$$

όπου α, β, γ κλπ συντελεστές και $\Delta T = T - T_{\text{ανα}}$. Σε πρώτη προσέγγιση (χαμηλές θερμοκρασίες) ισχύει:

$$R_T = R_0 [1 + \alpha \Delta T]$$

με α το γνωστό θερμικό συντελεστή αντίστασης ($^\circ\text{C}^{-1}$).

✚ Τυπικές τιμές αντίστασης στους $0\text{ }^\circ\text{C}$ είναι: Pt $100\ \Omega$, Ni $120\ \Omega$, Cu $12\ \Omega$ και Ni-Fe $604\ \Omega$. Τυπικές τιμές θερμικού συντελεστή αντίστασης είναι: Pt $0.0039\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, Ni $0.0067\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, Cu $0.0042\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ και Ni-Fe $0.0052\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.



✚ Τα τυπικά, τα θερμομέτρα αντίστασης μπορούν να λειτουργήσουν από -

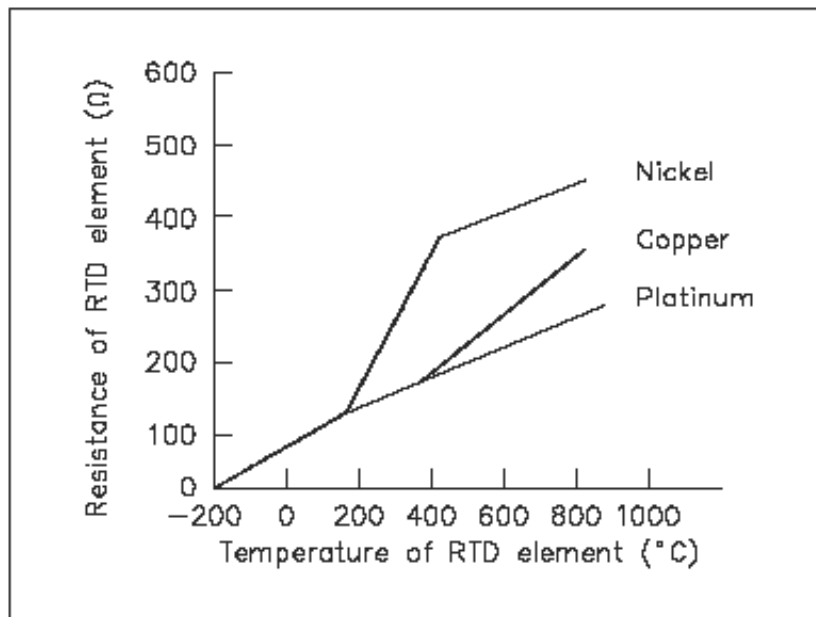
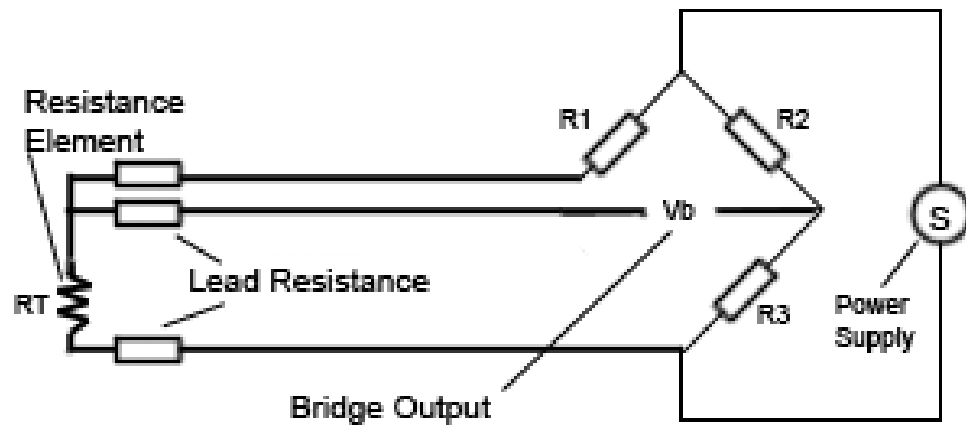


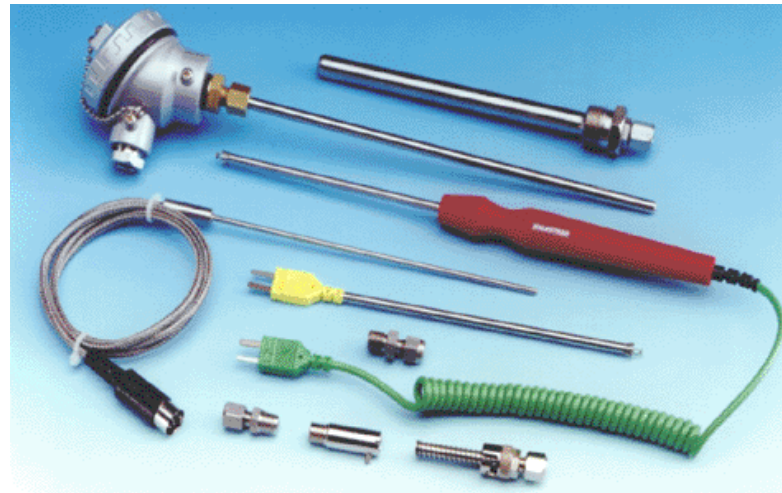
Figure 1 Electrical Resistance-Temperature Curves

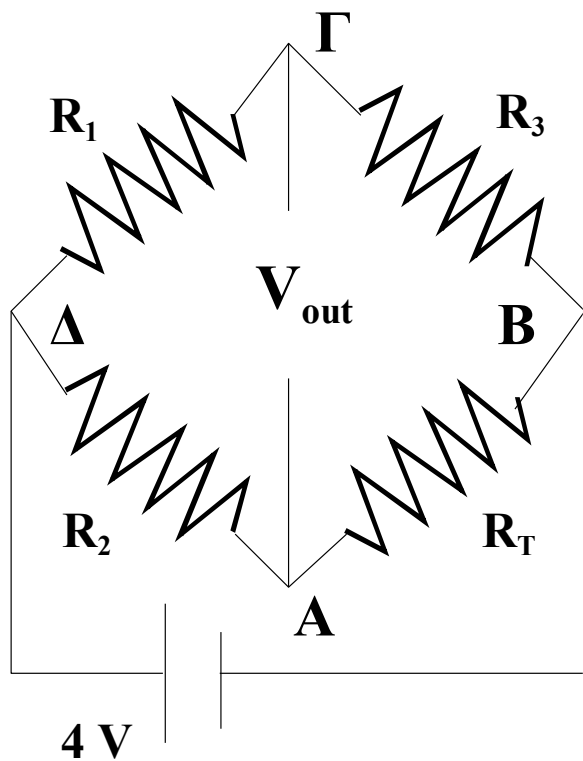
200 °C έως 1000 °C. Όμως, η μεταβολή δεν είναι γραμμική για όλα τα μέταλλα. Η πλέον γραμμική συμπεριφορά παρουσιάζεται στην πλατίνα Pt. Αντίστοιχα, η μεγαλύτερη μεταβολή με την αντίσταση παρουσιάζεται στο νικέλιο Ni.



Τα θερμόμετρα αντίστασης όταν χρησιμοποιούνται σε συνδυασμό με γέφυρα Wheatstone παρουσιάζουν πολύ μεγάλη ακρίβεια. Λειτουργούν άνετα σε μη φιλικό περιβάλλον και

χρησιμοποιούνται ευρύτατα στη βιομηχανία. Έχουν όμως αργή απόκριση.





✚ Παράδειγμα λειτουργίας: Έστω θερμόμετρο αντίστασης Pt (R_1) συνδεδεμένο σε γέφυρα Wheatstone, η οποία ισορροπεί στους $0\text{ }^\circ\text{C}$, με τις αντιστάσεις να είναι $200\ \Omega$. Αν $\alpha=0.004\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, ποια η μεταβολή στην τάση εξόδου για $\Delta T=1\text{ }^\circ\text{C}$.

Γνωρίζουμε ότι: (α) $R_T = R_0 [1 + \alpha \Delta T]$ και (β)

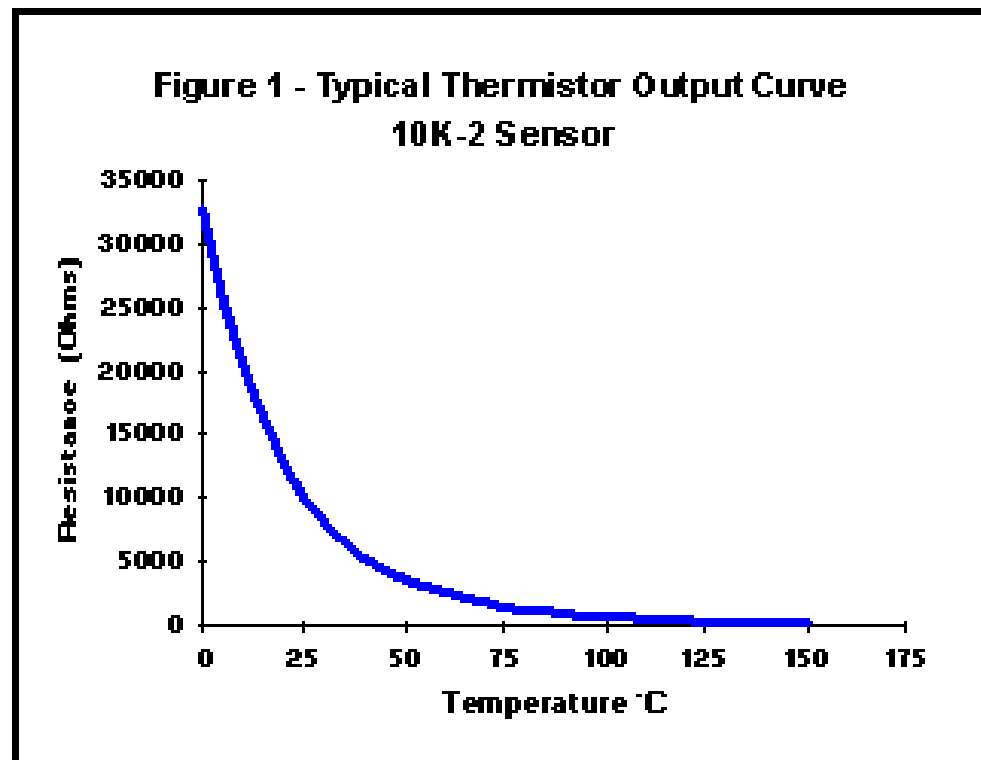
$$\Delta V = E \frac{\Delta R_1}{R_1 + R_3}$$

Από (α) έχουμε: $\Delta R = \alpha R_0 \Delta T = 0,004 \times 200 \times 1 = 0,8\ \Omega$

Από (β) έχουμε: $\Delta V = 4 \frac{0,8}{400} = 8\text{mV}$

Άρα έχω 8 mV μεταβολή της τάσης στην έξοδο της γέφυρας για αλλαγή της θερμοκρασίας κατά $1\text{ }^\circ\text{C}$.

✚ Αν κατασκευάσουμε ένα θερμόμετρο αντίστασης από ημιαγώγιμο υλικό, τότε η αύξηση της θερμοκρασίας θα προκαλεί ελάττωση της τιμής της αντίστασης και θα έχουμε ένα θερμίστορ. Μάλιστα, η μεταβολή της τιμής της αντίστασης θα είναι ιδιαίτερα μεγάλη.



✚ Υλικά που χρησιμοποιούνται για θερμίστορ είναι τα οξειδία μετάλλων όπως Ni, Mn, U, Fe, Co και Cu.

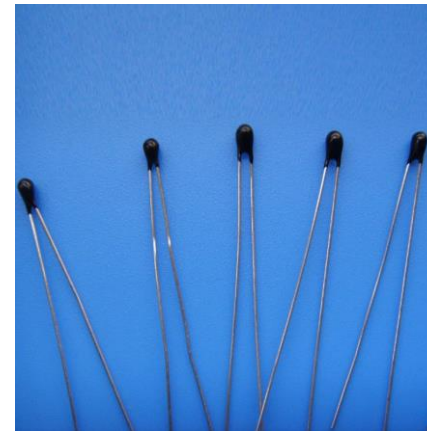
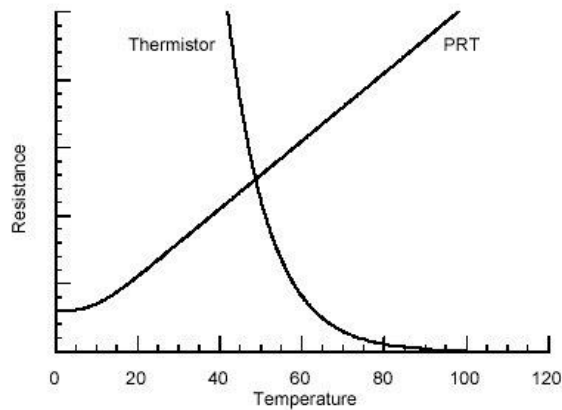
✚ Σε ένα θερμίστορ, η τιμή της αντίστασης με την θερμοκρασία μεταβάλλεται σύμφωνα με την σχέση:

$$R_T = R_0 \exp \left[\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right]$$

όπου η θερμοκρασία T είναι σε μονάδες K, R_T και R_0 είναι η αντίσταση σε θερμοκρασία T και $25 \text{ }^\circ\text{C}$ (298 K) αντίστοιχα και β η σταθερά του θερμίστορ με μονάδες K. Τυπικές τιμές του β είναι 3000-5000 K.

✚ Γενικά, τα θερμίστορ παρουσιάζουν μεγάλη αντίσταση, έως και δεκάδες M Ω (ημιαγωγοί), η οποία όμως ελαττώνεται δραματικά με την αύξηση της θερμοκρασίας.

✚ Ο χρόνος απόκρισης τους είναι ms έως s και η περιοχή λειτουργίας σχετικά μικρή, από -50 έως 250 °C. Κατά την λειτουργία τους συνδυάζονται με γέφυρα Wheatstone.



✚ Τα πλεονεκτήματα του θερμίστορ είναι η πολύ μεγάλη ευαισθησία, η μεγάλη τους αντίσταση και η καλή ακρίβεια. Όμως, η λειτουργία τους είναι ισχυρά μη γραμμική και έχουν περιορισμένη περιοχή λειτουργίας.

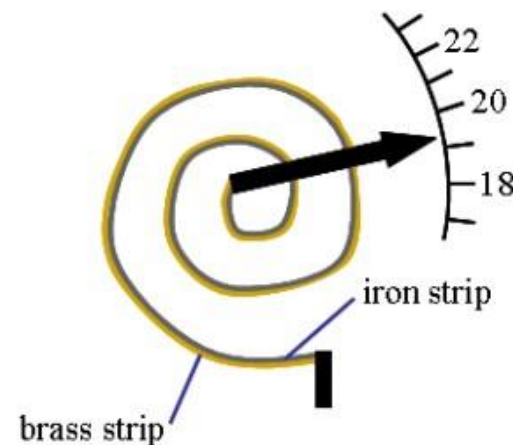
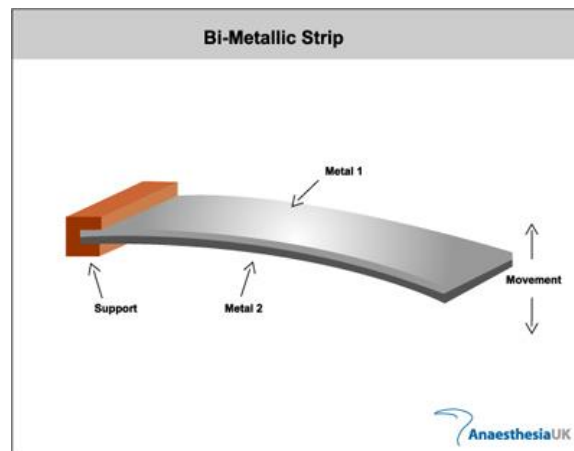
✚ Χρησιμοποιούνται για μετρήσεις θερμοκρασίας σε ηλεκτρονικά κυκλώματα αλλά και για θερμοκρασίες σε επιφάνειες.

Συγκριτικός πίνακας αισθητήρων θερμοκρασίας με ηλεκτρική έξοδο

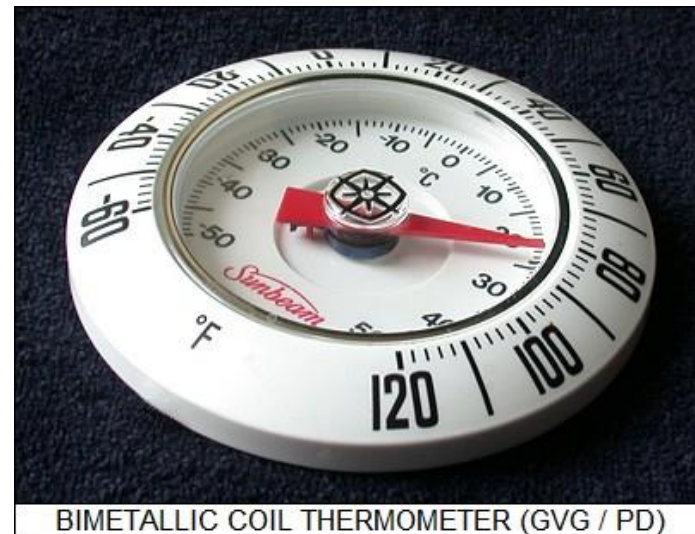
Ιδιότητα \ Τύπος	Θερμοζεύγος	Ηλεκτρική αντίσταση	Θερμίστορ
Περιοχή μέτρησης	Μεγάλη: -250 έως 2500 °C	Μεσαία: -220 έως 650 °C	Μικρή: -50 έως 250 °C
Ακρίβεια	Μικρή: 0.5 έως 5 °C	Μεγάλη: 0.01 έως 0.05 °C	Μεσαία: -0.05 έως 1 °C
Ευαισθησία	Μικρή: δεκάδες μV/°C	Μεσαία: 0.1-δεκάδες Ω/°C	Μεγάλη: εκατοντάδες Ω/°C
Ταχύτητα απόκρισης	Γρήγορη: ms	Αργή: έως και 50 s	Μεσαία: ms έως s

Ιδιότητα \ Τύπος	Θερμοζεύγος	Ηλεκτρική αντίσταση	Θερμίστορ
Γραμμικότητα	Σχετικά καλή	Άριστη	Κακή
Σταθερότητα σε διάρκεια	Περίπου ικανοποιητική	Πολύ καλή	Όχι ικανοποιητική
Έξοδος	Τάση	Αντίσταση	Αντίσταση
Ανάγκη τροφοδοσίας	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Μέγεθος	Μικρό	Σχετικά μεγάλο	Σχετικά μικρό
Κόστος	Μικρό	Μεγάλο	Σχετικά μικρό

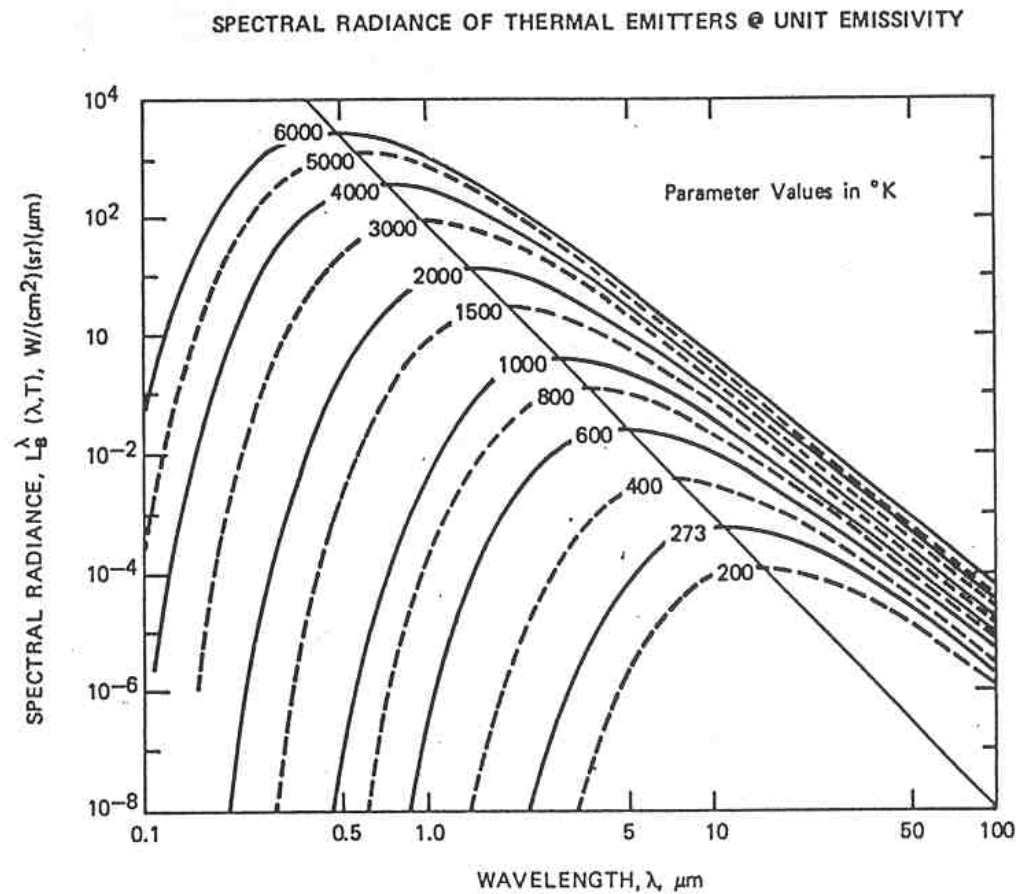
- ✚ Ας υποθέσουμε ότι έχουμε 2 μεταλλικά ελάσματα ίδιων διαστάσεων αλλά από διαφορετικό υλικό (με διαφορετικό συντελεστή θερμικής διαστολής) που είναι μόνιμα στερεωμένα μεταξύ τους.
- ✚ Αν αυξηθεί η θερμοκρασία, αυτό με τον μεγαλύτερο συντελεστή θερμικής διαστολής θα τείνει να μεγαλώσει περισσότερο από το άλλο.
- ✚ Για να γίνει αυτό εφικτό, το διμεταλλικό έλασμα θα καμφθεί.
- ✚ Αντίστοιχα, αν κατασκευαστεί σπείρα ή έλικας από διμεταλλικό έλασμα, με την αύξηση της θερμοκρασίας, αυτό θα τείνει να ανοίξει



- ✚ Η κάμψη αυτή είναι ανάλογη της θερμοκρασίας, επομένως μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη θερμόμετρου.
- ✚ Συνήθως, το ένα έλασμα είναι Fe-Ni (μικρός συντελεστής) και το άλλο ορείχαλκος (μεγάλος συντελεστής).
- ✚ Αν συνδυαστούν με αισθητήρα γραμμικής μετατόπισης δίνουν την δυνατότητα ηλεκτρικής εξόδου.
- ✚ Μικρό, φτηνό, ευκίνητο, συμπαγές θερμόμετρο. Περιοχή λειτουργίας -35 έως 600 °C και σχετικά καλή ακρίβεια.
- ✚ Χρησιμοποιείται πολύ σε θερμοστάτες.



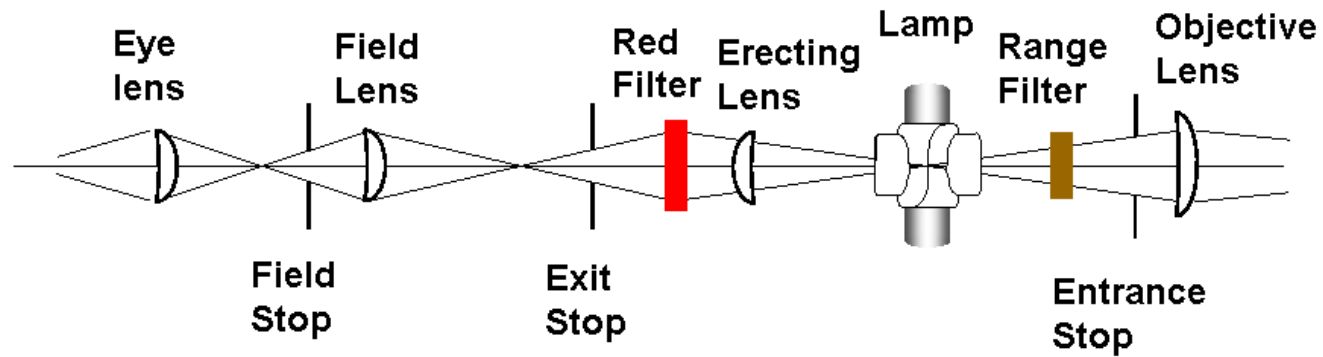
✚ Για μετρήσεις θερμοκρασίας από μακριά μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα πυρόμετρα. Για μικρές θερμοκρασίες μπορεί να χρησιμοποιηθεί το πυρόμετρο υπερύθρου, ενώ για μεγαλύτερες το οπτικό πυρόμετρο νήματος.



✚ Η λειτουργία του πυρόμετρου υπέρυθρου βασίζεται στην εκπομπή ακτινοβολίας από τα σώματα, το μήκος κύματος της οποίας εξαρτάται από την θερμοκρασία. Σε σχετικά χαμηλές θερμοκρασίες (0-300 °C), η εκπομπή είναι στην περιοχή του υπέρυθρου (5-10 μm), οπότε και απαιτούνται ειδικοί ανιχνευτές. Η θερμοκρασία προσδιορίζεται από την ένταση της ακτινοβολίας σε συγκεκριμένο μήκος κύματος, το οποίο εξαρτάται από το υπό μέτρηση υλικό.



✚ Η λειτουργία του οπτικού πυρόμετρου νήματος βασίζεται στην σύγκριση της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας από το υπό μέτρηση σώμα με αυτή από νήμα που πυρακτώνουμε.



✚ Το νήμα δεν φαίνεται μόνο όταν έχει την ίδια θερμοκρασία με το υπό μέτρηση αντικείμενο. Η ισχύς που απαιτείται για να εξαφανιστεί το νήμα στο οπτικό πεδίο μας δίνει την θερμοκρασία.



Έστω θερμοζεύγος J με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

Θ (°C)	-50	-25	0	25	50	75	100	125	150
E (mV)	-2.445	-1.234	0	1.277	2.796	4.140	5.268	6.699	7.978

Κατά τη μέτρηση άγνωστης θερμοκρασίας T_x , η τάση εξόδου του θερμοζεύγους είναι 6.701 mV. Όμως δεν γνωρίζουμε την θερμοκρασία αναφοράς T_2 . Για το λόγο αυτό, χρησιμοποιούμε υποβοηθητικά την θερμοκρασία βρασμού του νερού για την οποία η μετρούμενη τάση εξόδου είναι 3.991 mV για τις ίδιες συνθήκες αναφοράς. Να βρεθεί η θερμοκρασία αναφοράς T_2 και η άγνωστη θερμοκρασία T_x .

α) για την μέτρηση της θερμοκρασίας νερού (100 °C) ισχύει:

$$\Delta V = V_{100} - V_2 = 3.991 \text{ mV} \Rightarrow$$

$$V_2 = V_{100} - 3.991 \text{ mV} = 5.268 \text{ mV} - 3.991 \text{ mV} = 1.277 \text{ mV} \Rightarrow$$

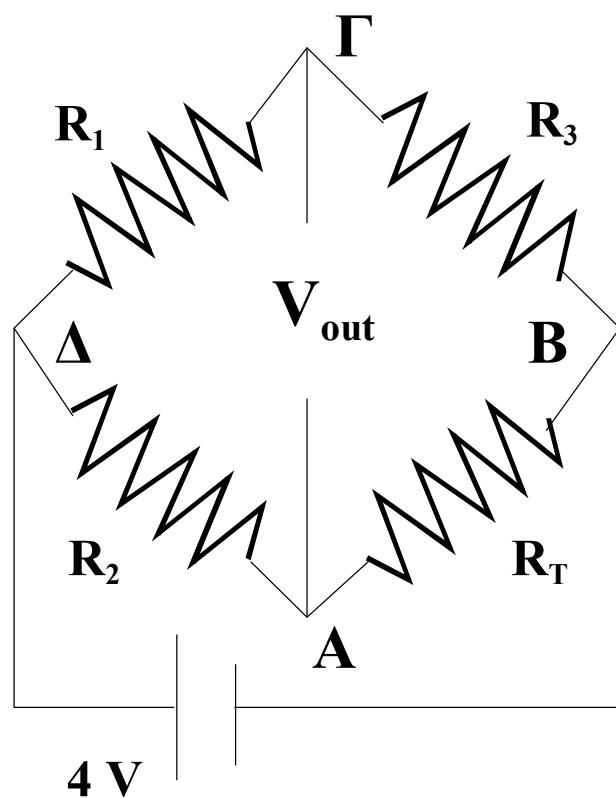
$$T_2 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

β) για την άγνωστη θερμοκρασία θα έχουμε:

$$\Delta V = V_x - V_2 = 6.701 \text{ mV} \Rightarrow$$

$$V_x = V_2 + 6.701 \text{ mV} = 1.277 \text{ mV} + 6.701 \text{ mV} = 7.978 \text{ mV} \Rightarrow$$

$$T_x = 150 \text{ }^\circ\text{C}$$



Αισθητήρας θερμοκρασίας τύπου ηλεκτρικής αντίστασης R_T έχει κατασκευαστεί από πλατίνα (θερμοκρασιακός συντελεστής αντίστασης $\alpha=0.0039 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$), η αντίσταση του στους $\Theta=0 \text{ } ^\circ\text{C}$ είναι $R_T=100 \text{ } \Omega$ και χρησιμοποιείται σε γέφυρα όπως στο διπλανό σχήμα. Αν $R_1=R_3=1500 \text{ } \Omega$ και $R_2=150 \text{ } \Omega$, να σχεδιαστεί η καμπύλη βαθμονόμησης του αισθητήρα $\Theta=f(V_{out})$ για $0-250 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Θα ισχύει:

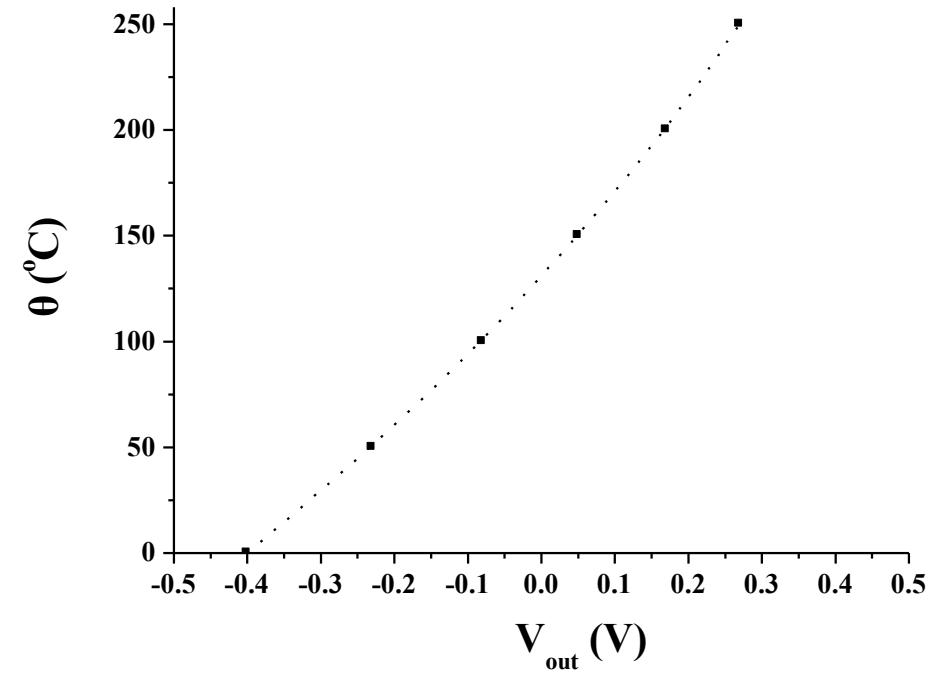
$$V_{out} = V_{in} \left\{ \frac{R_T}{R_T + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_1} \right\} = V_{in} \left\{ \frac{R_T}{R_T + R_2} - \frac{1}{2} \right\}$$

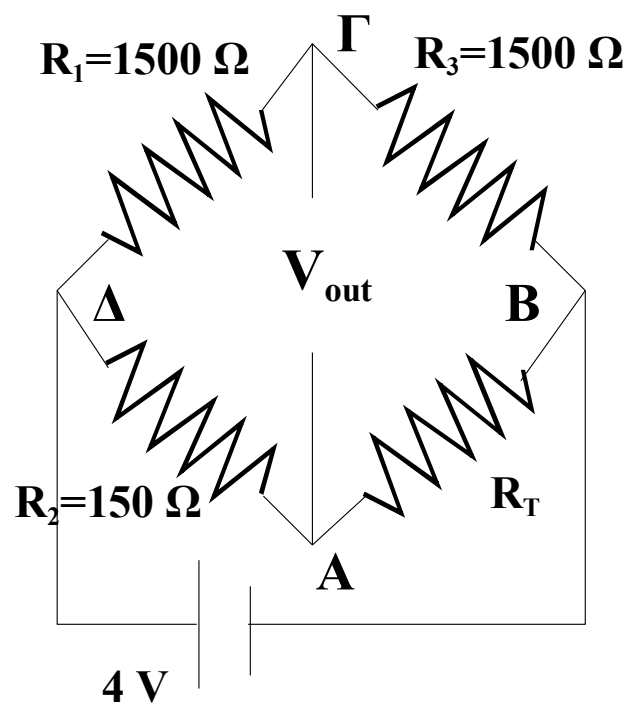
και

$$R_T = R_0(1 + \alpha \Delta \theta)$$

Επομένως:

$\theta(^{\circ}\text{C})$	$R_T(\Omega)$	$V_{\text{out}}(\text{V})$
0	100	-0.4
50	119.5	-0.23
100	139	-0.08
150	158.5	0.05
200	178	0.17
250	197.5	0.27





Αισθητήρας θερμοκρασίας τύπου ηλεκτρικής αντίστασης από πλατίνα R_T έχει $\alpha=0.0039 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, η αντίσταση του στους $\Theta=0 \text{ } ^\circ\text{C}$ είναι $R_0=100 \text{ } \Omega$ και χρησιμοποιείται σε γέφυρα όπως στο διπλανό σχήμα. Να βρεθεί η θερμοκρασία στην οποία η γέφυρα είναι σε ισορροπία. Ποια είναι η ευαισθησία της διάταξης ($\Delta V/\Delta \Theta$) στους $100 \text{ } ^\circ\text{C}$;

Σε ισορροπία θα ισχύει:

$$V_{out} = V_{in} \left\{ \frac{R_T}{R_T + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_1} \right\} = V_{in} \left\{ \frac{R_T}{R_T + R_2} - \frac{1}{2} \right\} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{R_T}{R_T + R_2} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow R_T = R_2 = 150 \Omega$$

$$R_0(1 + \alpha \Delta \Theta) = 150 \Omega \Rightarrow \alpha \Delta \Theta = \frac{150}{100} - 1 = 0.5 \Rightarrow \Delta \Theta = 128.2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Σε σχέση με την ευαισθησία της διάταξης θα ισχύει:

$$\frac{\Delta V_{\text{out}}}{\Delta \Theta} = \frac{\partial V_{\text{out}}}{\partial R_T} \frac{\partial R_T}{\partial \Theta} =$$

$$\frac{\partial}{\partial R_T} \left[V_{\text{in}} \left(\frac{R_T}{R_T + R_2} - \frac{1}{2} \right) \right] \frac{\partial}{\partial \Theta} (R_0 (1 + \alpha \Theta)) =$$

$$\left[V_{\text{in}} \frac{R_2}{(R_0 (1 + \alpha \Theta) + R_2)^2} \right] (\alpha R_0)$$

Στους 100 °C θα ισχύει:

$$\left[V_{\text{in}} \frac{R_2}{(R_0 (1 + \alpha \Theta) + R_2)^2} \right] (\alpha R_0) = 2.8 \times 10^{-3} \text{V} / ^\circ \text{C}$$

Η μεταβολή της αντίστασης με την θερμοκρασία ενός θερμομέτρου αντίστασης από λευκόχρυσο δίνεται από τη σχέση:

$$R_{\theta}=100 \times (1 + 0.00398 \times \Theta - 0.588 \times 10^{-6} \times \Theta^2) \Omega$$

όπου Θ η θερμοκρασία σε $^{\circ}\text{C}$ και R_{θ} η αντίσταση σε θερμοκρασία Θ $^{\circ}\text{C}$. Να βρεθεί: η ευαισθησία του θερμομέτρου στους 200 $^{\circ}\text{C}$, 600 $^{\circ}\text{C}$ και 1000 $^{\circ}\text{C}$ και σε ποια θερμοκρασία υπάρχει 10% γραμμικότητα.

Είναι γνωστό ότι η ευαισθησία δίνεται από την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης λειτουργίας. Επομένως, αν λάβουμε υπόψη την συνάρτηση $R_{\theta}=f(\Theta)$, η ευαισθησία θα δίνεται από:

$$S = \frac{dR_{\Theta}}{d\Theta} = 0.398 - 1.176 \times 10^{-4} \Theta \Omega/^{\circ}\text{C}$$

Έτσι έχουμε:

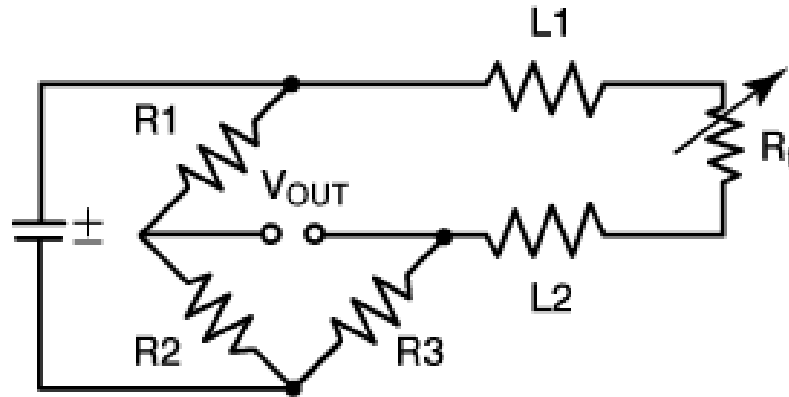
για 200 °C, $S=0.374 \Omega/^{\circ}\text{C}$;

για 600 °C, $S=0.327 \Omega/^{\circ}\text{C}$;

για 1000 °C, $S=0.280 \Omega/^{\circ}\text{C}$.

Σχετικά τώρα με την 10% απόκλιση από τη γραμμικότητα (αισθητήρας με 10% γραμμικότητα), αυτή θα ισχύει σε θερμοκρασία Θ τέτοια ώστε:

$$\frac{0.588 \times 10^{-4} \Theta^2}{0.398 \Theta} = 0.1 \Rightarrow \Theta = 677^{\circ}\text{C}$$



Για το θερμόμετρο αντίστασης του σχήματος, που είναι σε απλή συνδεσμολογία, ισχύει στους $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ $R_1=R_2=R_3=R_t=100\ \Omega$, $L_1=L_2=5\ \Omega$. Αν η πηγή είναι $10\ \text{V}$, να βρεθεί το σφάλμα της μέτρησης στους $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, αν $\alpha=3,9\times 10^{-3}\ \text{C}^{-1}$.

Στους $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, η αντίσταση του θερμομέτρου είναι:

$$R_{\Theta}=R_t(1+\alpha\Theta)=100(1+3,9\times 10^{-3}\times 100)=139\ \Omega$$

Αν $L_1=L_2=0\ \Omega$, στους $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ θα ισχύει:

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} \left\{ \frac{R_t}{R_t + R_3} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right\} \Rightarrow$$

$$V_{\text{out}} = 10 \left\{ \frac{139}{139 + 100} - \frac{1}{2} \right\} = 815 \text{ mV}$$

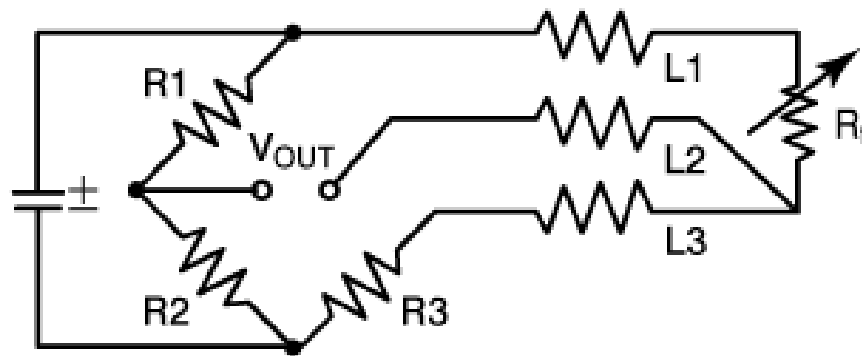
Αν $L_1=L_2=L=5 \Omega$, στους 100°C θα ισχύει:

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} \left\{ \frac{(R_t + 2L)}{(R_t + 2L) + R_3} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right\} \Rightarrow$$

$$V_{\text{out}} = 10 \left\{ \frac{149}{149 + 100} - \frac{1}{2} \right\} = 984 \text{ mV}$$

Άρα, το σφάλμα είναι:

$$\left| \frac{\Delta V}{V} \right| = \left| \frac{815 - 984}{815} \right| = 0,207 \quad \acute{\eta} \quad 20,7\%$$



Για το θερμόμετρο αντίστασης του σχήματος, που είναι σε συνδεσμολογία 3 καλωδίων, ισχύει στους $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ $R_1=R_2=R_3=R_t=100\ \Omega$, $L_1=L_3=L_2=5\ \Omega$. Αν η πηγή είναι $10\ \text{V}$, να βρεθεί το σφάλμα της μέτρησης στους $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, αν $\alpha=3,9\times 10^{-3}\ \text{C}^{-1}$.

Στους $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, η αντίσταση του θερμομέτρου είναι:

$$R_{\Theta}=R_t(1+\alpha\Theta)=100(1+3,9\times 10^{-3}\times 100)=139\ \Omega$$

Αν $L_1=L_3=L_2=0\ \Omega$, στους $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ θα ισχύει:

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} \left\{ \frac{R_t}{R_t + R_3} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right\} \Rightarrow$$

$$V_{\text{out}} = 10 \left\{ \frac{139}{139 + 100} - \frac{1}{2} \right\} = 815 \text{ mV}$$

Αν $L_1=L_3=L_2=L=5 \Omega$, στους $100 \text{ }^\circ\text{C}$ θα ισχύει:

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} \left\{ \frac{(R_t + L)}{(R_t + L) + (R_3 + L)} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right\} \Rightarrow$$

$$V_{\text{out}} = 10 \left\{ \frac{144}{249} - \frac{1}{2} \right\} = 783 \text{ mV}$$

Άρα, το σφάλμα είναι:

$$\left| \frac{\Delta V}{V} \right| = \left| \frac{815 - 783}{815} \right| = 0,039 \quad \dot{\eta} \quad 3,9\%$$

Έστω θερμίστορ με χαρακτηριστικά: $\beta=4000\text{K}$ και $R_0=2\text{K}\Omega$ στους $20\text{ }^\circ\text{C}$. Αν το θερμίστορ χρησιμοποιηθεί σε διαιρέτη τάση με $E=10\text{ V}$ και $R=1\text{ K}\Omega$, να βρεθεί η ευαισθησία της διάταξης στους 0 και $40\text{ }^\circ\text{C}$.

Γνωρίζουμε ότι:

$$R_T = R_0 \exp\left[\beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right] \text{ και } V_{\text{out}} = E \frac{R_T}{R_T + R}$$

Η ευαισθησία της διάταξης θα είναι:

$$\frac{\Delta V_{\text{out}}}{\Delta T} = \frac{\partial V_{\text{out}}}{\partial R_T} \frac{\partial R_T}{\partial T}$$

Οι παράγωγοι θα είναι:

$$\frac{\partial R_T}{\partial T} = R_0 \frac{d}{dT} \left[\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \exp \left[\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] = -\frac{\beta R_0}{T^2} \exp \left[\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right]$$

$$\frac{\partial V_{\text{out}}}{\partial R_T} = E \frac{R}{(R_T + R)^2}$$

Η ευαισθησία θα δίνεται από:

$$\frac{\Delta V_{\text{out}}}{\Delta T} = -\frac{\beta R_0}{T^2} \exp \left[\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] E \frac{R}{(R_T + R)^2}$$

Οπότε, για 0 και 40 °C, η ευαισθησία θα είναι:

$$(\alpha) \frac{\Delta V_{\text{out}}}{\Delta T} = -\frac{\beta R_0}{T^2} \exp \left[\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] E \frac{R}{(R_T + R)^2} = -0.07V / K$$

$$(\beta) \frac{\Delta V_{\text{out}}}{\Delta T} = -\frac{\beta R_0}{T^2} \exp \left[\beta \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] E \frac{R}{(R_T + R)^2} = -0.1V / K$$