# Στοιχειοκεραίες - Radar

# Χαρακτηριστικές Ποσότητες Βροχοκεραίας

- Ισχύει $S_r = \frac{1}{2}|H|^2 ReZ$ με Ζ την ειδική εμπέδηση του μέσου. Για το κενό έχουμε Ζ=$\eta_o$

$$S_r = \frac{1}{2}\frac{(k\alpha I_o)^2 \eta_0}{4r} J_1(k\alpha sin\theta) = \frac{(k\alpha I_o)^2 \eta_0}{8r} J_1(k\alpha sin\theta) = \frac{15\pi(k\alpha I_o)^2}{r} J_1(k\alpha sin\theta)$$

- Τελικά $P = \iint S_r ds = 15\pi(k\alpha I_o)^2 \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} J_1^2(k\alpha sin\theta) sin\theta d\theta d\phi = 30\pi^2(k\alpha I_o)^2 \int_0^{\pi} J_1^2(k\alpha sin\theta d\theta d\theta)$
- Για μικρό βρόγχο

$P = 10k^4\pi^2\alpha^4 I_o^2 = 10k^4 A^2 I_o^2$ και αντίσταση ακτινοβολίας $R_r = \frac{2P}{I_0} = 31171\left(\frac{A}{\lambda^2}\right)^2 = \frac{\pi\eta_0}{6}k^2\alpha^2$

- Αποδεικνύεται ότι για μικρό βρόγχο D=3/2
- Για μεγαλύτερους : ισχύει $\int_0^{\pi} J_1^2(xsin\theta)sin\theta d\theta = \frac{1}{x}\int_0^{2x} J_2(y)dy$

$P = 30\pi^2 k\alpha I_0^2 \int_0^{2k\alpha} J_2(y)dy$ αν θέσουμε $k\alpha = C_\lambda$ και $R_r = 60\pi^2 k\alpha \int_0^{2k\alpha} J_2(y)dy = 60\pi^2 C_\lambda \int_0^{2C_\lambda} J_2(y)dy$

Για τιμές $C_\lambda \geq 5$ $\int_0^{2C_\lambda} J_2(y)dy \approx 1$ άρα $P=30\pi^2 C_\lambda I_o^2$ και $R_r = 60\pi^2 C_\lambda$ και $D=2C_\lambda J_1^2(C_\lambda \sin\theta)$

# Αρχή Λειτουργίας Στοιχειοκεραίας

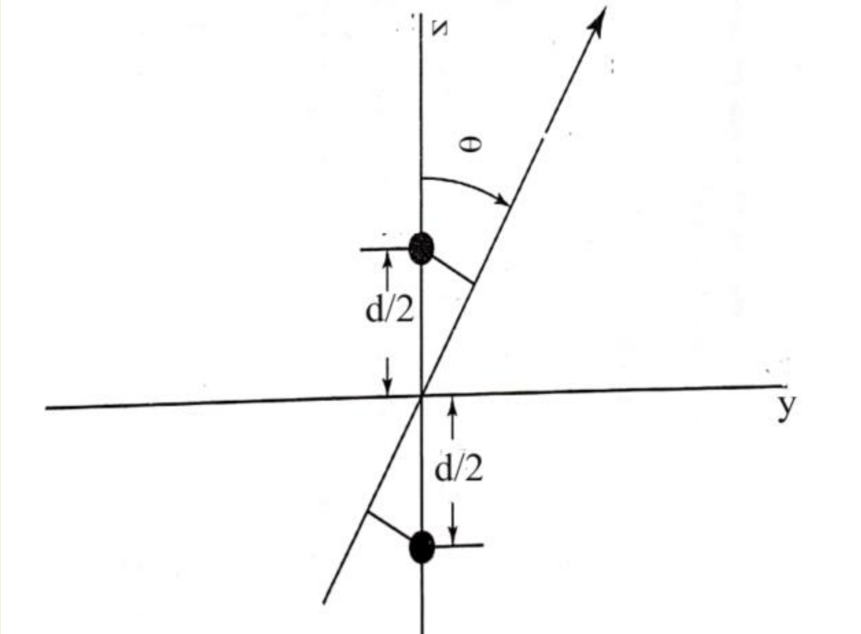
- Πολλές φορές δεν είναι δυνατή η επίτευξη των επιθυμητών αποτελεσμάτων από μια κεραία (κατευθυντικότητα εύρος δέσμης κλπ)
- Τα παραπάνω μπορούν να επιτευχθούν αν συνδυαστούν πολλοί όμοιοι ακτινοβολητές.
- Δυνατότητες Στοιχειοκεραίας :
  - Αύξηση κατευθυντικότητας
  - Σύνθεση επιθυμητών διαγραμμάτων ακτινοβολίας
  - Στροφή διαγράμματος ακτινοβολίας με ηλεκτρονικό τρόπο
- Η μορφή του Διαγράμματος Ακτινοβολίας μιας στοιχειοκεραίας εξαρτάται από:
  - Τη γεωμετρία της Στοιχειοκεραίας
  - Τη συχνότητα λειτουργίας
  - Την απόσταση μεταξύ των στοιχείων ακτινοβολίας
  - Τη σχετική ρευματική διέγερση των στοιχείων ακτινοβολιάς
  - Το πλήθος των ακτινοβολητών

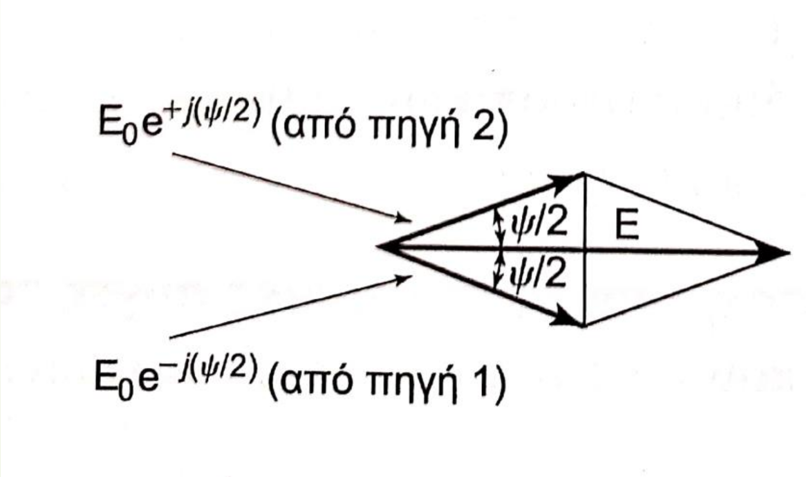
# Αρχή λειτουργίας

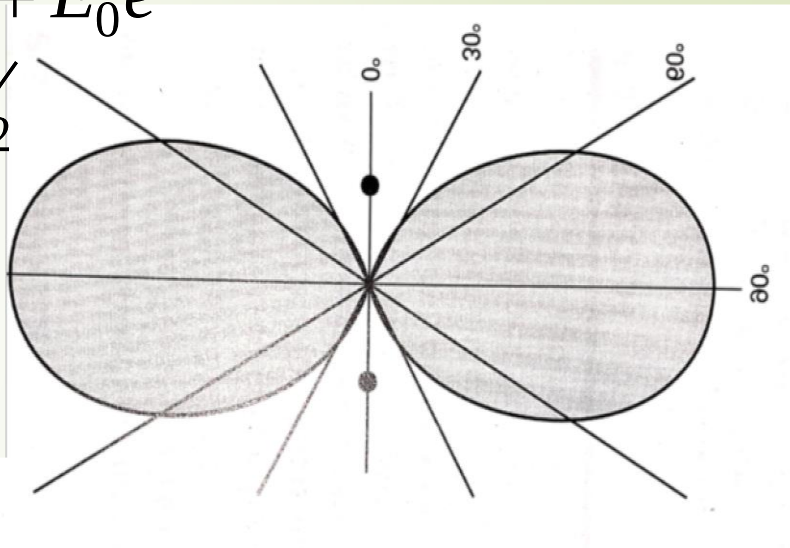
- Δύο ισοτροπικές σημειακές πηγές στον άξονα z’z όπως στο σχήμα που ταλαντώνονται εν γένη με διαφορά φάσης δ
- Το Ηλ. Πεδίο σε μακρινή απόσταση είναι $E = E_0 e^{-j\psi/2} + E_0 e^{j\psi/2}$

με $\psi = kd cos\theta + \delta$ $\quad \tau \acute{o} \tau \varepsilon$ (τύπος του Euler) $E = 2E_0 \cos \psi/2$

Αν δ=0 $E=E_0 \cos\left(\frac{kd}{2} cos\theta\right)$

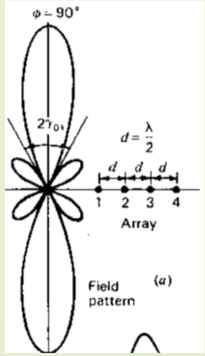


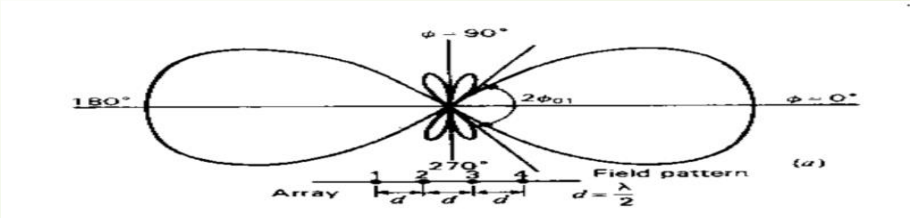



# Αρχή Λειτουργίας Στοιχειοκεραίας

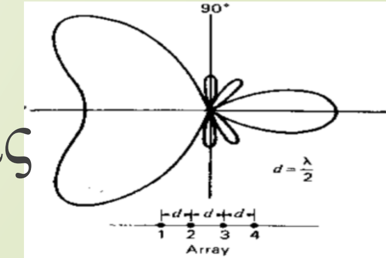
- Ας δούμε ορισμένα αποτελέσματα το μέγιστο και το ελάχιστο του πεδίου θα εξαρτάται από την ποσότητα $cos\left(\psi/_2\right)$
- Αν d=λ/2 και δ=0 το πεδίο γίνεται μέγιστο όταν $cos\left(\psi/_2\right) = \pm 1 \rightarrow \psi/2 = n\pi \rightarrow \cos\phi = 2n$
- Για κ=0 $\cos\theta = 0 \rightarrow \theta = \pi/2$ ή $\theta = 3\pi/2$ και τα ελάχιστα στο 0 και π
- Στη περίπτωση που έχουμε N όμοια στοιχεία (Σ.Δ) $\mathcal{S}(\theta,\phi = \dfrac{sin(N\psi/2)}{sin(\psi/2)}$




- Ανάλογα υπάρχουν το δ υπάρχουν 3 περιπτώσεις :
- δ=0 (συμφασικά) έχουμε την ευρύπλευρη ή μετωπική λειτουργία
- δ=kd (αντίθετη φάση) ακροπυροδοτική λειτουργία




- δ=kd +π/N ακροπυροδοτική λειτουργία αυξημένης κατευθυντικότητας



# Αρχή Λειτουργίας Στοιχειοκεραίας

- Μελετάμε την απλούστερη περίπτωση «πραγματικής» στοιχειοκεραίας :

Δύο δίπολα που διεγείρονται από ρεύμα ίδιου πλάτους

Ενδιαφερόμαστε για μακρινό πεδίο άρα μπορούμε να κάνουμε τις εξής παραδοχές

Για μετραβολές μέτρου του πεδίου: $\theta_1 = \theta_2 = \theta, r_1 = r_2 = r$

*και*

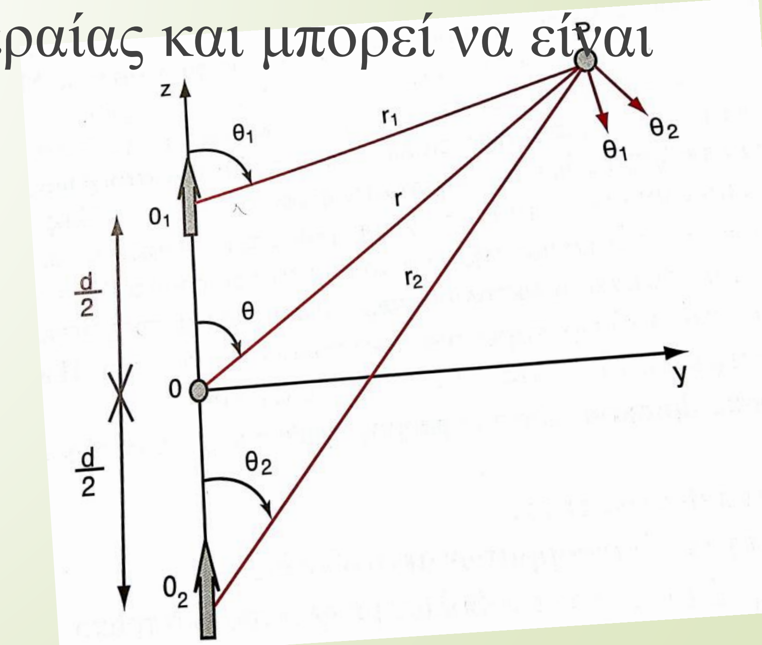
$$\left.\begin{aligned} r_1 &= r - \frac{1}{d}2cos\theta \\ r_2 &= r + \frac{1}{d}2cos\theta \end{aligned}\right\} \text{για μεταβολές φάσης}$$

άρα η ένταση του του Ηλεκτρικού πεδίου είναι

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = jn\frac{kILe^{(-jkr)}}{4\pi r}\sin\theta\left[2cos\left(\frac{kdcos\theta+\delta}{2}\right)\right]\hat{\theta}$$

$\delta$ η διαφορά φάσης των ρευμάτων τροφοδοσίας

Ο παράγοντας $2cos(\frac{kdcos\theta+\delta}{2})$ ονομάζεται παράγοντας διάταξης της κεραίας και μπορεί να είναι περίπλοκος αλλά είναι χαρακτηριστικός για κάθε στοιχειοκεραία.




Στην γενικότερη περίπτωση

$$U(\theta,\phi) = Uo(\theta,\phi)\,|\,\mathcal{S}(\theta,\phi)\,|^2$$

στην παραπάνω περίπτωση $\mathcal{S}(\theta,\phi) = 2cos(\frac{kdcos\theta+\delta}{2})$

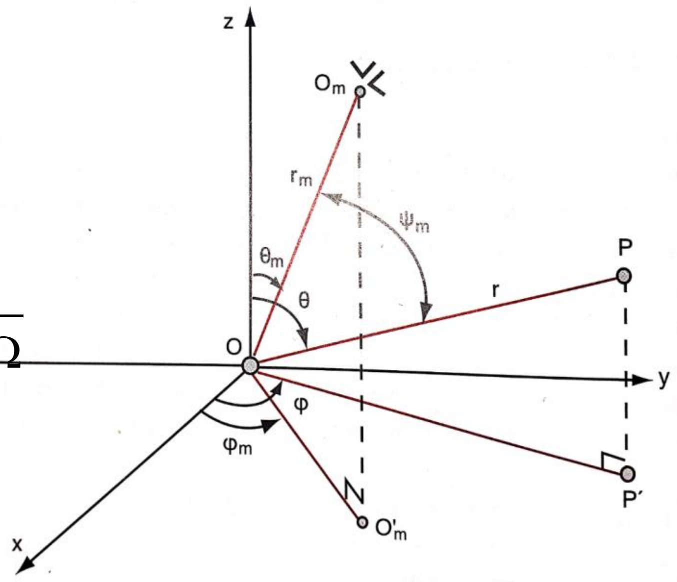
# Περισσότερα Στοιχεία

- Θα δούμε μερικές περιπτώσεις συστοιχίας κεραιών
- Σε N στοιχεία όμοιων κεραιών θεωρούμε στοιχείο αναφοράς με $I_0$ φασιθέτη
- Εν γένη τα διάφορα άλλα στοιχεία τροφοδοτούνται με ρεύμα $\mathrm{I}_m = C_m \cdot I_0$
- Η ένταση ακτινοβολίας θα είναι $U(\theta,\phi) = Uo(\theta,\phi)\,|\,\mathcal{S}(\theta,\phi)\,|^2$ με $\mathcal{S}(\theta,\phi) = \sum_{m=0}^{N-1} C_m e^{jkr_m cos\psi_m}$
- Με $\cos\psi_m = \cos\theta_m \cos\theta + \sin\theta_m \sin\theta \cos(\phi - \phi_m)$
- Ο παράγοντας διάταξης εξαρτάται από την διαφορά φάσης

στα διάφορα στοιχεία δηλαδή τη φάση Cm και την θέση τους

- Το κατευθυντικό κέδρος είναι :

$$D_g(\theta,\phi) = 4\pi \frac{U_o(\theta\phi)\,|\,\mathcal{S}(\theta,\phi)\,|^2}{\oiint U_o(\theta\phi)\,|\,\mathcal{S}(\theta,\phi)\,|^2\, d\Omega} = 4\pi \frac{|\,\mathcal{S}(\theta,\phi)\,|^2}{\oiint |\,\mathcal{S}(\theta,\phi)\,|^2\, d\Omega}$$




- Η Κατευθυντικότητα δηλαδή εξαρτάται από το το *S*

# Ενεργός επιφάνεια κεραίας

- Ορίζεται ως η ισοδύναμη επιφάνεια $A_{eff}$ η οποία όταν δέχεται κάθετα προσπίπτουσα πυκνότητα ισχύος $P_{inc}$ παρέχει στην έξοδο της κεραίας την πραγματικά λαμβανόμενη πυκνότητα ισχύος $P_r$ δηλαδή: $P_r = A_{eff} P_{inc}$ Για να τα δούμε λίγο καλύτερα.
- Μια κεραία μπορεί να λειτουργήσει σαν πηγή σε ένα φορτίο τερματισμού $Z_\tau$ από την οποία θα επάγεται τάση $V_r$ και η οποία εσωτερική αντίσταση $Z_A$

$$Z_T = R_T + jX_T$$

$$Z_A = R_A + jX_A \text{ με } R_A = R_r + R_L \quad \text{και} \quad P_r = I^2 R_T \text{ ενώ } I = \frac{V_r}{\sqrt{(R_r + R_L + R_T)^2 + (X_A + X_T)^2}} \text{ άρα } P_r = \frac{V_r^2 R_T}{(R_r + R_L + R_T)^2 + (X_A + X_T)^2}$$

- Άρα μπορούμε να ορίσουμε τελικά την Ενεργό επιφάνεια ως :

$$A_{eff} \equiv \frac{P_r}{S} \quad \text{άρα } A_{eff} = \frac{V_r^2 R_T}{S \cdot [(R_r + R_L + R_T)^2 + (X_A + X_T)^2]}$$

- Όπου $V_r$ η ενεργός τάση που επάγεται στο $R_T$.

# Επιφάνεια Σκέδασης

- Ορίζουμε ως επιφάνεια σκέδασης ως $A_s$ ως $$A_s \equiv \frac{V_r^2 R_r}{S\cdot[(R_r+R_L+R_T)^2+(X_A+X_T)^2]}$$
- Αν έχουμε $X_A+X_\tau=0$ και έχουμε συνθήκες μέγιστης μεταφοράς ισχύος $R_T=R_L+R_r$ τότε :

$$A_{eff} \equiv \frac{V_r^2(R_L+R_r)}{4S\cdot(R_r+R_L)^2} = \frac{V_r^2}{4S\cdot(R_r+R_L)}$$

Αν δεν έχουμε καθόλου απώλειες δηλαδή $\mathrm{R}_L=0$ η ενεργή επιφάνεια γίνεται η μέγιστη δυνατή και ίση με τη μέγιστη επιφάνεια σκέδασης :

$$\boxed{A_s = \frac{V_r^2}{4S\cdot R_r}}$$

- Ας δούμε πως είναι η μέγιστη επιφάνεια σκέδασης σε 2 περιπτώσεις:

Για το στοιχειώδες δίπολο $\mathrm{V}_r=E\ell$ και $\mathrm{S}=\dfrac{E^2}{\eta}$ ενώ $\mathrm{R}_r=\eta\dfrac{2\pi}{3}\left(\dfrac{\ell}{\lambda}\right)^2$

αντικαθιστώντας $$A_{sm}=\frac{(E\ell)^2}{4\dfrac{E^2}{\eta}\cdot\eta\dfrac{2\pi}{3}\left(\dfrac{\ell}{\lambda}\right)^2}=\frac{3\lambda^2}{8\pi}=0.119\lambda^2$$

Για την κεραία $\dfrac{\lambda}{2}$ $\mathrm{I}=\mathrm{I}_o cos(\dfrac{2\pi z}{\lambda})$ $dV_r=I_o\cos(\dfrac{2\pi z}{\lambda})Edy$ άρα $\mathrm{V}=2\int_0^{\lambda/4}\mathrm{E}\cos\dfrac{2\pi y}{\lambda}dy=\dfrac{E\lambda}{\pi}$ και $\mathrm{S}=\dfrac{E^2}{\eta}$ ενώ $\mathrm{R}_r=73\Omega$

αντικαθιστώντας $$A_{sm}=\frac{\left(\dfrac{E\lambda}{\pi}\right)^2}{4\dfrac{E^2}{\eta}73}=\frac{\eta\lambda^2}{4\pi^2\cdot 73}=0.13\lambda^2$$

# Επιφάνεια Απωλειών – Συλλογής

- Ορίζουμε σαν επιφάνεια απωλειών την επιφάνεια εκείνη που θα είχε μια κεραία η οποία θα αντιστοιχούσε στις απώλειες:

$$A_L = \frac{V^2 R_L}{\mathrm{S}(R_r + R_L + R_T)^2 + (X_A + X_T)^2}$$

- Ως επιφάνεια συλλογής ορίζουμε: $A_c = \dfrac{V^2(R_L + R_r + R_T)}{\mathrm{S}(R_r + R_L + R_T)^2 + (X_A + X_T)^2}$

- Ισχύει φυσικά $A_c = A_{eff} + A_L + A_s$

# Κατευθυντικότητα, Κέδρος, Ενεργός Επιφάνεια & Ενεργό Μήκος Αποδοτικότητα Κεραίας

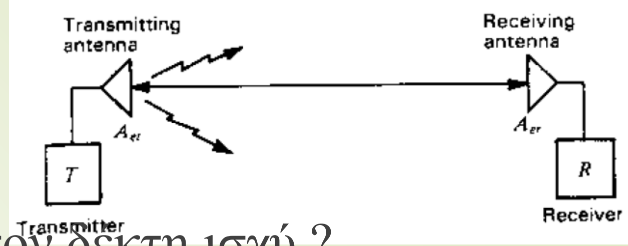
- Αποδεικνύεται ότι τι κέρδος μιας κεραίας σχετίζεται με την ενεργό επιφάνεια της με την σχέση $\boxed{G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} \quad \text{αν} \quad R_L = 0 \quad \text{τότε και} \quad D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff}}$

- Είδαμε ότι ισχύει $P = \frac{L_e^2 E^2}{4R_r}$ όμως και $\mathrm{P} = \frac{E^2 A_{eff}}{\eta}$ συνδιάζοντάς τα έχουμε $\frac{L_e^2 E^2}{4R_r} = \frac{E^2 A_{eff}}{\eta} \Leftrightarrow \mathrm{A}_{eff} = \frac{L_e^2 \eta}{4R_r}$

- Ορίζουμε την αποδοτικότητα μιας κεραίας το λόγο μεταξύ της ενεργούς επιφάνειας και της γεωμετρικής της επιφάνειας. Δηλαδή

$$\alpha = \frac{A_{eff}}{A_g}$$

# Τύπος του Friis




- Μπορούμε να συνδέσουμε την ισχύ από μια κεραία εκπομπής με την μεταδιδόμενη στον δέκτη ισχύ ?
- Υποθέτοντας ισοτροπική ισχύ πυκνότητα ακτινοβολίας (W/m²) σε απόσταση r είναι $S_r = \frac{P_t}{4\pi r^2}$
- Αν το κέδρος της κεραίας εκπομπής είναι $G_t$ τότε $S_r = \frac{P_t}{4\pi r^2} G_t$
- Αν η ενεργός επιφάνεια της κεραίας λήψης είναι $A_{effr}$ τότε η ισχύς που συλλέγεται από την κεραία λήψης είναι :

$$P_r = S_r \cdot A_{effr} = \frac{P_t G_t A_{effr}}{4\pi r^2} \quad \text{όμως } G_t = \frac{4\pi A_{efft}}{\lambda^2} \quad \text{άρα } P_r = P_t \frac{A_{efft} A_{effr}}{r^2 \lambda^2}$$

- Ισχύουν και οι τύποι $P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi r)^2} \Leftrightarrow \frac{P_r}{P_T} = \frac{G_t G_r \lambda^2}{(4\pi r)^2}$ σε dB: $10\log\frac{P_r}{P_T} = 20\log\frac{\lambda}{4\pi r} + G_{r(dB)} + G_{t(dB)}$
- Ο όρος $\frac{P_T}{P_r}$ ονομάζεται απώλεια μετάδοσης άρα από τον παραπάνω τύπο έχουμε:
- $L = 10\log\frac{P_T}{P_r} = 20\log\frac{4\pi r}{\lambda} - G_{r(dB)} - G_{t(dB)} = L_b - G_{r(dB)} - G_{t(dB)}$ με $L_b = 20\log\frac{4\pi r}{\lambda}$

# Μέγιστη Απόσταση Μετάδοσης

- Αν για να μπορέσει να «δουλέψει» κάποιος δέκτης χρειάζεται να δεχθεί ισχύ $P_{rmn}$
- Τότε η μέγιστη απόσταση μετάδοσης παίζοντας με τους προηγούμενους τύπους είναι : $r_{mn} = \sqrt{\dfrac{P_T}{P_{rmn}}}\sqrt{\dfrac{G_T G_R \lambda^2}{4\pi}} = \lambda\sqrt{A_r A_T}\sqrt{\dfrac{P_T}{P_{rmn}}}$

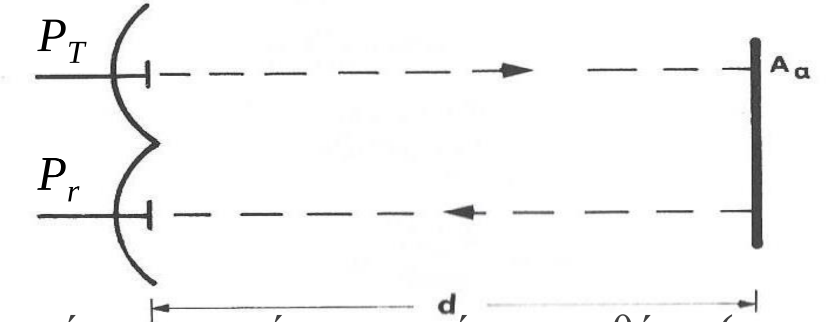
- **Παράδειγμα:** Κεραία λ/2 στην Σελήνη με πομπό ισχύος 3-W στο 1GHz θέλει να είναι σε ζεύξη με κεραία πάλι λ/2 στη Γη με ισχύ ελάχιστης λειτουργίας τα $10^{-17}$ W. Ποια η ενεργός επιφάνεια της κεραίας για να έχουμε ζεύξη και ποιο το ενεργό μήκος της.

- Το μήκος κύματος είναι $\lambda = \dfrac{310^8}{10^9} = 0{,}3\text{m}$ Η ενεργός επιφάνεια του πομπού είναι $\mathrm{A}_{Tm} = 0{,}13\lambda^2 = 0.0117m^2$

Από το τύπο του FRIIS $\mathrm{A}_{re} = \dfrac{P_r}{P_T}\dfrac{r^2\lambda^2}{A_{Tm}} = \dfrac{10^{-17}}{3}\dfrac{(1.3\cdot 3\cdot 10^8)^2\cdot 0.3^2}{0{,}13\cdot 0.3^2} = \dfrac{10\cdot 0.13\cdot 13\cdot 3}{0.13}m^2 = 3.9m^2$

Το εςνεργό μήκος της κεραίας είναι $L_{eff} = \sqrt{\dfrac{4R_r A_{re}}{n}} = \sqrt{\dfrac{4\cdot 73\cdot 3.9}{377}} = 1.74m$

# Εξίσωση του Radar




- Η εξίσωση που δίνει την ισχύ που λαμβάνεται στον δέκτη ραντάρ από ένα στόχο, είναι αρκετά ενδιαφέρουσα στη μελέτη των διαφόρων συστημάτων ραντάρ.
- Εάν $P_T$ είναι η μεταδιδόμενη ισχύς στην κεραία εκπομπής, η οποία έχει κέρδος $G_T$, τότε η πυκνότητα ισχύος στη θέση (σε απόσταση *d)* όπου βρίσκεται το αντικείμενο είναι:

$$P = \frac{P_T G_T}{4\pi d^2} = \frac{P_T A_T}{\lambda^2 d^2}$$

- Η απορροφούμενη από το αντικείμενο αν αυτό έχει ενεργό επιφάνεια $A_\alpha$ είναι : $W = PA_a = P_T \frac{A_T A_a}{\lambda^2 d^2}$
- Αν το αντικείμενο μας εκπέμπει όλη την ενέργεια που απορρόφησε προς την κεραία εκπομπής τότε η ισχύς που λαμβάνει η κεραία λήψεως (που είναι ή ίδια) είναι : $P_r = W \frac{A_r A_a}{\lambda^2 d^2} = P_T \frac{A^2 A_a^2}{(\lambda d)^4}$ με $A_r = A_T = A$ η ενεργός επιφάνεια του Radar
- Αν η απορροφούμενη ακτινοβολία εκπεμφθεί ισοτροπικά τότε το $A_\alpha$ αντικαθίσταται από το σ την εγκάρσια διατομή radar η επιφάνεια δηλαδή η οποία απορροφά όλη την προσπίπτουσα ακτινοβολία και την επανεκπέμπει ισοτροπικά. Στην περίπτωση αυτή έχουμε:

Απoροφούμενη ισχύς $W = P_T \frac{G_T}{4\pi d}\sigma$, επανεκπεμπόμενη ισχύ στο radar $P' = \frac{P_T G_T}{4\pi d^2}\frac{\sigma}{4\pi d^2}$. Η λαμβανόμενη ισχύ θα είναι:

$$P_r = \frac{P_T G_T \sigma}{\left(4\pi d^2\right)^2} A_r = \frac{P_T G_T G_r \sigma \lambda^2}{(4\pi)^3 d^4}$$

Αν η ελάχιστη ισχύς λήψης είναι $P_{rmn}$ τότε η μέγιστη απόσταση ανίχνευσής του radar είναι: $d_{mx} = \left[\frac{\sigma G_T G_r \lambda^2}{(4\pi)^3}\frac{P_T}{P_{rmn}}\right]^{1/4}$

# Ασκήσεις

- Ποια η μέγιστη ενεργός επιφάνεια μια μικροκυματικής κεραίας με κατευθυντικότητα 900.

$$D = \frac{4\pi A_{eff}}{\lambda^2} \Leftrightarrow A_{eff} = \frac{D\lambda^2}{4\pi} = 71.6\lambda^2$$

- Ποια είναι η μεγίστη ισχύς που λαμβάνεται σε μια απόσταση 0.5 km στον ελεύθερο χώρο, για ένα σύστημα ραδιοεπικοινωνίας στο 1 GHz που αποτελείται από μια κεραία εκπομπής με απολαβή 25dB και μια κεραία λήψεως με κέρδος 20 dB; Το κέρδος είναι σε σχέση με μια ισοτροπική πηγή χωρίς απώλειες. Η ισχύς στην κεραία εκπομπής είναι 150 W.

$$\lambda = C/f = 0.3m, \quad A_{et} = \frac{D_t\lambda^2}{4\pi}, \quad A_{er} = \frac{D_r\lambda^2}{4\pi}, \quad P_r = P_t\frac{A_{et}A_{er}}{r^2\lambda^2} = P_t\frac{D_t\lambda^2 D_r\lambda^2}{(4\pi)^2 r^2\lambda^2} = 150\frac{316\times 0.3^2\times 100}{(4\pi)^2 500^2} = 10.8mW$$

- Διαστημική ραδιοζεύξη σε απόσταση 100 Mm. Δυο διαστημικά σκάφη βρίσκονται σε απόσταση 100 Mm το ένα από το άλλο. Το καθένα έχει μια κεραία με D = 1000 που λειτουργεί στα 2.5 GHz. Αν ο δέκτης του σκάφους A απαιτεί 20 dB πάνω από το 1 pW, ποια ισχύς απαιτείται στο σκάφος B για να επιτευχθεί αυτό το επίπεδο σήματος;

$$\lambda = C/f = 0.12m, \quad A_{et} = A_{er} = \frac{D\lambda^2}{4\pi} = \mathrm{A}_e, \quad P_{r(\min)} = 100\times 10^{-12}W$$

$$P_t = P_r\frac{r^2\lambda^2}{A_e^2} = P_r\frac{(4\pi)^2 r^2\lambda^2}{D\lambda^4} = P_r\frac{(4\pi)^2 r^2}{D\lambda^2} = 10^{-10}\frac{10^{16}\cdot 16\cdot 10}{10^6\cdot 1.2^2\cdot 10^{-2}} \simeq 11kW$$

- Να υπολογισθεί η αποδοτικότητα παραβολικής κεραίας ακτίνας 20 m όταν στα 3 GHz έχει Gain 60 dB.
- Λύση:

$$\lambda = \frac{310^8}{310^9} = 0,1m \qquad \text{για το Gain} :60 = 10\log\frac{G}{1} \Leftrightarrow 6 = \log G \Leftrightarrow G = 10^6$$

$$A_{eff} = 10^6\frac{\lambda^2}{4\pi} = \frac{10000}{4\pi} = \frac{2500}{\pi} \qquad \text{άρα} \quad \alpha = \frac{2500}{\pi^2 400} \approx \frac{2500}{4000} = 0,65$$